

УДК 533.952

## ЭВОЛЮЦИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ПЛАЗМЕННЫХ РАЗМЫКАТЕЛЯХ

*К. В. Чукбар, В. В. Яньков*

На основе понятия о вмороженности магнитного поля в электронную жидкость проанализирована динамика магнитного поля в плазме размыкателей. Показано, что снос поля током приводит к диссипации первого вблизи электродов и на неоднородностях плазмы и, следовательно, к возрастанию на несколько порядков величины сопротивления без нарушения квазинейтральности. Сопровождающая этот процесс пространственная неоднородность распределения электронного тока и магнитного давления вызывает движение ионов, которое дополнительно понижает плотность плазмы и усугубляет эффект.

Проведено сравнение различных теорий с экспериментальными данными.

### Введение

Эрозионные плазменные размыкатели позволили в последнее время укоротить фронты импульсов сильноточных генераторов приблизительно на порядок [1-4], подняв тем самым напряжение, что сразу привлекло внимание к ним и в первую очередь к применению их в задачах инерциального УТС. Столь значительный прогресс был достигнут без выяснения деталей работы размыкателей, поскольку в большинстве экспериментов измерялись фактически лишь вольт-амперные характеристики. До сих пор экспериментально не показано, где, собственно, происходит размыкание — на катоде, аноде, вдали от электродов, или надо говорить о внешнем и внутреннем электродах, или о направлении инжекции плазмы. В таких условиях единственной общепринятой причиной возрастания сопротивления плазмы («размыкания») следует считать уменьшение плотности плазмы, но и это не подтверждено прямыми измерениями. В вопросе о причинах уменьшения плотности плазмы единства нет. Наибольшую известность получила точка зрения авторов работы [1] (см. также обзор [5]). Согласно ей, уменьшение плотности плазмы (эрозия) связано с уходом ионов на катод под действием электрического поля, магнитное же поле играет вспомогательную роль, обеспечивая магнитную изоляцию возникшего вакуумного промежутка. Такая картина хотя и допустима, но, на наш взгляд, мало обоснована. В диодных промежутках большинства установок отношение магнитного давления к электрическому  $B^2/E^2$  составляет (после усреднения по объему)  $10^1$ — $10^5$  (к исключениям относится установка [3], имеющая и другие конструктивные отличия). Это значит, что на плазму действуют в основном магнитные, а не электрические силы, и именно роль первых из них будет рассмотрена в нашей работе.

Практически во всех установках скорость тока превышает альфвеновскую скорость, поэтому эволюция магнитного поля в размыкателях связана в основном со сносом его током, а не с движением ионов [6, 7]. Этот эффект приводит к появлению диссипации магнитного поля даже в идеально проводящей плазме, обеспечивая сопротивление размыкателя, достаточное для объяснения экспериментальных данных без привлечения гипотезы о нарушении квазинейтральности и образования вакуумного промежутка. Сопротивление размыкателей рассматривается в разделе 1, где показано, что оно растет с уменьшением концентрации плазмы.

В разделе 2 показано, что снос магнитного поля током приводит к появлению магнитного давления, отрывающего плазму от электродов (в первую очередь от анода), что также ведет к росту ее сопротивления.

В разделе 3 проводится сравнение теоретических моделей и экспериментальных результатов.

Всюду рассматривается характерная для размыкателей двумерная ситуация с одной ненулевой компонентой магнитного поля ( $B_\varphi$  в цилиндрической и  $B_z$  в плоской геометриях) и  $(\mathbf{B} \nabla) \equiv 0$ .

### 1. Сопротивление плазмы, вызванное сносом магнитного поля током

Оценим сопротивление размыкателя, электроды которого имеют форму коаксиальных цилиндров с радиусом порядка  $R$ , а замыкающая их плазма представляет собой шайбу толщиной  $L$  с концентрацией  $n$ . Тогда поток магнитной энергии, идущий от катода к аноду, равен

$$W = \frac{B^2}{8\pi} v_e 2\pi RL, \quad v_e = \frac{I}{ne2\pi RL}. \quad (1)$$

После подстановки  $v_e$  получаем, что этот поток не зависит от величины зазора и толщины плазменной шайбы. Особенно просто выглядит формула для связанного с этим потоком сопротивления

$$\tilde{R} = W/I^2 = 30 \frac{u}{c} [\text{Ом}]. \quad (2)$$

Здесь  $c$  — скорость света,  $u = I/ne2\pi R^2$  — скорость тока, усредненная по области масштаба  $R$ . При выводе учитывалось, что  $B = 2I/cR$ . Согласно (2), сопротивление растет с уменьшением  $n$  ( $u \propto n^{-1}$ ).

Оценки такого типа уже использовались ранее, например, в теории  $z$ -пучей [6]. Придадим им более конкретный смысл для частных моделей, воспользовавшись следующей системой уравнений [6, 7] (движением ионов пренебрегаем):

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \frac{\mathbf{j}}{c} + \frac{1}{nec} [\mathbf{j}, \mathbf{B}], \\ \mathbf{j} &= \frac{c}{4\pi} \text{rot } \mathbf{B}, \\ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= -c \text{rot } \mathbf{E}. \end{aligned} \quad (3)$$

Рассмотрим сначала втекание электронов в идеально проводящий анод (или вытекание их из катода) из однородной ( $n = \text{const}$ ) плазмы с высокой проводимостью ( $\omega_{Be}\tau_e \gg 1$ ,  $\tau_e = \sigma m/ne^2$  — время передачи импульса от электронов к ионам). Из формулы (1) легко видеть, что условиям сохранения переносимой магнитной энергии на границе плазма—электрод удовлетворить нельзя вследствие различия значений  $W$  из-за различия в концентрациях электронов. Следовательно, энергия должна диссипировать. Изучим механизм такой диссипации.

Из равенства нулю касательной к электроду компоненты электрического поля и из первого уравнения (3) следует, что

$$\frac{j_\perp B}{nec} = \frac{j_\parallel}{c},$$

т. е. электроны втекают в анод (или вытекают из катода) почти по касательной под углом

$$\theta \sim \frac{j_\perp}{j_\parallel} = \frac{1}{\omega_{Be}\tau_e} \ll 1. \quad (4)$$

Резкое возрастание  $j$  (вследствие появления  $j_{\parallel}$ ) вблизи электрода и обесценивает конечность диссипации при сколь угодно высокой проводимости — ситуация здесь аналогична с диссипацией во фронте ударной волны в газодинамике, также следующей из законов сохранения. Разобранный эффект хорошо известен в полупроводниковой плазме, более того, в этой области найдено даже аналитическое решение задачи о распределении тока в среде, правда, в линейном случае большого внешнего поля  $B$  и плоской, а не цилиндрической геометрии [8, 9]. Как и следовало ожидать, вся диссипация происходит в слое толщиной  $R/\omega_{Be}\tau_e$  у электрода.

В нашем нелинейном случае течения электронов в собственном поле найти распределение  $j$  гораздо сложнее, но понять картину поведения линий тока вблизи электродов можно, обратив задачу, т. е. определив форму электродов — эквипотенциалей по заданному распределению  $j$ . Пусть в плоской геометрии  $\mathbf{j} = j(x) \mathbf{e}_y$ ,  $\mathbf{V} = B(x) \mathbf{e}_z$ . Тогда из первого уравнения (3) форма электродов есть

$$y = \frac{\sigma}{nc} \int B(x) dx, \quad (5)$$

т. е. при  $j(x) = \text{const}$  они являются параболами  $y \sim x^2$ .

Наличие идеально проводящих электродов не единственная возможная причина диссипации магнитной энергии в плазме размыкателей. Такую же роль может сыграть неоднородность плазмы или цилиндричность задачи.

Дело в том, что, согласно (3), стационарное протекание тока ( $\text{rot } \mathbf{E} = 0$ ) при  $\sigma \rightarrow \infty$  возможно лишь вдоль линий  $nr^2 = \text{const}$  в цилиндрическом и  $n = \text{const}$  в плоском случаях [6, 7, 10]. Далее для простоты мы всюду в этом разделе будем рассматривать плоскую геометрию с  $j \nabla n \neq 0$ , т. е. с наличием непреодолимых (без учета конечной проводимости плазмы) препятствий для электронов. В этом случае из (3) следует

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \frac{c}{8\pi e} \left[ \nabla \frac{1}{n}, \nabla B^2 \right] + \frac{c^2}{4\pi \sigma} \Delta \mathbf{B}. \quad (6)$$

Первый член в правой части (6) и описывает протекание стационарного тока вдоль линий  $n = \text{const}$  при  $\sigma = \infty$ .

Пусть сначала профиль плотности плазмы монотонен. Для определенности положим  $j \parallel \mathbf{e}_y$ ,  $n = n(y)$ . Тогда, если электроны при своем движении втекают в более плотные области ( $j \nabla n < 0$ ), магнитное поле быстро проникает в плазму в виде волны с крутым передним фронтом [7]

$$B = \frac{B_0}{2} \left[ 1 - \text{th} \frac{k B_0 \sigma}{4} \left( x - \frac{c^2 k B_0}{8\pi} t \right) \right],$$

$$k = \left| \frac{1}{ec} \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{n} \right|. \quad (7)$$

После выхода этой волны к границе плазмы при  $x = L$  устанавливается стационарный профиль

$$B = B_0 \text{th} \frac{k \sigma B_0}{2} (x - L), \quad x < L.$$

В обратном случае  $j \nabla n > 0$  магнитное поле запирается вблизи противоположной границы плазмы  $x = 0$  [7]

$$B = \frac{B_0}{1 + \frac{\sigma k B_0}{2} x}, \quad x > 0,$$

не проникая в ее толщу.

В обоих случаях в стационаре ток течет не через всю плазму, а лишь через зону толщиной порядка  $\left( \left| \frac{\partial}{\partial y} \ln n \right| \omega_{Be} \tau_e \right)^{-1}$ , т. е. испытывает сопротивление, лишь геометрическими факторами отличающееся от (2). Заметим, что в характерной для размыкателей цилиндрической геометрии этот эффект существует и при  $n = \text{const}$  ( $\nabla nr^2 \neq 0$ ).

Пусть теперь  $n$  не является монотонной функцией координат, тогда в плазме наличествуют мелкомасштабные возмущения плотности. В этом случае ее сопротивление существенно зависит от наличия линий  $n = \text{const}$ , соединяющих электроды, ведь проводимость вдоль них велика. Действительно, при отсутствии таких путей и течений «напролом» через препятствия  $n(r)$  ( $n = n(y)$ ,  $\mathbf{j}$  в среднем направлен по  $Oy$ ) сопротивление замагниченному электронному току при  $\omega_{Be} \tau_e \gg 1$  очень велико. Если  $1/n = 1/n_0 (1 + \alpha \cos ky)$  (конкретизация, практически не сказывающаяся на ответе), то в стационаре, согласно (6), ток течет по змеевидным линиям

$$x \sim \frac{\omega_{Be} \tau_e}{k} \cos ky + \text{const}$$

и, как нетрудно подсчитать испытывает сопротивление в  $(\omega_{Be} \tau_e)^2$  раз превышающее обычное. Интересна математическая аналогия задачи о динамике магнитного поля в неоднородной плазме с задачей о диффузии в среде при наличии конвективного переноса, описываемого первым членом в правой части (6). В разобранный примере она допускает точное решение, представляя магнитное поле в виде

$$B = B(x, t) + \tilde{B}(x, t) \sin ky.$$

Разделяя в (6) плавные и быстро осциллирующие в пространстве члены, при учете  $\tilde{B} \ll B$ ,  $\partial/\partial x \ll k$  получаем

$$\begin{aligned} \tilde{B} &= \frac{\alpha z}{2n_0 e c k} \frac{\partial}{\partial x} B^2, \\ \frac{\partial B}{\partial t} &= \frac{c^2}{4\pi z} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha z B}{n_0 e c} \right)^2 + 1 \right] \frac{\partial B}{\partial x}. \end{aligned} \quad (8)$$

Аналогичная задача (правда, для линейной конвекции) была решена в [11] в предположении, что линии  $n = \text{const}$  (линии конвективного переноса) образуют регулярную квадратную сетку

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{n_0} (1 + \alpha \cos ky \cos kx).$$

Ответ в наших терминах сводится к повышению коэффициента диффузии (сопротивления) всего лишь в  $(\omega_{Be} \tau_e)^{1/2}$  раз. Причина достаточно проста: электроны растекаются по линиям сетки, соединяющим электроды и имеющим вследствие баланса сносового и диффузионного членов в (6) эффективную толщину порядка  $(k^2 \omega_{Be} \tau_e)^{-1/2}$ . Этот случай подтверждает необходимость детального изучения топологии линий  $n = \text{const}$ .

К сожалению, в наиболее реалистическом варианте случайного профиля  $n(x, y)$ , для которого узлы пространственной сетки расщепляются и линии  $n = \text{const}$  ведут себя весьма сложно и причудливо, решения найти не удастся. Очень естественно выглядит гипотеза о повышении сопротивления в  $(\omega_{Be} \tau_e)^\alpha$  раз, где  $1/2 < \alpha < 2$ . Можно предположить, что  $\alpha = 1$ .

Таким образом, неоднородность плазмы малой концентрации может существенно понизить ее проводимость, причем величина последней при  $\tau_e \rightarrow \infty$  может стремиться к нулю ( $\alpha = 1/2$ ), бесконечности ( $\alpha = 2$ ) или константе ( $\alpha = 1$ ) в зависимости от конкретного вида  $n(x, y)$ .

В заключение раздела можно отметить интересные геометрические эффекты различной функциональной зависимости сопротивления плазмы от ее размеров. Так, например формулы (8) справедливы лишь в случае достаточно большого поперечного размера плазмы  $L_x \geq \omega_{Be} \tau_e / k$ , когда токовая «змея», изгибаясь по  $x$ , не «чувствует» границ. В иной ситуации, растекаясь вдоль них, она начинает испытывать сопротивление  $\sigma^{-1} \omega_{Be} \tau_e k L_y$  (не зависящее от  $L_x$ ), а не следующее из (8)  $\sigma^{-1} (\omega_{Be} \tau_e)^2 L_y L_x^{-1}$ . Схожий эффект имеет место и при диссипации тока у электродов, когда расстояние между ними достаточно мало  $L_y \ll L_x / \omega_{Be} \tau_e$ .

## 2. Образование разрыва плазмы

Из разобранных в разделе 1 моделей следует сильно неоднородное протекание тока через плазму малой концентрации, когда токовая скорость превышает альфвеновскую. Возникающее при этом перераспределение магнитного давления приводит в движение ионы, и, хотя это движение в силу своей относительной медленности не изменяет предыдущих результатов, вызываемое им уменьшение концентрации может повышать сопротивление размыкателя и даже (в случае нарушения квазинейтральности) приводит к истинному размыканию. Рассмотрим этот эффект подробнее.

Эффект увеличения плотности тока и его растекания вдоль электродов (4) должен вызывать, как нетрудно видеть, отрыв плазмы от анода и ее прижимание к катоду за счет силы  $1/c [\mathbf{j}, \mathbf{B}]$ . Этот результат прямо противоположен результатам электростатической модели эрозии плазмы [1, 5]. Отметим, что в одножидкостной гидродинамике, пренебрегающей сносом магнитного поля током, электроды симметричны и такого эффекта нет, остается лишь гораздо более слабый эффект, связанный с цилиндричностью: вблизи внутреннего электрода магнитное давление повышено ( $B^2 \sim r^{-2}$ ).

Протекание стационарного тока вдоль линий  $nr^2 = \text{const}$  ( $n = \text{const}$  в плоском случае) приводит к тому, что магнитное давление становится функцией  $B^2/8\pi = r^{-2} f(nr^2)$ . Установление этой зависимости происходит за счет распространения волны типа (7) со скоростью, меняющейся вдоль фронта за счет изменения величины  $\nabla 1/nr^2$ . В результате появляется магнитная сила, направленная поперек линий  $nr^2 = \text{const}$ , стремящаяся разорвать плазму вдоль них. Подобный эффект вызывают и другие варианты протекания тока через неоднородную плазму, разобранные в разделе 1. К сожалению, о распределении концентрации плазмы в размыкателях нет экспериментальных данных, и зона пониженной плотности, из которой разовьется разрыв, может располагаться на любом электроде или в зазоре.

Существует также возможность теплового отрыва плазмы от электрода. При втекании электродов в анод и вытекании из катода неизбежно происходит нарушение вмороженности магнитного поля, сопровождающееся нагревом электронов, согласно оценкам (1), (2). Поскольку отвод тепловой энергии происходит с токовой скоростью, то тепловое давление оказывается порядка магнитного и способно привести к отрыву плазмы и от катода.

## 3. Сравнение с экспериментом

В этом разделе мы будем сравнивать между собой те теории работы плазменных размыкателей, которые в той или иной мере учитывают влияние магнитных полей. К ним относятся ставшая уже классической эрозионная теория, теория обычного МГД выноса сгустка плазмы из межэлектродного зазора и теория, предлагаемая в настоящей работе. Как уже отмечалось выше, ввиду чрезвычайной скудности экспериментальных данных настоящего отбора теорий провести нельзя, так как качественный ход вольт-амперных характеристик и величина сопротивления «разомкнутого» размыкателя  $\bar{R} \approx 1-10^2$  Ом хорошо объясняются всеми тремя, равно как и любой другой теорией, например почему-то никем не исследованной теорией развития аномального сопротивления вследствие ионно-звуковой неустойчивости. Можно лишь говорить о непротиворечивости той или иной теории экспериментам. Для этой цели удобно выделить три группы измерений: данные о роли направления инжекции, закорачивающей электроды плазмы, о роли полярности электродов и данные о динамике магнитного поля в плазме.

Первая группа очень важна для проверки эрозионной теории. Согласно ей, для работы размыкателя необходимо обеспечить инжекцию плазмы от катода к аноду, причем ток размыкания пропорционален плотности тока инжекции плазмы  $i = nv_{\text{ин}}$  [1, 5]. Прямая проверка, однако, не подтвердила этого: изменение параметров размыкателя при резком уменьшении плотности плазмы (при неизменном  $i$ ) в работе [12] заставило авторов сделать вывод об определяющей роли  $n$ , а не  $i$ . К этим же выводам приводит работа установки [3], где к моменту подключения генератора тока  $i=0$ , а размыкание происходит не сразу.

Во второй группе также относятся свидетельства об изменении работы размыкателей при изменении полярности электродов [13]. Если эрозионная и вышеизложенная теории, естественно, чувствительны к замене анода на катод, то одножидкостная МГД теория совершенно к ней безразлична. В то же время нельзя отрицать возможность существенной роли МГД выноса плазмы для первоначального снижения  $n$  и перевода плазмы по этому параметру в область эрозионной или нашей теории.

Наибольший интерес для сравнения представляют собой немногочисленные измерения магнитных полей в плазме размыкателей. Они свидетельствуют о быстром проникновении магнитного поля в плазму примерно с токовой скоростью [2, 13] (причем в работе [13] картина напоминает распространение волны с круглым передним фронтом (7)), о резко неоднородном протекании тока через плазму [12, 13] и о стремлении электронов течь вдоль электродов [2]. Все это отнюдь не противоречит нашей теории, изложенной в разделе 1, но грубость измерений вследствие малого количества зондов не позволяет исключить и последовательный отрыв плазмы от электродов (см. раздел 2), характерный и для эрозионной теории.

Некоторую дополнительную информацию могут дать результаты экспериментов на установках других типов. Так, например, в установке плазменный фокус был обнаружен электродный режим со скольжением тока по поверхности анода [14], сопровождавшийся отрывом плазмы от него. В работе [15] этот эффект объясняется сносом магнитного поля током. Отметим, что геометрия плазменного фокуса с выходом токовой оболочки на ось делает его очень эффективным размыкателем — обострителем, возрастание сопротивления перетяжки происходит за время, более чем в  $10^3$  раз меньшее по сравнению со временем нарастания тока (правда, переброса тока в другую цепь не происходит). Плазменный фокус отличается от плазменных размыкателей и геометрией и более высокой концентрацией плазмы, тем не менее наблюдаемый в нем отрыв плазмы от анода может происходить и в размыкателях. Согласно теории раздела 2, более низкая концентрация лишь способствует этому эффекту.

Возрастание сопротивления в прианодной части наблюдалось также в коаксиальных плазменных ускорителях, там это явление получило название анодного взрыва [16].

В заключение можно сделать вывод о том, что вопрос окончательного выбора теории упирается в проведение дополнительных экспериментов с хорошими диагностиками, причем в первую очередь для определения профиля плотности плазмы и магнитного поля.

#### Литература

- [1] *Ottinger P. F., Goldstein S. A., Meger R. A. J. Appl. Phys.*, 1984, v. 56, N 3, p. 774—784.
- [2] *Weber B. V., Commisso R. J., Meger R. A. et al. Appl. Phys. Lett.*, 1984, v. 45, N 10, p. 1043—1045.
- [3] *Долгачев Г. И., Закасов Л. П., Скорюпин В. А. Физика плазмы*, 1987, т. 13, № 6, с. 760—763.
- [4] *Абдуллин Э. Н., Батанов Г. П., Бастриков А. Н. и др. Физика плазмы*, 1985, т. 11, № 1, с. 109—110.
- [5] *Иваненков Г. В. Препринт ФИАН, № 318. М., 1985. 42 с.*
- [6] *Чернов А. А., Яньков В. В. Физика плазмы*, 1982, т. 8, № 5, с. 931—940.
- [7] *Кингсен А. С., Мохов Ю. В., Чукбар К. В. Физика плазмы*, 1984, т. 10, № 4, с. 854.
- [8] *Соколов Ю. Ф., Гастев В. В. ФТП*, 1975, т. 9, с. 1694—1703.
- [9] *Thomson A. H., Kino G. S. J. Appl. Phys.*, 1970, v. 41, N 6, p. 3064—3075.
- [10] *Морозов А. И., Шубин А. П. ЖЭТФ*, 1964, т. 46, № 2, с. 710—718.
- [11] *Осипенко М. В., Погуце О. П., Чудин Н. В. Физика плазмы*, 1987, т. 13, № 8, с. 953.
- [12] *Greenly J. V., Rondeau G. D., Sheldon H. T. et al. Proc. VI Intern. Conf. on High-Power Particle Beams. Kobe, 1986, p. 890—893.*
- [13] *Weber B. V., Colombat D. G., Commisso R. J. et al. Proc. VI Intern. Conf. on High-Power Particle Beams. Kobe, 1986, p. 882—885.*
- [14] *Базденков С. В., Гуреев К. Г., Филиппов Н. В., Филиппова Т. И. Письма в ЖЭТФ*, 1973, т. 18, № 3, с. 199—201.
- [15] *Вихрев В. В., Брагинский С. И. В сб.: Вопросы теории плазмы / Под ред. М. А. Леонтовича. М.: Атомиздат, 1980, № 10, с. 243—318.*
- [16] *Порошников А. А., Петросов В. А., Острецов Н. Н. В сб.: Физика и применение плазменных ускорителей / Под ред. А. И. Морозова. Минск, 1971, с. 239—260.*