

УДК 538.565

## ЛОКАЛИЗАЦИЯ ПРОДОЛЬНЫХ МОД НА НЕОДНОРОДНОСТЯХ В РЕЗОНАТОРЕ С РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

*Е. А. Аврутин, М. Э. Райх*

Показано, что отклонение поперечных размеров гофрированного волновода от среднего значения в некоторой области приводит к локализации волноводной моды в этой области. На примере утолщения прямоугольной формы рассчитаны частоты локализованных мод в случае бесконечно длинного гофрированного волновода. Исследовано влияние локальной неоднородности на спектр резонатора с распределенной обратной связью.

### Введение

Резонатор с распределенной обратной связью представляет собой гофрированный участок диэлектрического волновода. Способ нанесения гофрировки гарантирует постоянство ее глубины и периода, в то время как параметры волновода могут испытывать пространственные флуктуации. В работах [1-2] указывалось, что наиболее вероятный период неоднородностей толщины волновода составляет несколько десятков периодов гофрировки, а относительное изменение толщины не превышает нескольких процентов. В отсутствие гофрировки такие мелкие и плавные неоднородности не оказывают никакого влияния на распространение волноводных мод. Волновой вектор моды подстраивается под изменения толщины, а потери на отражение от таких неоднородностей экспоненциально малы. Ситуация резко изменяется при наличии гофрировки. Действительно, распределенная обратная связь в волноводном резонаторе имеет место для поперечных мод, волновой вектор которых кратен половине волнового вектора дифракционной решетки. Даже небольшое изменение волнового вектора моды в области неоднородности толщины выводит ее из резонанса. Для случая, когда гофрированный участок играет роль брегговского зеркала, влияние неоднородности толщины волновода на спектральные свойства зеркала исследовалось в работе [3], где было показано, что весьма малые плавные неоднородности, сравнимые по амплитуде с глубиной гофрировки, резко ухудшают спектральную селективность.

В настоящей работе показано, что, если гофрированный участок имеет бесконечную протяженность, любое отклонение толщины волновода от среднего значения в некоторой области приводит к локализации волноводной моды в пределах этой области. Иными словами, неоднородность толщины волновода играет роль резонатора, обладающего дискретными собственными частотами. В случае же резонатора с распределенной обратной связью, когда размер гофрированного участка конечен, такая неоднородность толщины может приводить к сильной перестройке спектра частот продольных мод и соответствующих им потерь на выход. Оба случая рассмотрены в настоящей работе для модели неоднородности, имеющей форму ступеньки (рис. 1, а) и допускающей аналитическое решение. Поскольку роль неоднородности толщины сводится к медленному (на масштабах много больше периода гофрировки) изменению волнового вектора моды, то полученные результаты отно-

сятся и к случаю полоскового волновода с неоднородной шириной полоски (рис. 1, б), исследовавшемуся численно в [4] и реализованному экспериментально в [5].

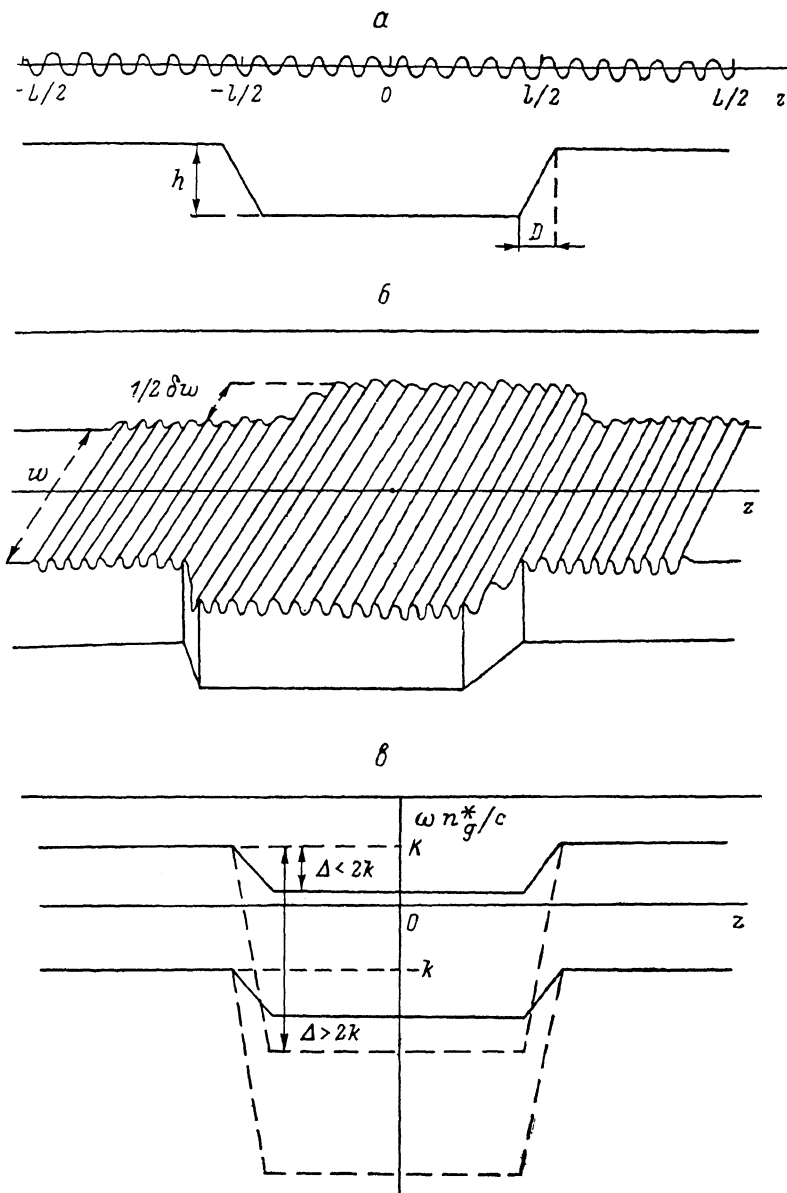


Рис. 1.

а — гофрированный волновод с утолщением, б — полосковый гофрированный волновод с локальной неоднородностью ширины полоски, в — зависимость частотного положения краев брэгговской щели от координаты в гофрированном волноводе с локальной неоднородностью волноводных свойств.

## 1. Бесконечно длинный гофрированный волновод

Гофрированный волновод с утолщением представлен на рис. 1, а. Как известно [6], наличие гофрировки приводит к появлению брэгговской щели в спектре волноводных мод. Частота, соответствующая центру щели  $\omega_B$ , определяется из условия  $2\beta(\omega_B) = n\sigma$  (где  $\beta(\omega)$  — зависящая от частоты постоянная распространения волноводной моды в невозмущенном волноводе),  $\sigma = 2\pi/a$  ( $a$  — период гофрировки,  $n$  — порядок брэгговской дифракции). Мы

для определенности рассмотрим случай  $n=1$ . Для частот  $\omega$ , близких к брэгговской  $|\omega - \omega_B| \ll \omega_B$ , амплитуду поперечной волноводной моды можно представить в виде

$$R(z) e^{\frac{i\sigma z}{2}} + S(z) e^{-\frac{i\sigma z}{2}}, \quad (1)$$

где функции  $R(z)$  и  $S(z)$  медленно меняются на периоде гофрировки и удовлетворяют системе уравнений [6]

$$\begin{aligned} i \frac{dR}{dz} + \delta R &= k e^{-i\Omega} S, \\ -i \frac{dS}{dz} + \delta S &= k e^{i\Omega} R, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\delta = \beta(\omega) - \sigma/2 = (\omega - \omega_B)/v_g$  — приведенная расстройка,  $v_g = \partial\beta/\partial\omega$  — групповая скорость моды,  $k$  и  $\Omega$  — модуль и фаза коэффициента связи соответственно. В пределах брэгговской щели  $|\delta| < k$  решения системы (2) отвечают затухающим или нарастающим, а вне брэгговской щели  $|\delta| > k$  — распространяющимся волнам. Локализованных решений система (2) не имеет. Однако наличие сколь угодно слабой неоднородности толщины волновода приводит к появлению локализованных мод. Причина этого состоит в следующем. В пределах области утолщения  $|z| < l/2$  положение центра брэгговской щели сдвигается  $\bar{\omega}_B = \omega_B - \Delta v_g$ , где  $\Delta = \frac{\partial\beta}{\partial d} h$ ,  $d$  — толщина волновода,  $h$  — изменение толщины при  $|z| < l/2$ . Таким образом, волна с частотой, лежащей в интервале  $\omega_B + k v_g > \omega > \omega_B + (k - \Delta) v_g$  может распространяться в области  $|z| < l/2$  и затухать в областях  $|z| > l/2$ , которые, таким образом, играют роль зеркал резонатора. Собственные моды такого резонатора и являются модами, локализованными на неоднородности. Частоты этих мод  $\omega_m = \omega_B + \delta_m v_g$  лежат в пределах брэгговской щели  $|\delta_m| < k$ . Ниже мы рассчитаем эти частоты для различных значений параметров  $\Delta$  и  $l$ .

Решение системы уравнений (2) в области  $z < -l/2$  представим в виде

$$R(z) = r_1 e^{\gamma(z + \frac{l}{2})}, \quad S(z) = s_1 e^{\gamma(z + \frac{l}{2})}, \quad (3)$$

причем, как следует из (2),

$$s_1 = \frac{k e^{i\Omega}}{-i\gamma + \delta} r_1, \quad (4)$$

$$\gamma = \sqrt{k^2 - \delta^2}. \quad (5)$$

Аналогично при  $z > l/2$

$$R(z) = r_2 e^{-\gamma(z - \frac{l}{2})}, \quad S(z) = s_2 e^{-\gamma(z - \frac{l}{2})}, \quad (6)$$

$$s_2 = \frac{k e^{i\Omega}}{i\gamma + \delta} r_2. \quad (7)$$

В области  $|z| < l/2$  следует заменить в системе (2)  $\delta$  на  $\delta + \Delta$ . Тогда получим

$$\begin{aligned} R(z) &= r_{01} e^{i\theta z} + r_{02} e^{-\theta z}, \\ S(z) &= s_{01} e^{i\theta z} + s_{02} e^{-i\theta z}, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\theta = \sqrt{(\delta + \Delta)^2 - k^2}, \quad (9)$$

а коэффициенты  $r_0$  и  $s_0$  связаны соотношениями

$$s_{01} = \frac{k e^{i\Omega}}{\theta + \delta + \Delta} r_{01}; \quad s_{02} = \frac{k e^{i\Omega}}{-\theta + \delta + \Delta} r_{02}. \quad (10)$$

Из условия непрерывности функций  $R$  и  $S$  при  $z = \pm l/2$  получаем систему четырех линейных уравнений, связывающих коэффициенты  $r$  и  $s$ . Приравняв к нулю ее определитель, находим

$$\sqrt{(\delta + \Delta)^2 - k^2} l = \pi m + 2 \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{(k - \delta)(\delta + \Delta + k)}{(k + \delta)(\delta + \Delta - k)}}. \quad (11)$$

Решения  $\delta_m$  уравнения (11) определяют частоты локализованных мод. Из этого уравнения видно, что одна локализованная мода, соответствующая  $m = 0$ , имеется при сколь угодно малой длине утолщения и его приведенной амплитуде  $\Delta$ . При этом значение  $\delta_0$  близко к верхнему краю брэгговской щели и описывается асимптотическим выражением

$$\delta_0 = k \left( 1 - \frac{(\Delta l)^2}{2} \right). \quad (12)$$

При  $\Delta l \sim 1$   $\delta_0$  проходит через центр брэгговской щели, а при дальнейшем увеличении параметра  $\Delta l$  опускается еще ниже и при  $\Delta l = kl + \sqrt{\pi^2 + k^2 l^2}$  достигает нижнего края щели  $\delta_0 = -k$ . Локализованная мода при этом исчезает. Решения уравнения (11) с  $m > 0$  ведут себя аналогично. Они возникают на верхнем крае щели при

$$\Delta l = -kl + \sqrt{\pi^2 m^2 + k^2 l^2} = \Delta_m^{(1)} l$$

и исчезают на нижнем при

$$\Delta l = kl + \sqrt{\pi^2 (m + 1)^2 + k^2 l^2} = \Delta_m^{(2)} l.$$

Асимптотическое поведение этих решений вблизи верхнего и нижнего краев щели имеет соответственно вид

$$\delta_m = k \left[ 1 - \left( \frac{k + \Delta_m^{(1)}}{2k + \Delta_m^{(1)}} \right)^2 \frac{l^2 (\Delta - \Delta_m^{(1)})^2}{2} \right], \quad (13)$$

$$\delta_m = -k \left[ 1 - \left( \frac{\Delta_m^{(2)} - k}{\Delta_m^{(2)} - 2k} \right)^2 \frac{l^2 (\Delta - \Delta_m^{(2)})^2}{2} \right]. \quad (14)$$

Численное решение уравнения (11) для значений параметра  $kl = 3$  и  $kl = 1/3$  приведено на рис. 2, а.

При  $\Delta \gg k$  форма кривых  $\delta(\Delta)$  перестает зависеть от номера моды  $m$ . В этом случае уравнение (11) упрощается и принимает вид

$$\operatorname{tg} \Delta l = \frac{\sqrt{k^2 - \delta^2}}{\delta}. \quad (15)$$

Решение этого уравнения есть

$$\delta = \begin{cases} k \cos \Delta l, & \{\Delta l / 2\pi\} < 1/2, \\ -k \cos \Delta l, & \{\Delta l / 2\pi\} > 1/2, \end{cases} \quad (16)$$

где символ  $\{x\}$  означает дробную часть числа  $x$ . Это решение представлено на рис. 2, б.

До сих пор мы полагали края утолщения резкими, что соответствует размеру переходной области  $D \rightarrow 0$  (рис. 1, в). Обсудим теперь критерий применимости сделанного приближения. Если  $D$  конечно, то в области  $|z \pm l/2| < D$  в систему уравнений (2) следует вместо  $\delta$  подставить  $\delta + \Delta(z)$ , где  $\Delta(z)$  — зависящее от координаты  $z$  приведенное утолщение. Можно показать, что переходная область слабо влияет на частоты локализованных мод при условии  $D \ll \Delta/k^2$ . Если же это условие не выполняется, т. е.  $D \gg \Delta/k^2$ , то наиболее существенные изменения в спектре локализованных мод имеют место при достаточно больших утолщениях  $\Delta \gg k$  (рис. 1, в, пунктир). При этом на фоне сплошного спектра решений системы (2) с  $\delta < -k$  возникнут квазилокализованные моды. Физическая причина их возникновения состоит в том, что решения системы (2) в области  $|z \pm l/2| < D$  являются затухающими, поэтому распространяющиеся

в области  $|z| < l/2$  волны оказываются слабо связанными с модами сплошного спектра. Если форму краев утолщения положить линейной, то для времени затухания  $\tau$  квазилокализованной моды, обусловленного уходом в сплошной спектр, можно получить выражение

$$\tau \sim \frac{1}{kv_g} e^{\frac{\pi k^2 D}{\Delta}}. \quad (17)$$

Зависимость  $\delta$  ( $\Delta$ ) в этом случае не обрывается на нижнем крае щели, как на рис. 2, а будет иметь продолжение в область  $\delta < -k$ ; при этом у  $\delta$  появляется мнимая добавка порядка  $(v_g \tau)^{-1}$ .

В работах [7, 8] исследовалось изменение спектральных свойств резонатора с распределенной обратной связью, вызванное локальным сбоем фазы гофрировки. Покажем, что аналитическое рассмотрение в этом случае сводится к задаче о гофрированном волноводе с утолщением, рассмотренной выше. Изме-

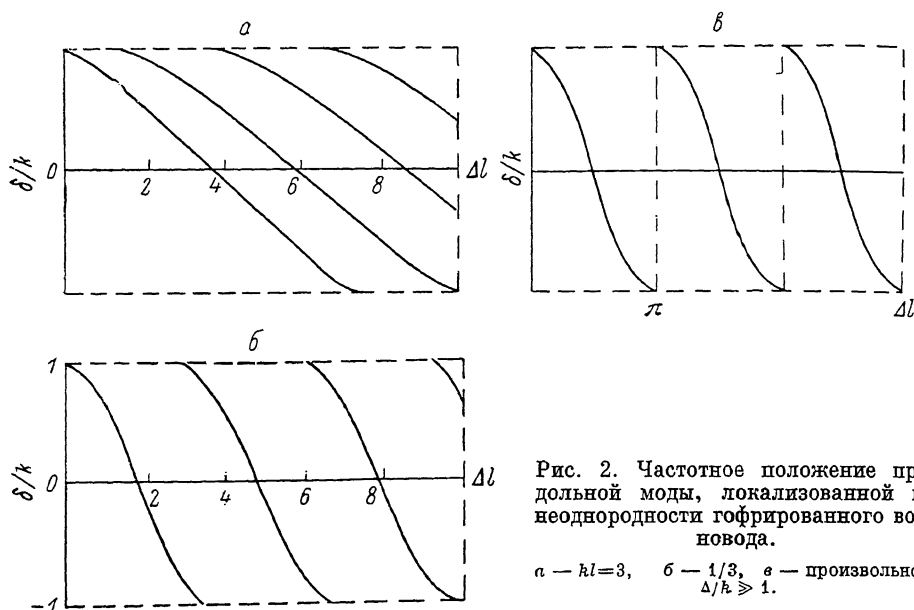


Рис. 2. Частотное положение продольной моды, локализованной на неоднородности гофрированного волновода.

$a - kl=3$ ,  $б - 1/3$ ,  $б -$  произвольное.  $\Delta/k \geq 1$ .

нение фазы гофрировки приводит к тому, что величина  $\Omega$  в системе уравнений (2) для функций  $R$  и  $S$  становится зависящей от  $z$ . Заменой переменных

$$R(z) = \tilde{R}(z) \exp(-i\Omega(z)/2), \quad S(z) = \tilde{S}(z) \exp(i\Omega(z)/2)$$

Эта система сводится к системе вида (2) с  $\Omega=0$  и приведенным утолщением

$$\Delta(z) = \frac{1}{2} \frac{d\Omega}{dz}. \quad (18)$$

Таким образом, причиной изменения спектральных свойств резонатора, вызванного сбоем фазы гофрировки, является, как и в случае неоднородности толщины, локализация продольных мод. Частоты этих мод в случае бесконечно длинного гофрированного волновода определяются выражением (16), в которое вместо  $\Delta l$  следует, как видно из формулы (18), подставить  $\Phi/2$ , где  $\Phi = \Omega_2 - \Omega_1$  — изменение фазы гофрировки при сбое. В частном случае  $\Phi = \pi$  имеем  $\delta = 0$ , т. е. частота локализованной моды находится в центре щели. Этот результат аналогичен полученному в [9] при рассмотрении контакта двух полупроводников с различной симметрией волновых функций на верхнем и нижнем краях запрещенной зоны. Действительно, изменение фазы гофрировки на  $\pi$  приводит к изменению четности (относительно замены  $z \rightarrow -z$ ) выражения (1) для поля волны на верхнем и нижнем краях брэгговской щели.

Полученные результаты остаются в силе и в случае, когда гофрировка осуществляет резонансную связь между разными поперечными модами  $i$  и  $j$ . Резонансная частота  $\omega_B$  находится в этом случае из условия

$$\beta_i(\omega_B) + \beta_j(\omega_B) = n\pi.$$

Частоты локализованных мод находятся из уравнения (11), в которое в качестве приведенного утолщения следует подставить

$$\Delta = \frac{1}{2} (\partial\beta_i/\partial d + \partial\beta_j/\partial d) h,$$

а в качестве приведенной расстройки

$$\delta = (\omega - \omega_B)(v_{gi}^{-1} + v_{gj}^{-1})/2,$$

где  $v_{gi}$ ,  $v_{gj}$  — групповые скорости мод  $i$  и  $j$ .

Если гофрировка осуществляет резонансную связь в  $-2$  порядке дифракции, то следует учитывать потери на излучение  $\Gamma$ , возникающие в  $-1$  порядке. Как показано в [10], учет этих потерь сводится к замене в системе (2) величины  $k$  на  $k + i\Gamma$ , а величины  $\delta$  на  $\delta + i\Gamma$ . При этом в пределе  $\Delta \gg k$  для частоты локализованной моды получается выражение

$$\delta = -i\Gamma + (k + i\Gamma) \cos\left(\pi \left\{ \frac{\Delta l}{\pi} \right\}\right). \quad (19)$$

Видно, что время жизни локализованной моды, обусловленное потерями на излучение,  $\tau = \left[ 2v_g \Gamma \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \left\{ \frac{\Delta l}{\pi} \right\}\right) \right]^{-1}$  существенно зависит от положения ее частоты в пределах брэгговской щели. На нижнем крае оно минимально и стремится к бесконечности при приближении к верхнему краю.

В заключение раздела сделаем численные оценки. Характерное значение величины  $\partial\beta/\partial d$  для обычных трехслойных диэлектрических волноводов порядка  $6$  ( $\Delta\epsilon$ )<sup>3/2</sup>/ $\lambda^2\epsilon_f$  [11], где  $\lambda$  — длина волны света,  $\epsilon_f$  — диэлектрическая проницаемость волноводного слоя, а  $\Delta\epsilon$  — скачок диэлектрической проницаемости на границе с подложкой. Характерное значение  $k$  составляет  $100 \text{ см}^{-1}$  [4]. Таким образом, условие  $\Delta \sim k$ , необходимое для того чтобы частота локализованной моды находилась в центре брэгговской щели, удовлетворяется для утолщений  $h \geq 100-200 \text{ \AA}$ . Если локализация моды достигается за счет расширения  $\delta w$  полоски (рис. 1, б), то в качестве параметра  $\Delta$  следует использовать величину  $\delta w$  ( $\partial\beta/\partial w$ ). Условие  $\Delta \sim k$  при этом удовлетворяется, если  $\delta w/w \geq 0.1$ .

## 2. Резонатор с распределенной обратной связью

Пусть гофрированный участок волновода имеет конечную протяженность  $L$ , т. е. является резонатором с распределенной обратной связью. Ясно, что наличие моды локализованной на утолщении, расположенном в пределах гофрированного участка, должно привести к существенной перестройке спектра резонатора. Действительно, если длина резонатора  $L$  много больше области локализации моды, которая по порядку величины составляет  $k^{-1}$ , то такая мода будет являться и собственной модой резонатора, хотя ее частотное положение может сильно отличаться от положения мод резонатора без утолщения. С другой стороны, при  $kL \gg 1$  амплитуда поля локализованной моды на границах  $z = \pm L/2$  (рис. 1) гофрированного участка экспоненциально мала, поэтому малы и потери на выход, так что по отношению к другим модам резонатора локализованная мода будет обладать большей добротностью. Для расчета собственных частот резонатора с утолщением  $\omega_n$  и соответствующих им потерь на выход  $\alpha_n$  следует решить систему (2) в области  $|z| < l/2$  с решениями этой системы в областях  $|z| > l/2$ , причем, кроме затухающих волн, в этих областях следует учитывать и нарастающие. Дополнительные граничные условия имеют вид  $R(-L/2) = 0$ ,  $S(L/2) = 0$ , что соответствует отсутствию отражения на границах. В результате получается уравнение

$$e^{-2i\theta l} = \left[ \frac{(\Delta + \theta) \operatorname{sh}\left(\gamma \frac{L-l}{2}\right) - i\gamma \operatorname{ch}\left(\gamma \frac{L-l}{2}\right)}{(\Delta - \theta) \operatorname{sh}\left(\gamma \frac{L-l}{2}\right) - i\gamma \operatorname{ch}\left(\gamma \frac{L-l}{2}\right)} \right]^2 \frac{\delta + \Delta - \theta}{\delta + \Delta + \theta}, \quad (20)$$

где величины  $\gamma$  и  $\theta$  связаны с  $\delta$  соотношениями (5), (9). Комплексные решения  $\delta_n$  уравнения (20) можно представить в виде  $\delta_n = \nu_n - i\alpha_n$ , где  $\nu_n = (\omega_n - \omega_B)/v_g$ .

Рассмотрим случай  $kL \gg 1$ , представляющий наибольший интерес. В этом случае решения уравнения (20) естественным образом распадутся на две группы. Первая группа решений отвечает модам, локализованным в области утолщения. Как уже указывалось выше, значения для этих мод слабо отличаются от значений, определяемых уравнением (11). Формально в этом можно убедиться, устремив  $L \rightarrow \infty$  в уравнении (20). При этом оно переходит в (11). Значения потерь  $\alpha_n$  для этих мод определяются поправками к решениям уравнения (11). Для их нахождения следует разложить правую часть уравнения (20) по малому параметру  $\exp(-\gamma(L-l)/2)$ . При этом получим

$$\alpha_n = \frac{2\gamma_n^2 \theta_n^2}{\Delta k^2 [2\delta_n + \Delta + \gamma_n l (\delta_n + \Delta)]} e^{-\gamma_n(L-l)}. \quad (21)$$

Вторая группа решений уравнения (20) аналогична модам резонатора с распределенной обратной связью в отсутствие утолщения. Если положить в (20)  $\Delta = 0$  и  $l = 0$ , то оно переходит в известное уравнение

$$e^{2\gamma l} = \frac{-i^j + \delta}{i\gamma + \delta}, \quad (22)$$

приведенное впервые в работе [6]. Его асимптотические при  $kL \gg 1$  решения имеют вид

$$\nu_{\pm m}^{(0)} = \pm k \left( 1 + \frac{\pi^2 m^2}{2(kL)^2} \right), \quad (23)$$

$$\alpha_{\pm m}^{(0)} = \frac{\pi^2 m^2}{k^2 L^3}. \quad (24)$$

Видно, что в отсутствие утолщения частоты собственных мод расположены вне щели и сгущаются к ее краям, а потери растут при удалении от центра щели. При малых утолщениях  $\Delta$ , т. е.  $\Delta \ll (kL)^{-1}$ , выражения (23), (24) остаются в силе. При  $\Delta \gg (kL)^{-1}$  наличие утолщения приводит к тому, что собственные частоты разбиваются на пары, расположенные вблизи значений  $\nu_m^{(0)}$  с четными  $m$ . Для мод с  $m > 0$  выражения для собственных частот имеют вид

$$\nu_{2m} = \nu_{2m}^{(0)} - \frac{4\pi^2 m^2 \theta \operatorname{tg}(\theta l/2)}{k^2 L^3 \Delta}, \quad (25)$$

$$\nu_{2m+1} = \nu_{2m}^{(0)} + \frac{4\pi^2 m^2 \theta \operatorname{ctg}(\theta l/2)}{k^2 L^3 \Delta}. \quad (26)$$

Для мод с  $m < 0$  соответственно имеем

$$\nu_{2m} = \nu_{2m}^{(0)} + \frac{4\pi^2 m^2 |\theta| \operatorname{th}(|\theta| l/2)}{k^2 L^3 \Delta}, \quad (27)$$

$$\nu_{2m+1} = \nu_{2m}^{(0)} + \frac{4\pi^2 m^2 |\theta| \operatorname{cth}(|\theta| l/2)}{k^2 L^3 \Delta}. \quad (28)$$

В качестве параметра  $\theta$  в формулы (25), (26) следует подставлять  $\theta = \sqrt{2k\Delta + \Delta^2}$ , а в формулы (27), (28)  $|\theta| = \sqrt{2k\Delta - \Delta^2}$ . Соответствующие потери на выход как в случае  $m > 0$ , так и в случае  $m < 0$  определяются соотношением

$$\alpha_{2m} = \alpha_{2m+1} = \alpha_{2m}^{(0)}. \quad (29)$$

Из формул (25)–(28) видно, что разность частот в пределах одной пары мала по сравнению с частотным интервалом между соседними парами по параметру  $(k\Delta L)^{-1} \ll 1$ . Объединение мод в пары с частотами, близкими к частотам  $\nu_{2m}^{(0)}$ ,

мод резонатора без утолщения с четными номерами, связано с тем, что эти моды имеют узел при  $z=0$ , т. е. в центре утолщения.

В случае короткого резонатора при  $kL \ll 1$  решения уравнения (22), определяющего собственные частоты и потери в отсутствие утолщения, имеют вид

$$\nu_m = \frac{\pi}{2L} (2m + 1), \quad (30)$$

$$\alpha_m = \begin{cases} \frac{1}{L} \ln \left( \frac{1}{kL} \ln \left( \frac{1}{kL} \right) \right), & m \ll \ln \left( \frac{1}{kL} \right), \\ \frac{1}{L} \ln \left( \frac{m}{kL} \right), & m \gg \ln \left( \frac{1}{kL} \right). \end{cases} \quad (31)$$

Отношение  $|\nu_m|/k$  в этом случае порядка  $(kL)^{-1} \gg 1$ , т. е. частоты собственных мод сильно удалены от краев щели. Ясно, что локальное утолщение не может привести при этом к перестройке спектра резонатора.

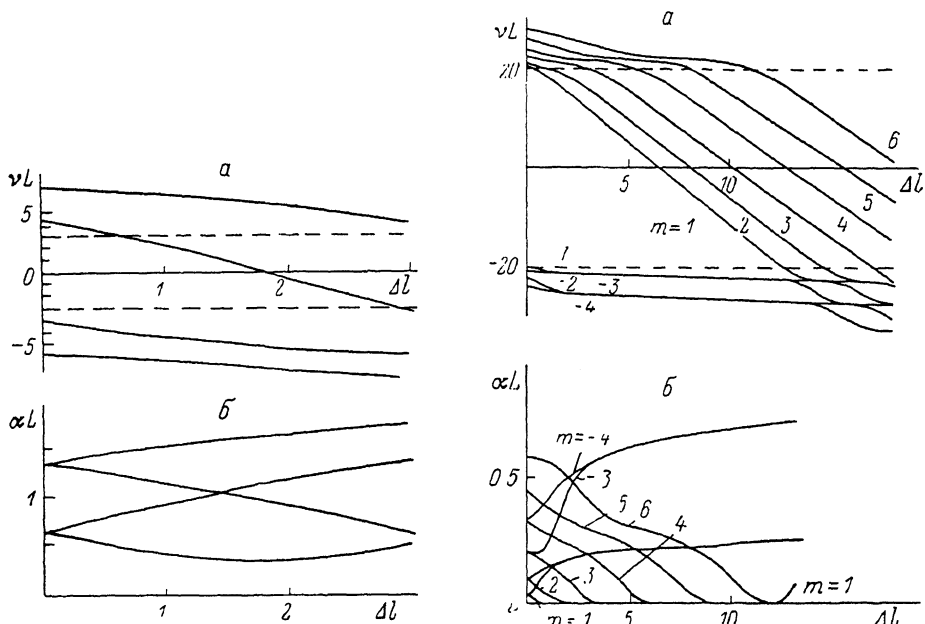


Рис. 3. Частотное положение (а) и потери на выход (б) продольных мод резонатора с распределенной обратной связью ( $kL=3$ ) и утолщением посередине в зависимости от приведенного объема утолщения.  $l/L=0.1$ .

Рис. 4.

То же, что и на рис. 3.  $kL=20$ ,  $l/L=0.3$ .

Результаты численного решения уравнения (20) для  $kL=3$  и  $kL=20$  представлены на рис. 3, 4. Начиная с самых малых значений  $\Delta$  наблюдается заметная перестройка спектра резонатора (рис. 3). Моды с  $m=1, 2$  входят в щель со стороны верхнего края, а моды с  $m=-1, -2$  удаляются от нижнего края щели. Соответственно потери для мод с  $m > 0$  падают с ростом  $\Delta$ , а для мод с  $m < 0$  растут. Отметим, что при  $\Delta=0$  наименьшими потерями обладали одновременно две моды с  $m=\pm 1$ . При значении же  $\Delta l=1$  отношение потерь для этих мод  $\alpha_1/\alpha_{-1} \approx 0.4$ , и резонатор с утолщением приобретает заметную спектральную селективность. Приведенные на рис. 3, а результаты находятся в полном количественном согласии с результатами работы [4], в которой уравнение (20) не было получено, а система уравнений (2) решалась численно. Еще более отчетливо локализация продольных мод проявляется при  $kL=20$  (рис. 4). Частоты мод, расположенных в пределах брэгговской щели, с большой точностью удовлетворяют уравнению (11), полученному для бесконечно длинного гофрирован-



ного волновода с утолщением, а потери для этих мод описываются выражением (21).

Попарная группировка мод, расположенных вне щели, которая описывается приближенными формулами (25)—(28), отчетливо видна на нижнем краю щели и гораздо слабее проявляется на верхнем краю, несмотря на большое значение  $kL$ .

Отметим в заключение, что всюду в тексте статьи мы считали, что неоднородность толщины волновода имеет форму утолщения ( $\Delta > 0$ ). Однако все полученные результаты остаются в силе и при  $\Delta < 0$ , когда толщина волновода в области неоднородности меньше среднего значения.

В заключение авторы выражают благодарность С. А. Гуревичу, указавшему им на работы [4]—[5].

### Литература

- [1] Soda H., Kotaki Y., Ishikawa H., Imai H. Electron. Lett., 1986, v. 22, N 10, p. 401—402.
- [2] Кижжаев К. Ю., Куксенков Д. В., Кучинский В. И. и др. Письма в ЖТФ, 1987, т. 13, № 3, с. 141—145.
- [3] Константинов О. В., Райх М. Э. ЖТФ, 1979, т. 49, № 4, с. 141—145.
- [4] Tada T., Nakano Y., Ushirokawa A. Electron. Lett., 1984, v. 20, N 2, p. 82—84.
- [5] Soda H., Wakao K., Sudo H. et al. Electron. Lett., 1984, v. 20, N 20, p. 1016—1018.
- [6] Kogelnik H., Shank C. V. J. Appl. Phys., 1972, v. 43, N 5, p. 2327—2332.
- [7] Волков Б. А., Панкратов О. А. Письма в ЖЭТФ, 1986, т. 42, № 4, с. 145—148.
- [8] Sekartejo K., Eda N., Furuya K. et al., Electron. Lett., 1984, v. 20, N 2, p. 80—81.
- [9] Utsuka K., Akiba S., Sakai K., Matsushima Y. Electron. Lett., 1984, v. 20, N 8, p. 326—327.
- [10] Kazarinov R. F., Henry C. H. IEEE J. Quant. Electron., 1985, v. QE-21, N 2, p. 144—150.
- [11] Когельник Г. В кн.: Интегральная оптика / Под ред. Т. Тамира. М., 1981, с. 42—44.

Физико-технический институт  
им. А. Ф. Иоффе АН СССР  
Ленинград

Поступило в Редакцию  
6 июля 1987 г.