

01; 03; 10

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕРАВНОВЕСНОЙ ДИНАМИКИ КВАЗИСТАЦИОНАРНОГО РЭП В ПЛОТНОМ ГАЗЕ

А. Е. Наурызбаев, Г. А. Сорокин

Приводятся результаты моделирования динамики нейтрализованного по заряду квазистационарного РЭП с произвольной начальной температурой в условиях сильного и слабого рассеяния электронов пучка в плотном газе. Полученные результаты сравниваются с решением уравнения огibaющей.

Введение

Для решения ряда научных и прикладных задач необходимо детальное исследование динамики РЭП в среде. Например, в [1] показано, что радиальное распределение плотности тока пучка определяет как удельное энерговыделение за счет ионизационных потерь электронов пучка, так и величину индукционных полей, обеспечивающих дополнительный энергоклад в рабочий объем, и тем самым определяет возможность использования РЭП для возбуждения плазмохимического реактора высокого давления.

В плотном газе эволюция радиального профиля плотности тока определяется балансом дефокусирующих эффектов многократного рассеяния электронов РЭП на атомах среды и сжатия пучка собственным магнитным полем [2, 3]. Как показано в работе [3], пучок при распространении в диссипативной среде переходит в квазиравновесное состояние с беннеттовским распределением плотности тока

$$J_b(r) = I_b / \pi a^2 (1 + r^2 / a^2)^2, \quad (1)$$

где I_b — ток, a — равновесный радиус пучка.

Одним из широко используемых методов описания радиальной динамики РЭП в среде является уравнение огibaющей [4], выведенное в предположении об автомодельном изменении профиля плотности тока. Сравнение с экспериментом [5] показало хорошее согласие с решением уравнения огibaющей в условиях инжекции, близкой к равновесной.

В последнее время для более адекватного описания процесса распространения РЭП в среде при его неравновесной инжекции стали широко использоваться численные методы (например, [6-12]). Под неравновесной инжекцией понимается инжекция РЭП с начальными параметрами (радиус, профиль плотности тока, поперечная температура), отличными от равновесных. При этом основное внимание уделялось изучению процессов распространения РЭП с неравновесными начальными радиусом или профилем плотности тока. Но пренебрежение рассеянием в [6, 8, 9] сужает область применимости полученных в этих работах результатов. В [10] был предложен метод описания динамики пучка в плотном газе с помощью системы моментных уравнений. Ограничиваясь моментами второго порядка, авторы получили для пучка уравнения типа гидродинамических. Однако этот способ требует громоздких расчетов, причем трудности возрастают при включении высших моментов, необходимых для учета эффектов типа вязкости.

Некоторые вопросы распространения РЭП в газе при учете собственного магнитного поля пучка и многократного рассеяния релятивистских электронов в среде рассматривались в [11, 12].

В настоящей работе используется разработанная в [1, 7] модель, учитывающая самофокусировку и рассеяние электронов в газе.

1. Постановка задачи

В параксиальном приближении рассматривается распространение вдоль оси z азимутально-симметричного нейтрализованного по заряду квазистационарного РЭП в цилиндрической камере дрейфа, заполненной плотным газом. Внешние поля и токовая компенсация отсутствуют. Пучок имеет произвольную начальную азимутальную и радиальную температуру. Движение каждого электрона в коллективном поле остальных электронов пучка происходит на фоне избытка положительно заряженных ионов, обеспечивающих полную зарядовую компенсацию [13, 14]. Считается, что обратный плазменный ток уже успел диссипировать, т. е. время импульса гораздо больше времен зарядовой и токовой нейтрализации.

При рассмотрении процесса рассеяния пренебрегается возможностью акта однократного рассеяния на большой угол, так как вероятность такого события мала по сравнению с вероятностью отклонения частицы на такой же угол вследствие многократного рассеяния на малые углы [13]. Таким образом, радиальная динамика РЭП полностью определяется его собственным магнитным полем и процессами многократного рассеяния релятивистских электронов в среде.

Рассматриваются пучки с токами $I_p/I_A \ll 1$, что позволяет использовать параксиальное квазистационарное приближение

$$|V_r|, |V_a| \ll V_z, \quad V \simeq V_z = \text{const}, \quad (2)$$

где $I_A = mc^3\gamma\beta/e$ — альфвеновский ток; m и e — масса покоя и заряд электрона; $\beta = V/c$; c — скорость света; V_r , V_a , V_z — компоненты скорости электрона V ; $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ — релятивистский фактор.

2. Численная модель

Пучок моделируется набором макрочастиц с заданным в плоскости инжекции $z=0$ биннеттовским профилем плотности тока (1) и распределением по поперечным скоростям. В параксиальном приближении связь квадрата угла рассеяния и поперечной скорости имеет простой вид

$$\Theta^2 = (V_r^2 + V_a^2)/V_z^2. \quad (3)$$

В модели предполагается, что рассеивающие центры располагаются вдоль продольной оси в слоях с интервалом Δz , таким образом, в модели на каждом шаге рассчитывается движение частиц в собственном магнитном поле пучка, а затем для каждой частицы методом Монте—Карло разыгрываются акты рассеяния с заданными средними характеристиками для Θ^2 (метод укрупненных столкновений). Поле пучка пересчитывается, исходя из «новых» координат. Далее эта процедура повторяется.

Многократное рассеяние пучка электронов в газе моделируется следующим образом [1, 7]. На длине Δz приращение квадрата поперечной скорости

$$\Delta V^2 = \alpha(\rho, q, \gamma) \Delta z, \quad (4)$$

где α — «одночастичный» коэффициент пропорциональности, зависящий от плотности среды ρ , заряда и энергии рассеиваемой быстрой частицы q и γ .

С другой стороны, можно ввести длину рассеяния пучка L , определив ее соотношением

$$\alpha = V_0^2/L, \quad (5)$$

где V_0^2 — средний квадрат поперечной скорости частиц пучка с равновесной (беннеттовской) поперечной температурой. Окончательно имеем

$$\Delta V^2 = V_0^2 \Delta z / L. \quad (6)$$

Введенная таким образом длина рассеяния характеризует интенсивность рассеяния и совпадает с длиной самофокусировки в уравнении огибающей [4]. Отметим, что величина L (через V_0^2) зависит от тока пучка.

3. Основные уравнения и расчетные величины

В условиях азимутальной симметрии уравнения движения для частицы с номером i можно записать в виде

$$\frac{d^2 r_i}{dt^2} = -\frac{e\beta B(r_i)}{\gamma_i m} + \frac{1}{r_i^3} \left(\frac{M_i}{\gamma_i m} \right)^2 + \chi_i, \quad (7a)$$

$$\frac{dM_i}{dt} = \eta_i, \quad (7б)$$

где $i=1, 2, \dots, N$ — номер частицы; $B(r) = 2I_b(r)/rc$ — собственное азимутальное магнитное поле пучка; $I_b(r)$ — ток пучка на расстоянии r от оси; $M = \gamma m r V_a$ — азимутальный момент (инвариантная величина в отсутствие рассеяния); χ_i, η_i — быстро осциллирующие случайные силы, связанные с рассеянием.

Заметим, что выбранная модель позволяет учесть энергетический спектр частиц РЭП, но в настоящей работе радиационными потерями, а также изменением энергии и энергетическим разбросом частиц пучка за счет ионизационных процессов пренебрегается ($\gamma = \text{const}$). Такой подход применим для слаботочных пучков, для которых изменение радиуса в результате рассеяния определяется набором угла $\Delta\theta^2 \sim I_b/I_A \ll 1$, т. е. характерные длины малы по сравнению с длиной торможения отдельной частицы. В этих условиях увеличение поперечной энергии в процессе рассеяния для всех частиц пучка характеризуется одной величиной L .

Для решения уравнений движения (7) использовался двухшаговый метод разложения в степенной ряд до членов третьего порядка малости [15]. В качестве характеристики линейного поперечного размера РЭП брался радиус, ограничивающий половину тока пучка (заметим, что для беннеттовского профиля плотности тока (1) радиус по полутоку совпадает с равновесным радиусом). В плоскости $z=0$ значение радиуса пучка R_0 бралось равным R ($z=0$) = 1. Каждая частица переносит равную долю тока I_b/N . В силу квазистационарности (2) уравнения движения (7) решались с постоянным шагом Δz . Поле B рассчитывалось на равномерной сетке с шагом h в расчетной области $0 \leq r \leq R_1$, для вычисления поля между узлами применялась линейная интерполяция. При $r > R_1$ использовалась аппроксимация $B(r) = B(R_1)R_1/r$. При расчете короткодействующих сил применялся метод сглаживания, предполагающий, что частица имеет форму кольца $r_i - h/2 \leq r \leq r_i + h/2$ с прямоугольным профилем плотности тока. В расчетах использовалась нормировка $\bar{r}_i = r_i/R_0$, $\bar{z} = kz$, $\bar{L} = kL$, $k = \sqrt{2I_b/I_A}/R_0$ — волновое число бетатронных колебаний, $U_\perp = V_\perp/\beta c \sqrt{2I_b/I_A}$ — нормированная поперечная скорость. В дальнейшем знак « \sim » у нормированных величин опускаем.

Легко показать, что в используемой нормировке условию равновесия РЭП соответствует следующее значение среднего квадрата поперечной скорости:

$$\langle U_\perp^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (U_{r_i}^2 + U_{\alpha i}^2) = U_0^2 = 0.5. \quad (8)$$

В модели процесс многократного рассеяния с приведенными выше средними характеристиками реализуется следующим образом. К поперечным компонентам скорости каждой частицы добавляется случайная величина

$$U'_{r_i} = U_{r_i} + U_1, \quad U'_{\alpha i} = U_{\alpha i} + U_2, \quad (9)$$

$U_1 = U \cos \varphi$; $U_2 = U \sin \varphi$; U — нормальная распределенная случайная величина со среднеквадратичным значением (6); φ — случайный угол, равномерно распределенный в интервале $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.

По известному значению азимутальной скорости рассчитывается поправка к моменту

$$M'_i = M_i + r_i U_2. \quad (10)$$

Случайные числа в расчетах генерировались компьютерным датчиком.

Так как для пучка с беннеттовским профилем плотности тока среднеквадратичный радиус расходится логарифмически и, напротив, средний радиус пучка,

определяемый как $\langle R \rangle = \sum_{i=1}^N R_i / N$, есть конечная величина, то представляется

интересным сравнить теоретическое значение отношения среднего радиуса к радиусу пучка $\langle R \rangle / R$ с полученным в численном эксперименте значением.

Рассчитывались следующие величины.

1. Радиус пучка R и отношение среднего радиуса к радиусу пучка $\langle R \rangle / R$.

2. Поперечная энергия W , ее радиальная W_r и азимутальная W_a компоненты.

3. Средняя плотность тока пучка на интервале пространственной сетки $r_n < r < r_{n+1}$

$$J_{n+1} = [I_b(r_{n+1}) - I_b(r_n)] / \pi (r_{n+1}^2 - r_n^2). \quad (11)$$

4. Траектории отдельных частиц и фазовый портрет пучка на плоскости $\{U_r, R\}$.

4. Результаты расчетов

В выбранной нормировке минимальная длина волны бетатронных колебаний $\lambda = 2\pi$. Расчеты проводились для случая сильного $L = 2 < \lambda$ и слабого $L = 10 > \lambda$ рассеяния.

Результаты моделирования сравнивались с решением уравнения огибающей [4]

$$\frac{d^2 R}{dz^2} + \frac{I_b}{I_A R} - \frac{E_0^2}{R^3} = \frac{1}{R^3} \int_0^z dz' \langle \Theta_s^2 \rangle R^2(z'), \quad (12)$$

где E_0 — эмиттанс пучка; $\langle \Theta_s^2 \rangle$ — средний квадрат угла рассеяния, набираемый на единице длины.

Отметим сразу, что во всех рассмотренных случаях ($L = 2, 10$) при изменении радиуса пучка профиль плотности тока оставался беннеттовским с точностью до статистических флуктуаций, связанных с конечным числом макрочастиц ($N \sim 10^3$). Кроме того, следует заметить, что при используемом в настоящей работе методе моделирования процессов рассеяния наряду со статистическими флуктуациями в начальном распределении проявляются флуктуации, связанные со статистикой рассеяния. Для минимизации последних в ряде случаев проводилось усреднение по результатам численных экспериментов, в каждом из которых при фиксированном начальном распределении макрочастиц изменялась последовательность псевдослучайных чисел, определяющих процессы рассеяния, т. е. фактически проводилось усреднение по различным конфигурациям рассеивающих центров.

а) С и л я н о е р а с с е и в а н и е. Распространение равновесного РЭП с беннеттовской температурой ($W = U_0^2$) характеризуется быстрым расширением пучка, при этом наблюдается определенное отличие от уравнения огибающей, что отмечалось ранее [1]. Поперечная энергия пучка вследствие рассеяния непрерывно возрастает, плотность частиц на оси уменьшается, появляется группа убегających частиц и у профиля плотности тока появляются крылья. Радиальные скорости частиц непрерывно возрастают и смещаются в сторону положительных скоростей, т. е. распределение по U_r становится несимметричным.

Холодный пучок ($W/U_0^2 = 0.5$) на начальном этапе $z < L$, когда рассеяние не успевает существенно изменить поперечную энергию, разогревается с уменьшением радиуса, в районе первого фокуса появляется анизотропия в распре-

Рис. 1. Изменение поперечной энергии холодного пучка в условиях сильного рассеяния ($L=2$).

1 — W , 2 — W_r , 3 — W_a .

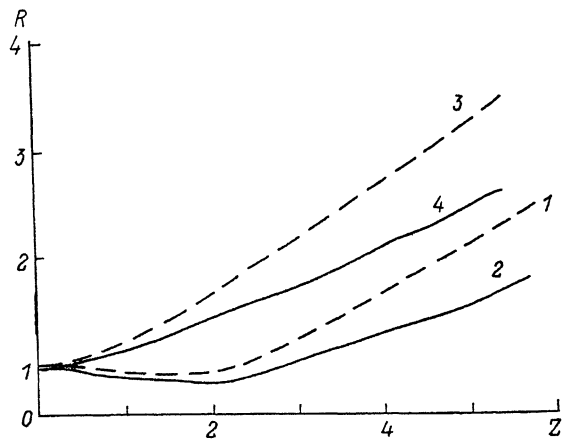
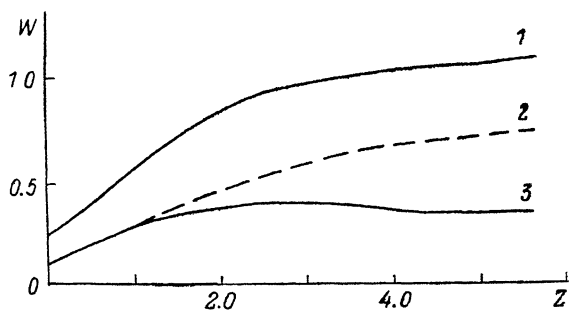


Рис. 2. Изменение радиуса РЭП в условиях сильного рассеяния ($L=2$).

1, 2 — холодный пучок; 3, 4 — горячий пучок. 1, 3 — решение уравнения огибающей; 2, 4 — $R(z)$ (результат моделирования).

Рис. 3. Изменение радиуса холодного пучка в случае слабого рассеяния ($L=10$).

1 — решение уравнения огибающей, 2 — $R(z)$ (результат моделирования), 3 — $\langle R \rangle / R = \pi/2$, 4 — $\langle R \rangle / R$ (результат моделирования).

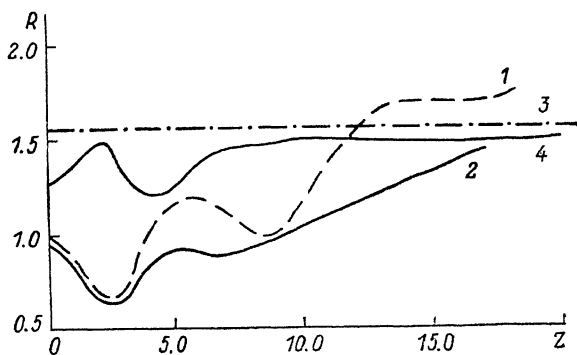
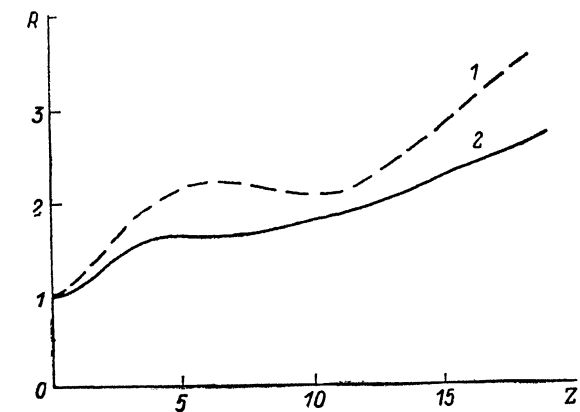


Рис. 4. Изменение радиуса горячего пучка в случае слабого рассеяния ($L=10$).

1 — решение уравнения огибающей, 2 — $R(z)$ (результат моделирования).



деления поперечной энергии (анизотропная температура), которая сохраняется до конца расчетов (рис. 1). Некоторое уменьшение роста поперечной энергии объясняется тем, что после первого фокуса рассеяние приводит к расширению пучка и к совершению работы против его собственного магнитного поля. При этом рассеяние почти не дает вклада в увеличение поперечной энергии, более того, азимутальная энергия уменьшается вследствие увеличения радиуса. Сравнение с решением уравнения огибающей показывает его совпадение с результатом моделирования до первого фокуса, а затем уравнение огибающей, выведенное без учета фазового перемешивания траекторий частиц, дает завышенное значение радиуса (рис. 2, кривые 1, 2).

Распространение горячего пучка ($W/U_0^2=1.7$) сопровождается непрерывным увеличением его радиуса и поперечной температуры (рис. 2, кривые 3, 4). Частицы перегруппировываются от оси к периферии, профиль плотности тока «проседает» в центре и у него отрастают широкие крылья. Заметная доля частиц покидает расчетную область. Уравнение огибающей для этого случая, как и в [1], завышает расширение пучка.

б) Слабое рассеяние. Расширение равновесного беннеттовского пучка происходит в хорошем согласии с уравнением огибающей [1, 7]. Поперечная энергия начинает медленно возрастать на длинах $z > L$, главным образом за счет увеличения радиальной компоненты.

При сжатии холодного пучка в районе первого фокуса происходит отрыв радиальной температуры от азимутальной, эта анизотропия сохраняется до конца расчетов. Рассеяние начинает заметно сказываться на длинах $z \sim L$, и пучок, нагреваясь, начинает расширяться (рис. 3). Отношение $\langle R \rangle / R$ приближается к характерному для неограниченного пучка значению $\pi/2$. Сравнение с решением уравнения огибающей показывает его совпадение с результатами численного расчета вплоть до первого фокуса. В дальнейшем фазовое перемешивание траекторий пучка (не учитываемое при выводе уравнения огибающей) приводит к быстрому затуханию колебаний пучка.

Расширение «горячего» пучка на начальном этапе сопровождается его охлаждением, но затем начинает сказываться рассеяние и наблюдается возрастание поперечной температуры пучка. Фазовое перемешивание в этом случае приводит к сглаживанию колебаний пучка по сравнению с уравнением огибающей (рис. 4).

Распространение «горячего» пучка с анизотропным распределением по поперечным энергиям ($\bar{W}_r/W_a=2.2$, $W/U_0^2=1.6$) происходит аналогичным образом, причем анизотропия распределения по энергиям сохраняется до конца расчетов.

Выводы

1. Разработана численная модель, позволяющая исследовать динамику самофокусированных квазистационарных РЭП с учетом основных характеристик многократного рассеяния пучка электронов в газе.
2. Для случаев сильного и слабого рассеяния получены зависимости изменения радиуса и поперечной энергии пучка с длиной распространения.
3. При учете рассеяния решение уравнения огибающей хорошо согласуется с результатом численного моделирования для случая, когда несущественна роль фазового перемешивания, — это имеет место только для равновесного беннеттовского пучка в условиях слабого рассеяния. В остальных случаях уравнение огибающей правильно описывает динамику РЭП на начальном этапе на длинах, не превышающих длины волны бетатронных колебаний.

В заключение авторы выражают признательность А. А. Рухадзе за внимание и поддержку при выполнении настоящей работы.

Литература

- [1] Норман Г. Э., Полак Л. С., Сопин П. И., Сорокин Г. А. // Синтез соединений в плазме, содержащей углеводороды. М., 1985. С. 33—79.
- [2] Валлис Г., Зауэр К., Эюндер Д. и др. // УФН. 1974. Т. 113. № 3. С. 435—462.
- [3] Lee E. P. // Phys. Fluids. 1976. Vol. 19. N 1. P. 60—69.
- [4] Lee E. P., Cooper R. K. // Part. Accel. 1976. Vol. 7. N 1. P. 83—92.

- [5] *Briggs R. J., Hester R. E., Lauer E. J. et al.* // *Phys. Fluids*. 1976. Vol. 19. N 7. P. 1007—1011.
- [6] *Альтеркоп Б. А., Жексембин С. Р., Рухлин В. Г., Тараканов В. П.* // *Физика плазмы*. 1985. Т. 11. № 10. С. 1240—1246.
- [7] *Наурызбаев А. Е., Сорокин Г. А.* // *Краткие сообщения по физике*. 1987. № 7. С. 45—47.
- [8] *Власов М. А., Никонов С. В.* // *РиЭ*. 1983. Т. 28. № 5. С. 965—970.
- [9] *Вялов Г. Н., Естеев В. Н., Золотайкин Ю. М., Ульянов К. Н.* // *ЖТФ*. 1974. Т. 44. Вып. 11. С. 2290—2296.
- [10] *Арсеньев Д. А., Грудницкий В. Г., Комов А. Л., Рыгалин В. Н.* // *Коллективные методы ускорения и пучково-плазменные взаимодействия*. М., 1982. С. 131—140.
- [11] *Hughes T. P., Godfrey B. B.* // *Phys. Fluids*. 1984. Vol. 27. N 6. P. 1531—1537.
- [12] *Будник А. П., Свиркунов П. Н.* // *ЖТФ*. 1981. Т. 51. Вып. 12. С. 2506—2510.
- [13] *Абрамян Е. А., Альтеркоп Б. А., Кулешов Г. Д.* *Интенсивные электронные пучки*. М.: Энергоатомиздат, 1984. 28 с.
- [14] *Сопин П. И., Сорокин Г. А.* // *Элементарные процессы в химически реагирующих средах*. М., 1983. С. 9.
- [15] *Рошаль А. С.* *Моделирование заряженных пучков*. М.: Атомиздат, 1979. 224 с.

Институт общей физики АН СССР
Москва

Поступило в Редакцию
9 ноября 1987 г.