05; 06; 09

О ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ПОВЕРХНОСТНОМ СОПРОТИВЛЕНИИ ГРАНУЛИРОВАННОГО СВЕРХПРОВОДНИКА ЗА ПОРОГОМ ПЕРКОЛЯЦИИ

О. Г. Вендик, А. Б. Козырев, А. Ю. Попов

В настоящее время продолжаются теоретические и экспериментальные исследования гранулированных сверхпроводников. Среди объектов исследования керамика $Ba(Pb, Bi)O_3$ [1, 2], соединения типа NbN [3], сверхпроводники с высокой температурой перехода [4–6]. Основной моделью при теоретических оценках служит система сверхпроводящих гранул, соединенных слабыми связями, обладающими свойствами джозефсоновского перехода.

В настоящей работе рассматривается поверхностное сопротивление гранулированного сверхпроводника по отношению к внешней электромагнитной волне. Расчетные соотношения сопоставляются с экспериментальными данными по измерению поверхностного сопротивления керамики Y—Ba—Cu—O [5], что позволяет сделать некоторые заключения о свойствах межгранульных контактов.

Поверхностное сопротивление регулярной кубической структуры гранул

Рассмотрим случай, когда каждая гранула соединена электрическими контактами с ближайшими соседями, т. е. система находится за порогом перколяции. Основными параметрами модели будем считать размер гранул и электрические характеристики контакта между ними.

Рассматриваемая модель показана на рис. 1, *а*. Гранулы представлены шариками одинакового диаметра $2R$, расположенными в кубической решетке с постоянной решетки a. На решетку гранул падает плоская линейно поляризованная электромагнитная волна. Выделим с помощью электрических и магнитных стенок [1] цепочку гранул (рис. 1, *б*). Такая цепочка может быть представлена эквивалентной длинной линией (рис. 2, *а*), нагруженной через интервалы длиной a последовательно соединенными гранулами и контактами между ними. Погонные индуктивность и емкость линии определяются выражениями

$$L_1' = \mu_0, \quad C_1' = \varepsilon_0 \varepsilon', \tag{1}$$

где μ_0, ε_0 — проницаемости вакуума; ε' — диэлектрическая константа материала, заполняющего линию.

На схеме L_0, C_0 — индуктивность гранулы и емкость между гранулами; [2] C_k, R_N — емкость и нормальное сопротивление контакта; I_s — сверхток через контакт. Если контакт находится в линейном режиме (в слабом ВЧ поле без

[1] Электрическая стенка — это поверхность, на которой касательная составляющая электрического поля равна нулю ($E_\tau=0$), соответственно для магнитной стенки $H_\tau=0$.

[2] Приближенный квазистатический расчет позволяет получить следующие оценочные соотношения:

$$L_0 \simeq \mu_0 R/2\pi, \qquad C_0 \simeq \frac{\pi \varepsilon_0 \varepsilon' R}{2} \ln 2R/(a-2R).$$

смещающего тока), то цепочка со сверхтоком может быть представлена индуктивностью [7]

$$L_J = \Phi_0/2\pi I_c, \tag{2}$$

где Φ_0 — квант магнитного потока, I_c — критический ток контакта.

Положим, что можно пренебречь ввиду малости емкостными проводимостями ωC_0, ωC_1 и $\hat{\omega} C_k$. Позже будут сделаны оценки применимости такого упрощения.

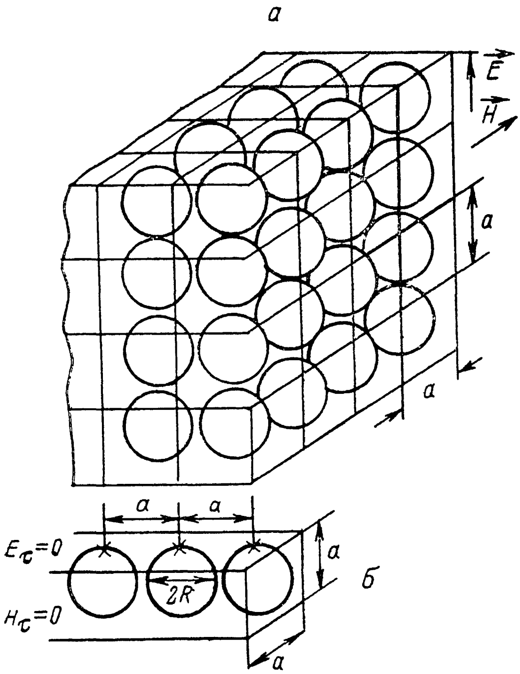

Рис. 1. Модель гранулированной среды.

Если исследуемый образец имеет достаточную толщину, то поверхностный импеданс, который «видит» плоская электромагнитная волна, нормально падающая на образец, равен волновому импедансу линий передачи, выделенных описанным выше способом. Для расчета волнового импеданса периодической структуры рассмотрим одну ячейку, показанную на рис. 2, *б*. Запишем *ABCD*-матрицу такой ячейки [8]

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_2 \\ I_2 \end{pmatrix},$$

$$A = D = 1 + i\omega L_1/2Z_k,$$

$$B = i\omega L_1 + (i\omega L_1/2)^2/Z_k, \quad C = Z_k^{-1},$$

$$Z_k = i\omega L_0 + (R_N^{-1} - i/\omega L_J)^{-1}. \tag{3}$$

Здесь $L_1 = \mu_0 a$, $L_0 \simeq \mu_0 a/4\pi$.

Волновой импеданс симметричного четырехполюсника

$$Z_0 = \sqrt{B/C}. \tag{4}$$

В дальнейшем, учитывая, что $L_0 < L_1$, полагаем $L_0 = 0$. Для случая $T > T_c$ ($L_J \to \infty$) из (3) и (4) получаем

$$Z_0 = iR_N\xi(1 - 2i/\xi)^{1/2}. \tag{5}$$

Здесь $\xi = \omega/\omega_N$, $\omega_N = 2R_N/\mu_0 a$.

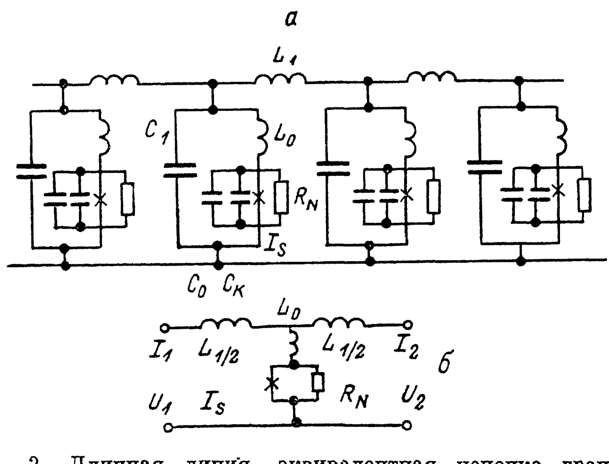

Рис. 2. Длинная линия, эквивалентная цепочке гранул.

Легко убедиться, что ω_N — частота, на которой $a = \delta_{ck}$, где $\delta_{ck} = (2\rho/\omega\mu_0)^{1/2}$, $\rho = aR_N$, ρ — удельное сопротивление системы гранул, рассматриваемых как непрерывная среда.

Для активной составляющей поверхностного сопротивления $R_{пов} = \mathrm{Re}\, Z_0$ из (5) получаются следующие асимптотические выражения:

$$\frac{R_{пов}}{R_N} = \begin{cases} \xi^{1/2} & \xi \ll 1, \\ 1 & \xi \gg 1. \end{cases} \quad (6)$$

На рис. 3 (кривая *1*) представлена зависимость $R_{пов}$ от ξ.

Для случая $T < T_c$ из (3) и (4) имеем

$$\begin{gathered} Z_0 = 2iR_N\alpha\theta\left[\alpha^2 + (1+i\theta)^{-1}\right]^{1/2}, \\ \alpha = a/2\lambda_э, \;\; \lambda_э = (\Phi_0 a/2\pi\mu_0 I_c)^{1/2}, \\ \theta = \omega/\omega_c, \;\; \omega_c = 2\pi R_N I_c/\Phi_0, \end{gathered} \quad (7)$$

где $\lambda_э$ — глубина экранирования поля, проникающего в периодическую структуру, рассматриваемую как непрерывная среда, ω_c — критическая частота контакта [7]. Из (7) получаем следующие асимптотические выражения:

$$\frac{R_{пов}}{R_N} = \begin{cases} \alpha\theta^2(1+\alpha^2)^{-1/2} & \theta \ll 1, \\ \alpha\,(2\theta)^{1/2} & 1 \ll \theta \ll \alpha^{-1}, \\ 1 & \theta \gg 1,\ \alpha^{-1}. \end{cases} \quad (8)$$

На рис. 3 (кривые *2*—*4*) представлена зависимость $R_{пов}$ от θ при разных α. Обращает на себя внимание наличие характерных асимптотических ветвей и точек излома. Сравнение зависимостей $R_{пов}$ от ω с данными эксперимента позволяет найти параметры модели R_N, ω_N, ω_c и α.

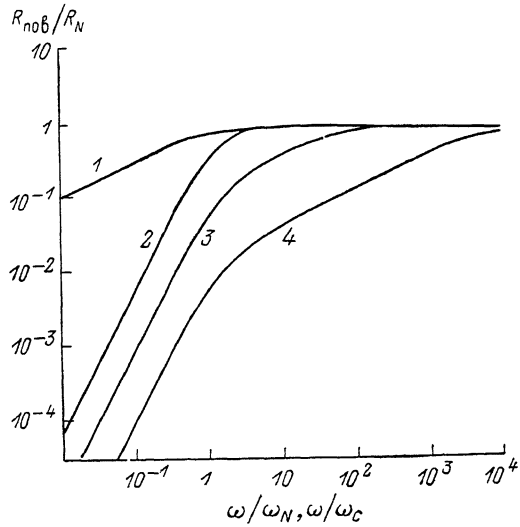

Рис. 3.

1 — $T > T_c$; $\alpha = 1$ (*2*), 0.1 (*3*), 0.01 (*4*) при $T < T_c$.

Сделаем замечание о проблеме усреднения. Если для падающей на образец волны выполнено условие $\lambda \gg a$ (λ — длина волны во внешнем пространстве), то импеданс отдельных гранул усредняется в квазистатическом приближении. Усреднение положений асимптот ($\omega \ll \omega_{N,\,c}$ и $\omega \gg \omega_{N,\,c}$) вдоль соответствующих осей координат в логарифмическом масштабе с учетом статистических распределений R_{Ni}, a_i, I_{ci} (i — номер гранулы) фактически означает нахождение средних по правилу $\ln R_{ср} = n^{-1}\sum_{i=1}^{n} \ln R_i$, которое для электрических параметров смеси в квазистатическом случае дает удовлетворительный результат см., например, [9]). Поэтому можно ожидать, что полученные зависимости $R_{пов}$ от ω будут устойчивы по отношению к процедуре усреднения. Соответствующий анализ должен быть еще проделан.

Сопоставление с экспериментальными данными

На рис. 4 приведены результаты измерения поверхностного сопротивления керамики Y—Ba—Cu—O на трех частотах [5]. Штриховыми кривыми показана условная интерполяция между экспериментальными точками.[3] Сплошные

[3] Поверхностное сопротивление керамики Y—Ba—Cu—O исследовалось также на частотах 3 [10] и 9.3 ГГц [11]. Получено относительное изменение $R_{пов}$ при изменении температуры. Эти данные хорошо согласуются с результатами измерений, приведенными на рис. 4.

Параметры модели					Характеристики контакта	
T, К	R_N, Ом	$\omega_N/2\pi$, Гц	$\omega_c/2\pi$, Гц	α	I_c, А	V_c, В
300	2.50	$6.3 \cdot 10^{10}$	—	—	—	—
78	0.25	—	$1.4 \cdot 10^{7}$	$3.3 \cdot 10^{-2}$	$1.1 \cdot 10^{-7}$	$2.8 \cdot 10^{-8}$
40	0.20	—	$8.0 \cdot 10^{9}$	$8.9 \cdot 10^{-1}$	$8.0 \cdot 10^{-5}$	$1.6 \cdot 10^{-5}$
4.2	0.17	—	$1.6 \cdot 10^{10}$	1.4	$1.9 \cdot 10^{-4}$	$3.2 \cdot 10^{-5}$

кривые соответствуют выражениям (5) и (7). Параметры модели, определенные из соображений наилучшего совпадения теории и эксперимента, приведены в таблице.

На частотах, близких к $3 \cdot 10^7$ Гц, экспериментальные точки плохо согласуются с теоретическими кривыми. Это может быть отчасти объяснено экспериментальными результатами, показывающими рост ВЧ потерь в сверхпроводящей керамике в районе указанных частот [12].

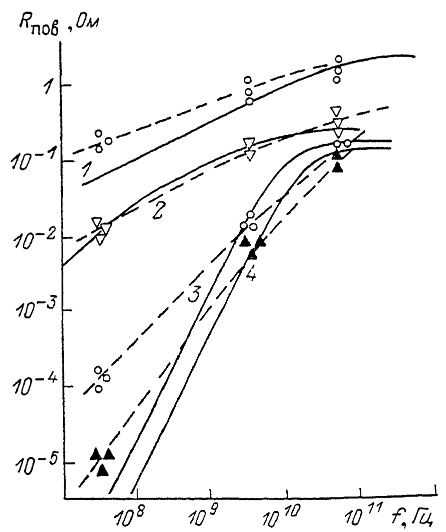

Рис. 4. Частотная зависимость поверхностного сопротивления гранулированного сверхпроводника при $T=300$ (*1*), 78 (*2*), 40 (*3*), 4.2 (*4*). Экспериментальные точки из работы [5].

Значение ω_N и R_N для нормального состояния ($T > T_c$) позволяет определить размер гранул и величину удельного сопротивления при $T=300$ К: $a=1 \cdot 10^{-5}$ м, $\rho = 2.5 \cdot 10^{-5}$ Ом·м. При известных a и α из (7) легко находится $\lambda_э$ и I_c. С другой стороны, I_c можно определить из (7), зная ω_c и R_N. Параметры модели выбирались таким образом, чтобы определенная различными способами величина I_c была одинаковой. Величина $V_c = I_c R_N$.

Обсуждение результатов

Величина ρ при $T=300$ К, определенная в предыдущем разделе по результатам ВЧ—СВЧ измерений, совпадает с измеренным ранее значением на НЧ [5]. Найденная величина $a=1 \cdot 10^{-5}$ м не противоречит данным микроскопических исследований поверхности керамики Y—Ba—Cu—O [6].

На основе исследования ВАХ контактов в керамических образцах Y—Ba—Cu—O была установлена S—N—S природа межгранульных контактов [4]. Теоретическая зависимость V_c от T для таких контактов получена в [13]. На рис. 5 приведены определенные в предыдущем разделе зависимости V_c и I_c от температуры. Ход кривой $V_c(T)$ полностью совпадает с результатами [13]. Сопоставление найденной зависимости $V_c(T)$ с количественными оценками, сделанными в [13], позволяет заключить, что металлическая прослойка между гранулами керамики Y—Ba—Cu—O имеет толщину $L=(8 \,.\,.\, 10)\xi^*$, где ξ^* — длина когерентности сверхпроводящего возбуждения в нормальном металле.

Представляет интерес сравнение величин I_c контакта, полученных на основе СВЧ измерений при малом сигнале, с критическим током образца, измеренным на НЧ при условии непосредственного разрушения сверхпроводящего состояния в образце. Заметим, что при приближении к I_c в системе гранул нарушается условие линейности контактов $L_J \to \infty$, поэтому $\lambda_э \to \infty$, и, следовательно, критический ток образца определяется при условии растекания тока по всему поперечному сечению. В этом случае критический ток образца

$$I_{c1} = I_c S / a^2, \tag{9}$$

где S — поперечное сечение образца; a — постоянная кубической решетки, в которой расположены контакты.

Измерения I_c на НЧ [5] дали при $T=4.2$ К $I_{c1}=5.2$ А, при $T=78$ К $I_{c1}=1\cdot10^{-2}$ А. Поперечное сечение образца $S=9\cdot10^{-6}$ м^2. Расчет с помощью (9) для I_c из таблицы дает при $T=4.2$ К $I_{c1}=17.1$ А, при $T=78$ К $I_{c1}=9.9\cdot10^{-3}$ А. Расхождение при $T=4.2$ К можно объяснить тем, что СВЧ измерения определяют параметры поверхностного слоя образца, тогда как НЧ ток при $I\to I_{c1}$ течет по всему поперечному сечению. При этом можно сделать вывод, что сверхпроводящие свойства поверхностного слоя керамики отличаются от свойств объема.

В заключение обратимся к оценке влияния емкостей C_k, C_0 и C_1. Емкость контакта становится существенной на частотах $\omega\geqslant(R_N C_k)^{-1}$. Для $S-N-S$ контакта соответствующие частоты лежат в диапазоне $10^{12}\ldots10^{13}$ Гц. Влияние емкостей C_0 и C_1 определяется резонансными частотами ω_p, связанными с дифракцией электромагнитной волны на периодической структуре. Грубая оценка позволяет определить порядок величины $\omega_p=2\pi c/a\sqrt{\varepsilon'}$ (c — скорость света в вакууме). Получаем $f_p\simeq10^{12}$ Гц. При интерпретации результатов эксперимента по отражению ИК излучения от поверхности керамики [14, 15] следует учитывать возможные резонансные явления, связанные не со свойством вещества, а с дифракцией волн на периодической структуре, образованной гранулами.

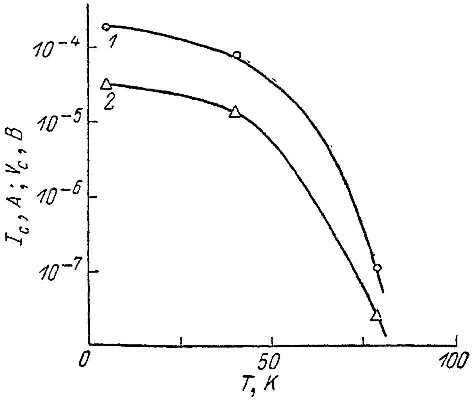

Рис. 5.
1 — I_c, 2 — V_c.

Заметим, что на частотах $f\leqslant10^{11}$ Гц параметры, характеризующие свойства гранул L_0, C_0, не принимались в расчет. Это означает, что на указанных частотах для рассматриваемой модели форма гранул не является существенной. Фактически модель описывает систему слабых мест, расположенных в узлах кубической решетки.

Таким образом, на основе измерений зависимости $R_{\text{пов}}$ от температуры и частоты в ВЧ—СВЧ диапазоне могут быть построены усредненные характеристики структуры: a, $R_N(T)$, $I_c(T)$, $V_c(T)$. Хотя полученные зависимости носят модельный характер, они могут быть полезны для количественного сопоставления исследуемых образцов и способов их приготовления.

Авторы выражают глубокую признательность К. К. Лихареву за интерес к настоящей работе и конструктивную критику.

Литература

[1] *Габович А. М., Моисеев Д. П.* // УФН. 1986. Т. 150. № 4. С. 600—623.
[2] *Бельски М., Вендик О. Г., Гаевскис А. П.* и др. // ЖТФ. 1986. Т. 56. Вып. 2. С. 389—391.
[3] *Clem I. R., Bumble B., Raider S. I.* et al. // Phys. Rev. B. 1987. Vol. 35. N 13. P. 6637—6642.
[4] *Верлашкин А. В., Васильев А. Л., Головашкин А. И.* и др. // Письма в ЖЭТФ. 1987. Т. 46. С. 59—62.
[5] *Бельски М., Вендик О. Г., Гайдуков М. М.* и др. // Письма в ЖЭТФ. 1987. Т. 46. С. 172—175.
[6] *Kumakura H., Uehara M., Yoshida Y., Togano K.* // Phys. Lett. A. // 1987. Vol. 124. N 6—7. P. 367—369.
[7] *Лихарев К. К.* Введение в динамику джозефсоновских переходов. М.: Наука, 1985. 320 с.
[8] *Гупта К., Гардис Р., Чадха Р.* Машинное проектирование СВЧ устройств. М.: Радио и связь, 1987. 432 с.
[9] *Вул Б. М.* // УФН. 1967. Т. 93. № 3. С. 541—552.
[10] *Hagen M., Hein H., Klein N.* et al. // J. Magn. and Magn. Mat. 1987. Vol. 68. N 1. P. L1—L5.

[11] *Sridhar S., Shiffman C., Homdek H.* // Phys. Rev. B. 1987. Vol. 36. N 4. P. 2301—2304.
[12] *Щербаков А. С., Кацнельсон М. И., Трефилов А. В.* и др. // Письма в ЖЭТФ. 1987. Т. 46. № 3. С. 111—114.
[13] *Куприянов М. Ю., Лихарев К. К., Лукичев В. Ф.* // ЖЭТФ. 1982. Т. 59. № 1 (7). С. 431—441.
[14] *Bonn B., Greedan J., Stager C.* et al. // Phys. Rev. Lett. 1987. Vol. 58. N 2. P. 2249—2250.
[15] *Collins R., Schlesinger Z., Koch R.* et al. Phys. Rev. Lett. 1987. Vol. 59. N 6. P. 704—707.

Ленинградский электротехническпй
институт им. В. И. Ульянова (Ленина)

Поступило в Редакцию
29 декабря 1987 г.