

И наконец, когда $i \gg a$, во внутренней области выражение, описывающее E_{\perp} , остается без изменений, а во внешней [3]

$$E_{\parallel} = \frac{B_a R_0}{2-i} \frac{R^2 - R_0^2(1-i)}{R^2} \sin \varphi, \quad 0 < \varphi < \pi,$$

$$E_{\perp} = \frac{B_a L}{2\pi} \frac{1-i}{2-i} \left[1 + \left(\frac{R_0}{R} \right)^4 - \frac{2R_0^2}{R^2} (1 - 2 \sin^2 \varphi) \right]^{1/2}. \quad (10)$$

Кривая $R_1(\varphi)$ в интервале $0 < \varphi < \pi$ — окружность с радиусом $R_1 = R_0 \sqrt{1-i}$. Наличие внешней области с $E_{\parallel} \neq 0$ при $\pi < \varphi < 2\pi$ в основном приближении по $a \ll 1$ можно пренебречь.

После простых вычислений с помощью формул (6)–(10) находим

$$j_s \langle E_{\parallel} \rangle = \frac{B_p^2}{\mu_0 \tau_0} a \begin{cases} 32a^2/3\pi^2, & i \ll a, \\ i^2/8 + ai/2 + 20a^2/3\pi^2, & 4a/\pi < i \ll 1, \\ [(1-i)^{3/2} + 1.5i - 1]/3(1-i/2), & a \ll i \sim 1, \end{cases} \quad (11)$$

$$\sigma_{\perp} \langle E_{\perp}^2 \rangle = \frac{2B_p^2}{\mu_0 \tau_0} a^2 \begin{cases} 1, & i \ll 1, \\ (1 - 0.75i)/(1 - 0.5i), & i \sim 1. \end{cases} \quad (12)$$

Примем для расчетов следующие значения параметров: $j_s = 10^9$ А/м², $R_0 = 10^{-3}$ м, $\tau_0 = 10^{-3}$ с, $T_c - T_0 = 3$ К, $j_{\perp}/j_s = 10^{-2}$, $W_0 = 10^2$ Вт/м². К (ситуация, характерная для стационарных и импульсных устройств). Граница устойчивой области, построенная с помощью критерия (3) и формул (11), показана на рисунке (кривая 1). Там же (кривые 2, 3) изображены построенные с помощью формул (4), (11), (12) границы областей, где величина θ не превышает значений 0.1 и 0.3 соответственно. В область промежуточных значений i кривые 1–3 экстраполированы пунктиром. Из этого рисунка видно, что существенный разогрев композита до начала развития неустойчивости возможен лишь в узкой области параметров, если $I \ll I_s$.

Расчет, аналогичный приведенному выше, для проводника с параметрами: $R_0 = 10^{-4}$ м, $\tau_0 = 5 \cdot 10^{-6}$ с, $W_0 = 10^8$ Вт/м². К, $j_{\perp}/j_s = 7.5 \cdot 10^{-2}$ (ситуация, характерная для устройств на умеренном токе) также показан на рисунке (кривая 4 — граница устойчивой области, кривые 5, 6 соответствуют $\theta = 0.1$ и 0.3). Видно, что область, где возможен существенный разогрев, увеличилась. Однако и в этом случае при $I \sim I_s$ переход в нормальное состояние обусловлен развитием термомагнитной неустойчивости.

Литература

- [1] Гуревич А. Вл., Минц Р. Г., Разманов А. Л. Физика сверхпроводящих композитов. М.: Наука, 1987. 234 с.
- [2] Carr W. J. AC loss and macroscopic theory of superconductors. New York: Gordon and Breach, 1983. 274 p.
- [3] Минц Р. Г., Разманов А. Л. ЖТФ, 1987, т. 57, № 10, с. 2047–2050.

Институт высоких температур
АН СССР
Москва

Поступило в Редакцию
2 октября 1987 г.

ШИРОКОАПЕРТУРНАЯ ФОКУСИРОВКА ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ ВОЗБУЖДЕНИИ ОПТИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА С ПОМОЩЬЮ КОЛЬЦЕВОЙ РЕШЕТКИ

В. А. Киселев, С. Н. Шапошников

Для обеспечения компактности, монолитности и надежности приемных оптических устройств, осуществляющих фокусировку и детектирование внешнего излучения, целесообразно использовать интегрально-оптические волноводные структуры вместо объемных линзовых

систем. При этом ввод лазерного излучения в волновод и концентрацию его в малой области, занимаемой фотоприемником, на практике удобно производить с помощью дифракционных волноводных решеток с искривленными штрихами [1-4] (рис. 1). Периодические структуры такого рода позволяют формировать в плоскости волновода сходящиеся (или расходящиеся) и поперечно-ограниченные световые пучки [5].

В целях оптимальной фокусировки вводимого в волновод излучения наибольший интерес представляет частный случай кольцевой решетки с концентрическими штрихами (рис. 2). При нормальном падении параллельного светового пучка на поверхность такой решетки возбуждаемые в волноводе поверхностные волны распространяются вдоль векторов K решетки (т. е. в радиальных направлениях), фокусируясь в центре решетки и отчасти уходя от центра на край вводящего устройства. Причем уже при небольшой сходимости или расходимости падающего пучка ($\theta > 0$ или < 0 на рис. 2, б) и выборе периода решетки в соответствии с условием фазового синхронизма между этим лучком и сходящейся поверхностной волной

$$n_2 \sin \theta + N = n^* \quad (1) \quad a$$

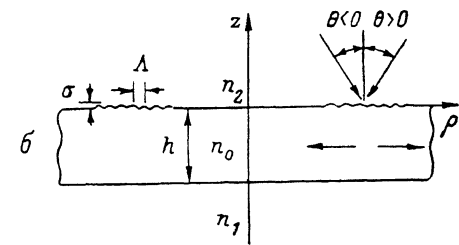
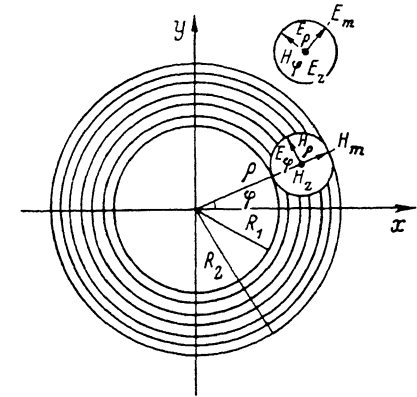
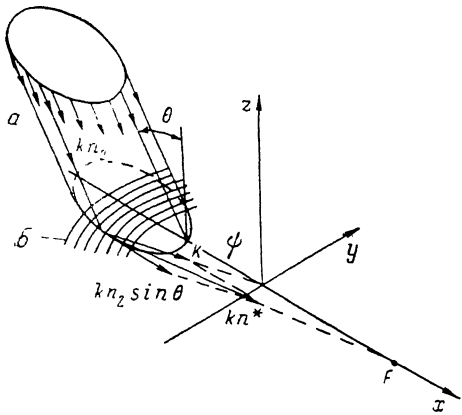


Рис. 1. Ввод и фокусировка светового пучка (а) в плоскости волновода с помощью дифракционной решетки с искривленными штрихами (б).

θ — угол падения светового пучка, K — вектор решетки, k_{n_2} и k_{n^*} — векторы падающей и возбуждаемой поверхностной волны соответственно.

Рис. 2. Кольцевая синусоидально гофрированная решетка на поверхности оптического волновода.

а — вид сверху, б — поперечное сечение.

расходящиеся поверхностные волны возбуждаться не будут (здесь n_2 — показатель преломления среды, окружающей волновод; $N = \lambda/\Lambda$; Λ — период решетки; λ — длина световой волны в вакууме; n^* — эффективный показатель преломления для возбуждаемой поверхностной волны).

С другой стороны, если говорить о дифракционном вводе излучения под острым углом, как показано на рис. 1, то он значительно осложняется тем, что в зависимости от смещения световых лучей относительно оптической оси OF схемы необходимо изменять угол падения θ следуя условию фазового синхронизма

$$n_2 \sin \theta = \sqrt{n^{*2} - N^2 \sin^2 \psi} - N \cos \psi, \quad (2)$$

где ψ — угол между направлением вектора решетки в точке падения луча и оптической осью (при этом изменяется также положение фокуса F). Таким образом, в сравнении с последней схемой существенным достоинством рассматриваемого нами варианта ввода является то, что в нем полностью используется апертура кольцевой решетки (а это в конечном счете компенсирует дополнительно возникающие потери излучения) и к тому же он свободен, как нетрудно видеть, от сферических aberrаций.

Что касается непосредственной регистрации введенного в волновод излучения фотоприемником, расположенным в центре решетки, то здесь возможны различные варианты, которые должны прежде всего учитывать то обстоятельство, что фотоприемник формируется обычно в подложке, отделенной от волновода буферным слоем. В частности, вывод излучения на фотоприемник можно осуществить на основе туннельного оптического эффекта через утонченный в области нахождения детектора буферный слой [6].

Теоретический анализ дифракционного возбуждения планарного диэлектрического волновода нормально падающим на кольцевую решетку световым пучком проще всего провести (с учетом обратимости оптических явлений во времени) на основе предварительного рассмотрения обратного процесса — дифракционного излучения поверхностных волн, коаксиально расходящихся из центра кольцевой синусоидально гофрированной волноводной решетки (см. [7]). В цилиндрической системе координат поверхность исследуемой решетки (рис. 2) задается функцией $z = \sin Kr$, где $K = Nk$, $k = 2\pi/\lambda$. Исходя из уравнений Максвелла для монохроматического поля (с временной зависимостью $\exp(-i\omega t)$), можно показать, что в волноводной решетке с концентрическими штрихами существуют два вида аксиально-симметричных собственных волн (см. [8]). К первому виду относятся волны H -типа, электрический вектор которых лежит в плоскости волновода и направлен в каждой точке по касательной к их фазовому фронту $\rho = \text{const}$, т. е. по касательной к штрихам решетки. Электрический и магнитный векторы этих волн определяются одной функцией $v(\rho, \varphi, z)$

$$\begin{aligned} E_\rho = E_z = 0, \quad E_\varphi = v, \\ H_\rho = \frac{i}{k} \frac{\partial v}{\partial z}, \quad H_\varphi = 0, \quad H_z = -\frac{i}{k\rho} \frac{\partial(\rho v)}{\partial \rho}. \end{aligned} \quad (3)$$

К собственным волнам второго вида относятся аналогичные волны E -типа

$$\begin{aligned} H_\rho = H_z = 0, \quad H_\varphi = v, \\ E_\rho = -\frac{i}{\epsilon k} \frac{\partial v}{\partial z}, \quad E_\varphi = 0, \quad E_z = \frac{i}{\epsilon k\rho} \frac{\partial(\rho v)}{\partial \rho}. \end{aligned} \quad (4)$$

Скалярная функция v , описывающая световое поле над гофрированной поверхностью решетки и под нею, удовлетворяет волновому уравнению

$$\frac{\partial^2 v}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial v}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + k^2 \epsilon(z) v = \frac{\chi}{\epsilon(z)} \frac{d\epsilon}{dz} \frac{\partial v}{\partial z}, \quad (5)$$

где $\chi = 0$ для H -волн и $\chi = 1$ для E -волн.

В отсутствие решетки ($k\epsilon = 0$) аксиально-симметричные поверхностные волны, распространяющиеся в планарном волноводе, нетрудно получить, разделяя переменные в уравнении (5) по методу Фурье

$$\begin{aligned} v(\rho, \varphi, z) = R(\rho) \Phi(\varphi) Z(z), \\ \frac{d^2 Z}{dz^2} + k^2(\epsilon - n^{*2}) Z = \frac{\chi}{\epsilon} \frac{d\epsilon}{dz} \frac{dZ}{dz}, \end{aligned}$$

$$\frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} + q^2 \Phi = 0,$$

$$\frac{d^2 R}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dR}{d\rho} + \left(k^2 n^{*2} - \frac{q^2}{\rho^2} \right) R = 0, \quad (6)$$

где n^* и q — пока произвольные постоянные. Решениями данной системы уравнений являются поверхностные волны следующего вида:

$$v(\rho, \varphi, z) = H_q^{(1, 2)}(kn_m^* \rho) e^{\pm i q \varphi} Z_m(z). \quad (7)$$

Здесь $q = 0, 1, 2, \dots$; $Z_m(z)$ — поперечная H - или E -мода порядка m , которой соответствует эффективный показатель преломления n_m^* , не зависящий от распределения поля в плоскости волновода (т. е. от азимутального индекса q). Радиальное распределение поля в сходящихся и расходящихся поверхностных волнах описывается функциями Ганкеля $H_q^{(1, 2)}$ первого и второго рода соответственно.

Поскольку в центре кольцевой решетки, в ее фокальной области, находится приемная площадка фотодетектора, то в дальнейшем будем считать, что штрихи решетки располагаются вдали от центра на расстояниях, значительно превышающих длину световой волны ($k\rho \gg 1$).

В этих условиях, предполагая амплитуду синусоидального гофра относительно малой ($(k\epsilon)^2 \ll 1$), можно вычислить по методу, изложенному в [7, 8], коэффициенты, характери-

зующие дифракционные затухание аксиально-симметричных H - и E -волн в оптическом волноводе с кольцевой гофрированной решеткой. Вид этих коэффициентов (с точностью до членов порядка $(kR_1)^{-1}$, которыми можно пренебречь) совпадает с соответствующими выражениями, полученными в [7, 8] при анализе дифракционного излучения плоских поверхностных волн из волноводной решетки с прямолинейными штрихами.

На основе найденных коэффициентов затухания для аксиально-симметричных поверхностных волн можно оценить аналогично случаю плоских волн [7] эффективность дифракционного ввода параллельного светового пучка, падающего по нормали на поверхность волновода с кольцевой решеткой. При этом необходимо учитывать то обстоятельство, что линейная, как правило, поляризация падающего излучения не совпадает с поляризацией возбуждаемых аксиально-симметричных поверхностных волн. Тем не менее линейно-поляризованное световое поле с однородным распределением интенсивности вблизи решетки разлагается, как нетрудно видеть, в суперпозицию двух полей, полностью соответствующих по своей поляризации и углувому распределению аксиально-симметричным H - и E -волнам с азимутальным индексом $q=1$ ($v_H = E_\varphi = E \sin \varphi$ и $v_E = H_\varphi = H \cos \varphi$, где E и $H = \text{const}$). Причем световой поток каждой из этих волн составляет половину от полного потока линейно-поляризованной волны. В результате для эффективности дифракционного возбуждения поверхностной H - (или E -) волны с азимутальным индексом $q=1$ получаем следующую формулу:

$$\eta(\alpha) = \frac{1}{2(1+\delta)} \frac{\pi [\operatorname{erf}(\sqrt{\alpha R_2}) - \operatorname{erf}(\sqrt{\alpha R_1})]^2}{\alpha W E_1 (2\alpha R_1)}, \quad (8)$$

где $\operatorname{erf}(x)$ — функция ошибок, $E_1(x)$ — интегральная показательная функция, $W = R_2 - R_1$ (R_1 и R_2 см. на рис. 2, а), $\alpha \equiv \frac{\alpha H}{m} (E)$ — коэффициент дифракционного затухания для H - (или E -) волны поперечного порядка m . Параметр δ равен отношению P_1/P_2 мощностей, излучаемых при дифракционном выводе света из волновода в подложку и верхнюю среду соответственно. В частности, для практически важного случая — «слабого» оптического волновода [9] — этот параметр имеет вид

$$\delta(x) = \sqrt{\varepsilon_1/\varepsilon_2} (\varepsilon_1/\varepsilon_2)^x, \quad (9)$$

где ε_1 и ε_2 — диэлектрические проницаемости подложки и среды, находящейся над волноводом.

На рис. 3 приведены универсальная зависимость оптимальной ширины кольцевой решетки W от ее внутреннего радиуса R_1 , вытекающая из соотношения (8), и аналогичная зависимость для максимальной эффективности дифракционного возбуждения аксиально-симметричной поверхностной волны, которая описывается в оптимальных условиях более простым по сравнению с (8) выражением

$$\eta_{\max}(\alpha) = \frac{4W \exp(-2\alpha R_2)}{R_2 E_1 (2\alpha R_1)}. \quad (10)$$

Для достижения более высокой эффективности ввода линейно-поляризованного света с помощью кольцевой решетки желательно возбуждать одновременно аксиально-симметричные поверхностные волны различной поляризации. Последнее достигается при условии

$$\alpha_m^H + \alpha_m^E \geq k |n_{H,m}^* - n_{E,m}^*|, \quad (11)$$

которое обычно выполняется в диффузных оптических волноводах. В этом случае полная эффективность ввода равна суммарной

$$\eta_{\text{лин}} = \eta(\alpha_H) + \eta(\alpha_E), \quad (12)$$

причем, как уже отмечалось, при небольшой угловой расходимости или сходимости падающего светового пучка можно добиться преимущественного возбуждения сходящихся к фотоприемнику аксиально-симметричных поверхностных волн.

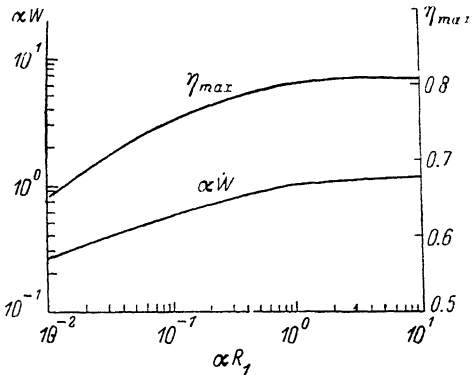


Рис. 3. Зависимости оптимальной ширины кольцевой решетки αW и соответствующей ей эффективности дифракционного ввода η_{\max} от внутреннего радиуса решетки αR_1 .

На основании соотношения (12) с учетом (8) нетрудно получить приближенное уравнение, определяющее оптимальную ширину кольцевой решетки при больших значениях ее внутреннего радиуса ($\alpha R_1 \gg 4$)

$$\sum_{i=H, E} \frac{F(\alpha_i) [2\alpha_i W \sqrt{R_1/R_2} \exp(-\alpha_i W) - F(\alpha_i)]}{(1 + \delta_i) \alpha_i^2 [1 - (2\alpha_i R_1)^{-1} + 2(2\alpha_i R_1)^{-2}]} = 0, \quad (13)$$

где

$$F(\alpha) = 1 - (2\alpha R_1)^{-1} + 3(2\alpha R_1)^{-2} - \sqrt{R_1/R_2} [1 - (2\alpha R_2)^{-1} + 3(2\alpha R_2)^{-2}] e^{-\alpha W}.$$

Аналогичное уравнение для малых значений внутреннего радиуса решетки ($\alpha R_1 \ll 0.1$) принимает вид

$$\sum_{i=H, E} \frac{G(\alpha_i) [W \exp(-\alpha_i R_2) / \sqrt{R_2} - G(\alpha_i)]}{(1 + \delta_i) \alpha_i [\ln(\gamma \cdot 2\alpha_i R_1) - 2\alpha_i R_1 + (\alpha_i R_1)^2]} = 0, \quad (14)$$

где

$$G(\alpha) = \sqrt{R_2} (1 - \alpha R_2/3) - \sqrt{R_1} (1 - \alpha R_1/3),$$

постоянная Эйлера $\gamma \approx 1.78$.

Литература

- [1] Tien P. K. Opt. Lett., 1977, v. 1, N 2, p. 64—66.
- [2] Милер М., Скальски М. Письма в ЖТФ, 1979, т. 5, № 23, с. 1447—1451; Opt. Commun., 1980, v. 33, N 1, p. 13—16.
- [3] Heitmann D., Optiz C. IEEE J. Quantum Electron, 1981, v. 17, N 7, p. 1257—1263.
- [4] Hatakoshi G., Fujita H., Goto K. Appl. Optics, 1984, v. 23, N 11, p. 1749—1753.
- [5] Киселев В. А., Прохоров А. М. Квант. электр., 1982, т. 9, № 7, с. 1437—1442.
- [6] Boyd J. T., Chen C. L. Appl. Optics, 1976, v. 15, N 6, p. 1389—1393.
- [7] Киселев В. А. Квант. электр., 1974, т. 1, № 7, с. 1578—1584.
- [8] Киселев В. А., Прохоров А. М. Квант. электр., 1977, т. 4, № 2, с. 544—555.
- [9] Справочник по лазерам / Под ред. А. М. Прохорова. М.: Сов. радио, 1978, т. 2, с. 91.

Институт общей физики
АН СССР
Москва

Поступило в редакцию
19 января 1987 г.

О ВОЗМОЖНОСТИ ВОЗБУЖДЕНИЯ СОЛИТОНА ПРОДОЛЬНОЙ ДЕФОРМАЦИИ В НЕЛИНЕЙНО-УПРУГОМ СТЕРЖНЕ

А. М. Самсонов, Е. В. Сокуринская

Постоянный интерес привлекают исследования нелинейных волн конечной амплитуды в деформируемых твердых телах. Математическому изучению формирования и распространения уединенных волн и солитонов в нелинейно-упругих стержнях и пластинах посвящены, например, работы [1—4], однако при попытках экспериментального обнаружения таких волн возникают серьезные трудности. Такое несоответствие привело к уточнению исходной физической модели распространения нелинейных волн в твердом теле [5, 6] и более детальным оценкам возможности существования уединенных волн конечной деформации.

Уравнение длинных нелинейных волн продольной деформации в нелинейно-упругом стержне имеет вид уравнения «с двумя дисперсиями» [5]

$$v_{tt} - c_0^2 v_{xx} = \frac{1}{2} \left[\frac{\beta}{\rho} v^2 + v^2 R^2 (v_{tt} - c_1^2 v_{xx}) \right]_{xx}, \quad (1)$$

где $v = u_x$ — продольная деформация, t — время, x — продольная координата, ρ — плотность и ν — коэффициент Пуассона материала, c_0 и c_1 — скорости продольной и сдвиговой волн в стержне, R — радиус поперечного сечения стержня, $\beta = 3E + 2l(1 - 2\nu)^3 + 4m(1 - 2\nu) \times \times (1 + \nu)^2 + 6\nu^2$ — параметр нелинейности, а E — модуль Юнга материала. При выводе (1)