

О резком увеличении черенковских потерь джозефсоновских вихрей, движущихся под действием транспортного тока

© А.С. Малишевский, В.П. Силин, С.А. Урюпин, С.Г. Успенский

Физический институт им. П.Н. Лебедева Российской академии наук,
119991 Москва, Россия

E-mail: malish@lebedev.ru

(Поступила в Редакцию 25 сентября 2006 г.)

Показано, что в джозефсоновском переходе, магнитосвязанном с волноводом, при приближении скорости вихрей к верхним границам разрешенных областей относительный вклад черенковских потерь в плотность транспортного тока резко возрастает.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 17547), Роснауки (госконтракты № 02.442.11.7514 и 02.445.11.7331, НИР в рамках соглашения по теме „Теоретические и экспериментальные проблемы прикладной высокотемпературной сверхпроводимости“), Фонда поддержки отечественной науки, Фонда „Династия“ и УНК ФИАН.

PACS: 74.50.+g, 74.78.Fk

1. Введение

Свойства вихрей в джозефсоновских переходах (ДП), магнитосвязанных с волноводами, качественно отличаются от свойств вихрей в уединенных ДП (см., например, [1–3]). Как показано в работе [1], в системе ДП–волновод движение вихрей оказывается возможным, если их скорости лежат в двух интервалах, разделенных запрещенной зоной конечной ширины. Когда V_{SW} — скорость Свихарта волновода превосходит V_S — скорость Свихарта ДП, возможно движение двух типов вихрей: медленных, имеющих скорости меньше предельной скорости v_1 , величина которой меньше V_S , и быстрых, скорость которых больше V_{SW} , но меньше предельной скорости v_2 . В рамках слабелокальной джозефсоновской электродинамики, необходимой для учета проявлений эффекта Черенкова, вынужденное движение медленных и быстрых вихрей, возникающее под действием протекающего через ДП и волновод транспортного тока плотностью j , рассматривалось в работах [2,4]. В [4] установлена связь тока $j(v)$ со скоростью вихрей v , возникающая в условиях баланса силы Лоренца, действующей на вихрь со стороны тока, и сил трения, обусловленных малыми омическими потерями энергии в сверхпроводниках, ДП и волноводе, а также сравнительно небольшими черенковскими потерями, связанными с возбуждением волн Свихарта. Аналитическое рассмотрение работы [4] применимо при скоростях вихрей, не слишком близких к v_1 и v_2 , определяющих верхние границы областей разрешенного движения в пренебрежении поправками из-за эффекта Черенкова. Именно в [4] считалось, что основной параметр теории

$$\varepsilon = \sqrt{\pi} \lambda \lambda_j k_j^2(v) \times \left[1 + \frac{S^2 V_{SW}^4}{(V_{SW}^2 - v^2)^2} - 2(1 + L/\lambda) \frac{S^2 V_{SW}^2}{V_{SW}^2 - v^2} \right]^{1/2} \quad (1)$$

достаточно мал: $\varepsilon \leq 0.3$. Здесь λ — лондоновская длина, λ_j — джозефсоновская длина, L — расстояние между

ДП и волноводом, $S = \exp(-L/\lambda)$ — константа связи,

$$k_j^2(v) \equiv \frac{2}{\pi} \frac{V_{SW}^2 - v^2}{(v_1^2 - v^2)(v_2^2 - v^2)} \omega_j^2, \quad (2)$$

ω_j — джозефсоновская частота.

Как следует из приведенных в [4] аналитических зависимостей, вклад в $j(v)$, обусловленный черенковскими потерями, резко возрастает по мере приближения скорости вихря к v_1 и v_2 , когда ε приближается к единице, При этом скорости вихря хотя и близки к значениям v_1 и v_2 , но меньше их. Малость отличия скоростей, при которых $\varepsilon = 1$, от v_1 и v_2 , характеризуется малым параметром $\lambda/\lambda_j \ll 1$. Область скоростей, в которой ε не мало, может быть изучена численно. Результаты соответствующего численного рассмотрения приводятся в настоящей работе. Далее показано, что в интервалах скоростей, близких к v_1 и v_2 , когда $0.3 \leq \varepsilon \leq 1$, вклад в ток из-за черенковских потерь возрастает на два порядка. Столь сильное увеличение влияния черенковских потерь позволяет снизить требования к величине омических потерь, при которых определяющий вклад в действующую на вихрь силу трения обусловлен эффектом Черенкова. Расчеты зависимости $j(v)$ выполнены как для быстрых, так и для медленных вихрей, и для различных констант связи ДП и волновода. Показано, что при сильной связи из-за относительного увеличения черенковских потерь для поддержания равномерного движения медленных вихрей необходимо пропускать большие токи через ДП и волновод. Установлено, что при сильной связи ДП с волноводом влияние черенковских потерь на динамику быстрых вихрей может быть определяющим.

2. Основные соотношения

Для описания вихрей, движущихся со скоростью v , воспользуемся уравнением (29) работы [4]. Принимая во внимание обозначения (1) и (2) для зависящей от аргу-

мента $\xi = z - vt$ разности фаз $\psi(\xi)$ волновых функций сверхпроводников, образующих ДП, имеем

$$F[\psi] + J(v) = \frac{2}{\pi} k_j^{-2}(v) \psi''(\xi) + \frac{\varepsilon^2}{2\pi} k_j^{-4}(v) \psi^{IV}(\xi), \quad (3)$$

где $F[\psi]$ пилообразная функция вида [5,6]

$$F[\psi] = \frac{2}{\pi} \begin{cases} \psi, & -\pi/2 < \psi < \pi/2, \\ \pi - \psi, & \pi/2 < \psi < 3\pi/2, \\ \psi - 2\pi, & 3\pi/2 < \psi < 2\pi, \end{cases} \quad (4)$$

моделирующая ток Джозефсона через ДП, а $J(v)$ определяется плотностью транспортного тока, протекающего через рассматриваемую слоистую систему

$$J(v) = \frac{j}{j_c} \left(1 - S \frac{V_{SW}^2}{V_{SW}^2 - v^2} \right), \quad (5)$$

j_c — критическая плотность тока Джозефсона. Способ построения решения уравнения, подобного (3), предложен в работе [7] при рассмотрении вынужденного движения 2π -кинка в одиночном ДП. Здесь нет необходимости приводить процедуру решения. Вместе с тем для дальнейшего изложения важны два уравнения, которые связывают скорость 2π -кинка, плотность транспортного тока и размер $2\xi_j$ внутренней области 2π -кинка. Следуя [7], из (3) находим эти уравнения

$$J(v) = [1 - J(v)] \frac{1}{2\sqrt{1 - \varepsilon^2} (1 + \sqrt{1 + \varepsilon^2})} \times \left[\left(1 - \sqrt{1 - \varepsilon^4} \right) \sin^2(k_0 \xi_j) M_0^2 - \left(1 + \sqrt{1 - \varepsilon^4} \right) \sin^2(k_1 \xi_j) M_1^2 \right], \quad (6)$$

$$J(v) = \frac{1}{4} [1 - J(v)] \left[\left(\sqrt{\frac{1 + \varepsilon^2}{1 - \varepsilon^2}} + 1 \right) \frac{k_e}{k_1} \sin(2k_1 \xi_j) M_1 - \left(\sqrt{\frac{1 + \varepsilon^2}{1 - \varepsilon^2}} - 1 \right) \frac{k_e}{k_0} \sin(2k_0 \xi_j) M_0 \right], \quad (7)$$

где использованы следующие обозначения:

$$k_0 \equiv \sqrt{2(1 + \sqrt{1 - \varepsilon^2})} k_j(v) / \varepsilon, \quad (8)$$

$$k_1 \equiv \sqrt{2(1 - \sqrt{1 - \varepsilon^2})} k_j(v) / \varepsilon, \quad (8)$$

$$k_e \equiv \sqrt{2(-1 + \sqrt{1 + \varepsilon^2})} k_j(v) / \varepsilon, \quad (9)$$

$$M_0 \equiv 1 - \frac{k_e}{k_0} \operatorname{ctg}(k_0 \xi_j), \quad M_1 \equiv 1 - \frac{k_e}{k_1} \operatorname{ctg}(k_1 \xi_j). \quad (10)$$

Соотношения (5)–(10) позволяют установить связь тока со скоростью вихря в пренебрежении диссипацией энергии вихрей, обусловленной конечной проводимостью ДП и волновода, а также проводимостью нормальных электронов сверхпроводников. Когда диссипативные потери малы, их вклад в плотность тока можно учесть аддитивно. Величины соответствующих вкладов различны для медленных и быстрых вихрей. В том случае, когда скорость Свихарта волновода V_{SW} много больше скорости Свихарта ДП V_S , скорости v_1 и v_2 значительно отличаются по величине и приближенно равны: $v_1 = V_S \sqrt{1 - S^2}$, $v_2 = V_{SW} + S^2 V_S^2 / 2V_{SW} \gg v_1$. В этих условиях, используя соотношение (35) работы [4] для вкладов в ток, обеспечивающий равномерное движение медленных вихрей, имеем

$$\frac{j_\alpha(v)}{j_c} = \left(\frac{\pi}{2} \right)^{3/2} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{\pi} \right) \left(\frac{\alpha}{\omega_j} + \frac{\alpha_w}{\omega_j} S^2 \frac{V_S^2}{V_{SW}^2} \right) \times \frac{v}{\sqrt{v_1^2 - v^2}} (1 - S)^{-1}, \quad (11)$$

$$\frac{j_\beta(v)}{j_c} = \frac{1}{4} \left(\frac{\pi}{2} \right)^{1/2} \frac{\beta}{\omega_j} \frac{v V_S^2}{(v_1^2 - v^2)^{3/2}} \times \left(1 - S^2 + 2 \frac{L}{\lambda} S^2 \right) (1 - S)^{-1}, \quad (12)$$

где α и α_w — константы, определяющие омические потери в ДП и волноводе, β — константа, пропорциональная проводимости нормальных электронов в сверхпроводниках и определяющая так называемые поверхностные потери. В свою очередь используя соотношение (40) работы [4] для соответствующих величин плотности тока, обеспечивающего равномерное движение быстрых вихрей, имеем

$$\frac{j_\alpha(v)}{j_c} = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{\pi} \right) \left(\frac{\pi}{2} \right)^{3/2} \sqrt{\frac{v - V_{SW}}{v_2 - v}} \times \left[\frac{\alpha}{\omega_j} + \frac{\alpha_w}{\omega_j} \frac{S^2 V_S^2}{4(v - V_{SW})^2} \right] \left[1 + \frac{S V_{SW}}{2(v - V_{SW})} \right]^{-1}, \quad (13)$$

$$\frac{j_\beta(v)}{j_c} = \frac{1}{16} \left(\frac{\pi}{2} \right)^{1/2} \frac{\beta}{\omega_j} \frac{S^2 V_S^2}{\sqrt{v - V_{SW}} (v_2 - v)^{3/2}} \times \left[1 + \frac{S V_{SW}}{2(v - V_{SW})} \right]^{-1}. \quad (14)$$

Соотношения (11)–(14) вместе с приведенными выше соотношениями (5)–(10) позволяют дать сравнительный анализ величин вкладов в транспортный ток, обусловленных различными причинами потерь энергии движущимися вихрями.

3. Численные расчеты

На рис. 1–4 представлены результаты численных расчетов зависимостей плотности транспортного тока от скорости вихрей. Расчеты выполнены при следую-

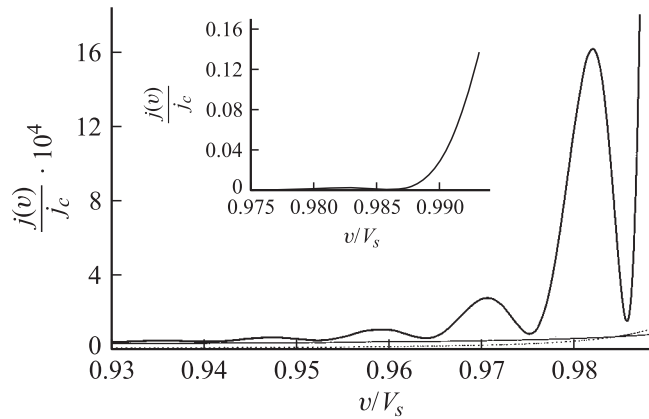


Рис. 1. Зависимость плотности транспортного тока от скорости медленного вихря в структуре ДП-волновод в случае малой константы связи: $S = 0.05$. Пунктирная кривая показывает вклад в плотность тока из-за омических потерь в сверхпроводниках, тонкая сплошная кривая — из-за омических потерь в ДП и волноводе. Жирная сплошная кривая дает суммарную плотность тока. Вставка иллюстрирует резкий рост тока в окрестности верхней границы области разрешенных скоростей из-за сильного увеличения потерь на черенковское излучение волн Свихарта. Расчет выполнен для следующих параметров структуры: $V_{sw} = 5V_s$, $\lambda/\lambda_j = 10^{-2}$, $\alpha = \alpha_w = 10\beta = 10^{-5}\omega_j$.

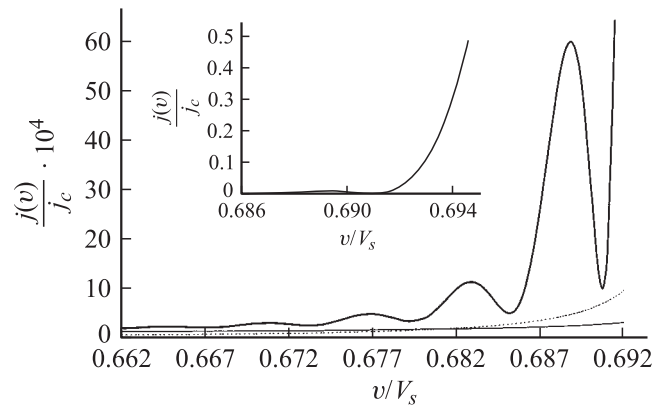


Рис. 2. Те же зависимости, что и на рис. 1, в случае сильной связи ДП с волноводом: $S \approx 0.7$.

ших значениях параметров ДП и волновода: $V_{sw} = 5V_s$, $\lambda/\lambda_j = 10^{-2}$, $\alpha = \alpha_w = 10\beta = 10^{-5}\omega_j$.

На рис. 1 приведены зависимости плотности тока от скорости медленного вихря для сравнительно слабой связи ДП и волновода, когда $L = 3\lambda$, что соответствует $S = 0.05$. Пунктирная кривая описывает омические потери в сверхпроводниках, тонкая сплошная кривая — омические потери в несверхпроводящих слоях. Жирная сплошная кривая дает суммарную плотность тока, которая является суммой токов, обусловленных омическими потерями в ДП, волноводе и сверхпроводниках и потерями на черенковское возбуждение волн Свихарта. На вставке к рис. 1 приведена суммарная плотность тока при скоростях, близких к предельной $v_{m1} \cong v_1[1 - (2a/\sqrt{\pi})(\lambda/\lambda_j)]^{1/2}$,

$a^2 = [1 - (2L/\lambda)S^2/(1 - S^2)]/(1 - S^2)$, $0 \leq a \leq 1$, при которой $\varepsilon = 1$. Согласно рис. 1, в сравнительно широком интервале скоростей для выбранных значений параметров слоистой структуры транспортный ток, необходимый для поддержания равномерного движения медленных вихрей, в основном обусловлен потерями на черенковское возбуждение волн Свихарта. Качественно подобные зависимости (рис. 2) имеют место и при сильной связи ДП и волновода. Соответствующие зависимости приведены на рис. 2 для случая $L = \lambda/3$, что отвечает $S \approx 0.7$. Из сравнения рис. 1 и 2 видно, что при сильной связи абсолютные значения суммарной плотности тока примерно в 3 раза больше, а область скоростей, в которой реализуется вынужденное движение медленных вихрей, примерно в 1.5 раза уже.

Величина степени связанности ДП и волновода оказывается более существенной в случае вынужденного движения быстрых вихрей, что видно из сравнения рис. 3 и 4. На этих рисунках приведены зависимости плотности тока от скорости быстрых вихрей при тех же значениях констант связи: $S = 0.05$ (рис. 3) и $S \approx 0.7$ (рис. 4). Тонкие сплошные кривые описывают вклад в ток из-за омических потерь в ДП и волноводе, пунктирные кривые — из-за омических потерь в сверхпроводниках, штрихпунктирные кривые — потери на черенковское излучение волн Свихарта, жирные сплошные кривые определяют суммарную плотность транспортного тока. Согласно рис. 3, при слабой связи ДП и волновода область скоростей быстрых вихрей очень узкая, а вклад от черенковских потерь меньше, чем от омических потерь в ДП и волноводе. Из-за узости области скоростей быстрого вихря черенковские осцилляции не проявляются в зависимости плотности тока от скорости, приведенной на рис. 3. Отметим, что наблюдаемый на рис. 3 в окрестности левой границы области скоростей

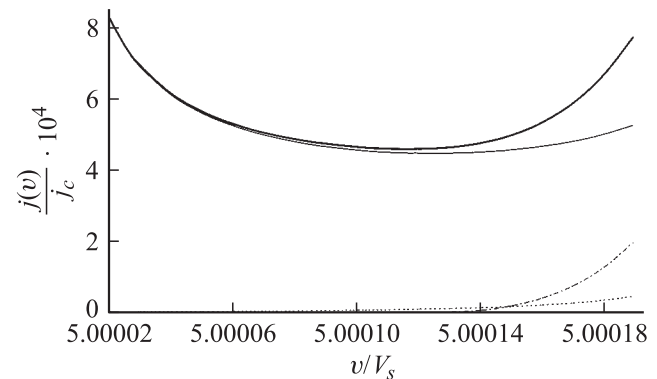


Рис. 3. Зависимость плотности транспортного тока от скорости быстрого вихря в структуре ДП-волновод в случае малой константы связи: $S = 0.05$. Пунктирная кривая — вклад в плотность тока из-за омических потерь в сверхпроводниках, тонкая сплошная кривая — из-за омических потерь в ДП и волноводе, штрихпунктирная кривая — из-за черенковских потерь. Жирная сплошная кривая — суммарная плотность тока. Параметры структуры те же, что и для медленных вихрей.

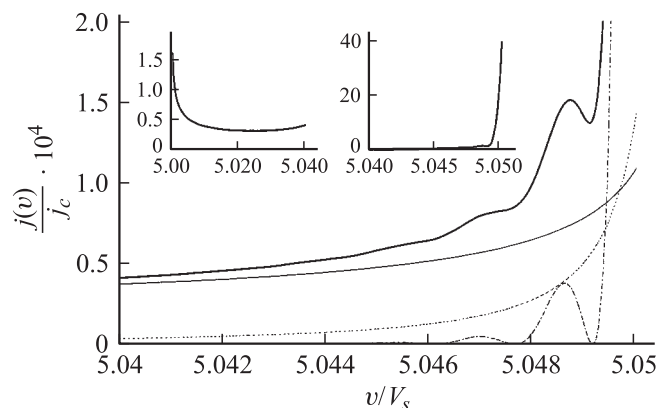


Рис. 4. Те же зависимости, что на рис. 3, в случае сильной связи ДП с волноводом: $S \approx 0.7$. Как и на основном рисунке, на левой и правой вставках изображена увеличенная в 10^4 раз плотность суммарного тока вблизи границ области, в которой возможно вынужденное движение быстрых вихрей.

разрешенного движения подъем суммарной кривой и кривой, описывающей вклад из-за омических потерь в ДП и волноводе, обусловлен омическими потерями в волноводе. В этой окрестности суммарный ток убывает с увеличением скорости вихрей. Области скоростей, в которых суммарная плотность тока убывает с ростом скорости, аналогичны участкам вольт-амперной характеристики с отрицательной дифференциальной проводимостью. Последнее является указанием на возможность развития электромагнитной неустойчивости, приводящей к срыву соответствующих участков на зависимости плотности тока от скорости.

Картина качественно изменяется при сильной связи ДП и волновода, что видно из сравнения рис. 3 и 4. Согласно рис. 4, при сильной связи область скоростей быстрого вихря существенно шире. Вследствие этого суммарная плотность тока имеет осцилляции, обусловленные черенковским взаимодействием вихрей с волнами Свихарта. В окрестности скорости $v_{m2} \cong v_2 [1 - (2S/\sqrt{\pi})(\lambda/\lambda_j)(V_s/V_{sw})^2]^{1/2}$, определяющей верхнюю границу области, в которой возможно движение быстрых вихрей, вклад в плотность тока из-за черенковских потерь становится доминирующим и превосходит вклады из-за омических потерь в ДП, волноводе и сверхпроводниках. Резкое возрастание плотности тока из-за роста черенковских потерь в окрестности v_{m2} иллюстрирует правая вставка к рис. 4. На левой вставке к рис. 4 приведена зависимость суммарной плотности тока от скорости в окрестности левой границы области разрешенных скоростей. Как и на рис. 3, возрастание тока с уменьшением скорости связано с ростом омических потерь в волноводе.

4. Заключение

Из изложенного выше следует, что чем ближе скорости медленных и быстрых вихрей к верхним границам областей, разрешенных для движения вихрей, тем

существеннее роль потерь энергии на излучение волн Свихарта ДП и волновода. Для быстрых вихрей влияние эффекта Черенкова тем сильнее, чем сильнее связь ДП и волновода. Приведенные выше закономерности движения медленных вихрей в значительной мере сходны с установленными ранее в [8] для уединенного ДП. Такие закономерности допускают экспериментальное изучение в условиях, подобных описанным в [8], применительно к условиям эксперимента [9]. Сопоставление приведенных на рис. 1–4 зависимостей для быстрых и медленных вихрей позволяет сделать вывод, что проявление эффекта Черенкова в динамике быстрых вихрей также допускает экспериментальное изучение, которое проще реализовать в условиях сильной связи ДП и волновода.

Список литературы

- [1] A.S. Malishevskii, V.P. Silin, S.A. Uryupin. Phys. Lett. A **306**, 153 (2002).
- [2] А.С. Малишевский, В.П. Силин, С.А. Урюпин. ЖЭТФ **125**, 673 (2004).
- [3] А.С. Малишевский, В.П. Силин, С.А. Урюпин, С.Г. Успенский. ФТТ **46**, 1544 (2004).
- [4] А.С. Малишевский, В.П. Силин, С.А. Урюпин, С.Г. Успенский. ФТТ **47**, 1737 (2005).
- [5] S. Sakai, H. Tateno. Jpn. J. Appl. Phys. **22**, 1374 (1983).
- [6] S. Sakai, N.F. Pedersen. Phys. Rev. B **34**, 3506 (1986).
- [7] В.П. Силин, А.В. Студенов. ЖЭТФ **117**, 1230 (2000).
- [8] A.S. Malishevskii, V.P. Silin, S.A. Uryupin, S.G. Uspenskii. Phys. Lett. A **348**, 361 (2006).
- [9] A. Franz. Fluxonendynamik in ringformigen Josephson-Kontakten. Diplomarbeit. Universität Erlangen-Nürnberg (1999). 96 p.