

УДК 538.561

## ШИРОКОПОЛОСТНАЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ВОЛН РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА

А. Б. Дресгалов, Н. Я. Коцаженко, А. А. Силура

Работа посвящена изучению трехволновых взаимодействий в электронных потоках. Рассматриваются случаи, когда за счет параметрической связи в поле электромагнитной волны накачки в пучке взаимодействуют соответственно быстрая циклотронная волна и медленная волна пространственного заряда или быстрая волна пространственного заряда и медленная циклотронная волна. Показано, что полоса частот возникающей неустойчивости ограничена со стороны высоких частот только пределами применимости исходных уравнений. Найдены инкременты неустойчивостей, оценена эффективность преобразования волн на нелинейной стадии взаимодействия.

В последнее время возможность получения мощного электромагнитного излучения с помощью преобразования энергии сильноточных релятивистских электронных потоков (РЭП) широко исследуется как экспериментально, так и теоретически. Одна из трудностей в продвижении в область коротких длин волн состоит в осуществлении высокочастотной группировки электронного потока по плотности или скорости, поскольку для этого требуется либо создание мелкоструктурных элементов замедляющих систем, либо достижение высоких значений напряженности продольного магнитного поля. В принципе от этого ограничения свободен механизм, основанный на вынужденном рассеянии накачки (в качестве которой может быть использована как электромагнитная волна, так и периодическое магнитостатическое поле) на РЭП, происходящем с повышением частоты [1-4]. При этом в пучке возбуждается медленная волна пространственного заряда или медленная циклотронная волна [5] и в системе имеет место генерация одной или нескольких частот, определяемых условиями синхронизма и модовой структурой волн в волноводе.

Ниже показано, что при определенных условиях на частоте волны накачки возникает широкополосная параметрическая неустойчивость собственных волн электронного потока. Неустойчивость возникает при параметрической связи быстрой циклотронной волны и медленной волны пространственного заряда или быстрой волны пространственного заряда и медленной циклотронной волны. При этом полоса частот, в которой имеет место неустойчивость, ограничена со стороны высоких частот только пределами применимости исходных уравнений. Найдены инкременты неустойчивостей, оценена эффективность преобразования волн на нелинейной стадии взаимодействия.

Известно, что в скомпенсированном по заряду и току безграничном электронном потоке, движущемся со скоростью  $v_0$  вдоль магнитного поля  $H_0$ , распространяются волны, описываемые дисперсионными уравнениями

$$(\omega^2 - c^2 k^2)(\omega - k v_0 \pm \omega_H) - \frac{\omega_b^2}{\gamma} (\omega - k v_0) = 0, \quad (1)$$

$$(\omega - k v_0) = \pm \omega_b / \gamma^{3/2}, \quad (2)$$

где  $\omega$ ,  $k$  — частота и постоянная распространения волны;  $\omega_H = eH_0/m\gamma c$  — циклотронная частота для электронов;  $\omega_b$  — ленгмюровская частота электронного потока;  $\gamma = (1 - v_0^2/c^2)^{-1/2}$  — релятивистский фактор [6]. Уравнение (1) описывает электромагнитные и циклотронные волны электронного потока, связанные пассивно [7]. Уравнение (2) описывает волны пространственного заряда.

Рассматривая трехволновые процессы в такой системе, естественно ожидать появления неустойчивости при параметрическом синхронизме двух волн с противоположными знаками потока кинетической мощности. Из условий синхронизма для трехволновых процессов

$$\omega_{\pm} = \omega_2 \pm \omega_3, \quad k_{\pm} = k_2 \pm k_3. \quad (3)$$

С учетом законов дисперсии (1), (2) можно найти точки синхронизма, т. е. выразить частоту сигнальной волны  $\omega_{\pm}$  через частоту накачки  $\omega_3$ . Обычно рассматривают взаимодействие попутной электромагнитной волны одной из поляризаций ( $\omega_{\pm} \approx k_{\pm}c$ ) с медленной волной пространственного заряда ( $\omega_2 \approx k_2v_0$ ) [1, 2]. При этом конвективная неустойчивость возникает на частоте  $\omega_{\pm} \approx (\omega_3 - k_3v_0)/(1 - v_0/c)$ , которая может быть достаточно высокой в релятивистском электронном потоке в поле встречной волны накачки (частота  $\omega_3 \approx -k_3c$ ). Аналогичный синхронизм, также приводящий к возникновению неустойчивости, реализуется при взаимодействии электромагнитной волны с медленной циклотронной волной [5].

Далее изучим не исследовавшиеся ранее синхронизмы медленной волны пространственного заряда (МВПЗ) с быстрой циклотронной волной (БЦВ) и быстрой волны пространственного заряда (БВПЗ) с медленной циклотронной волной (МЦВ).

Для этого рассмотрим безграничный скомпенсированный по заряду и току электронный поток, движущийся вдоль магнитного поля  $H_0$ . Из уравнений Максвелла и релятивистского гидродинамического уравнения движения для электронов в приближении квадратичной нелинейности находим следующие уравнения для собственных волн системы:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \left(\frac{\partial}{\partial t} + v_0 \frac{\partial}{\partial z} \mp i\omega_H\right) E_{\pm} + \frac{\omega_b^2}{\gamma} \left(\frac{\partial}{\partial t} + v_0 \frac{\partial}{\partial z}\right) E_{\pm} = F_{\pm}, \quad (4)$$

$$\left[\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_0 \frac{\partial}{\partial z}\right)^2 + \frac{\omega_b^2}{\gamma^2}\right] E_z = F_z, \quad (5)$$

где

$$F_z = \frac{\omega_b^2}{\gamma^2} \{(H_x v_y - v_x H_y) + \beta(v_x E_x + v_y E_y)\},$$

$$F_{\pm} = \frac{\partial}{\partial t} \omega_b^2 \left\{ \mp i v_z \frac{e H_{\pm}}{m \gamma c} + \frac{\beta e}{m \gamma c} v_{\pm} E_z + \frac{e \gamma v_z}{m c} \gamma E_{\pm} \mp i \gamma^2 \frac{\alpha \omega_H}{c} v_{\pm} v_z \pm \right. \\ \left. \pm i \frac{e \gamma v_z \beta^2}{c} H_{\pm} v_z \frac{\partial v_{\pm}}{\partial z} \right\} - \frac{\partial^2}{\partial z \partial t} \left(\frac{\partial}{\partial t} + v_0 \frac{\partial}{\partial z} \mp i \omega_H\right) E_z v_{\pm},$$

$$A_{\pm} = A_x \pm i A_y, \quad \beta = v_0/c.$$

В нулевом приближении по  $F$  (4), (5) приводят к дисперсионным уравнениям (1), (2). Выбираем накачку в виде электромагнитной волны с частотой  $\omega_3$  и постоянной распространения  $k_3$  (причем  $\omega_3, k_3$  удовлетворяют дисперсионному уравнению (1)). Анализ нелинейных членов в (4), (5) показывает, что для выполнения условий синхронизма (3) необходимо выбрать волну накачки левой поляризации. При этом считалось, что  $\omega_2, k_2$  — частота и постоянная распространения волны пространственного заряда;  $\omega_{\pm}, k_{\pm}$  — частота и постоянная распространения быстрой (верхний знак в (3)) или медленной (нижний знак в (3)) циклотронной волны. Подставляя в (3) асимптотические законы дисперсии для циклотронных волн  $\omega_{\pm} - k_{\pm}v_0 = \pm \omega_H + o(\omega_b)$  и закон дисперсии для волн пространственного заряда (2), находим, что указанные синхронизмы

возникают, если частота и постоянная распространения накачки удовлетворяют условию

$$\omega_3 - k_3 v_0 \approx \omega_H + \omega_b / \gamma^{3/2}. \quad (6)$$

При этом система (3) становится вырожденной, т. е. удовлетворяется при произвольных  $\omega_{\pm}$ ,  $k_{\pm}$ . Причиной этого является то, что приближенные дисперсионные зависимости указанных волн имеют равный наклон, поэтому при их параметрическом совмещении возникает полоса, а не точка синхронизма (рис. 1).

Далее по стандартной методике из (4), (5) получаем дисперсионное уравнение для рассматриваемой параметрической связи волн пространственного заряда и циклотронных волн

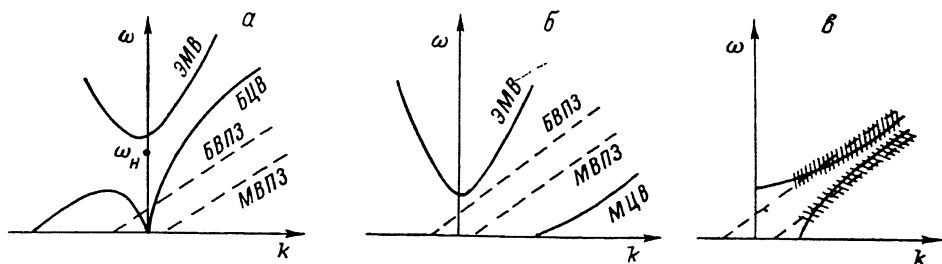


Рис. 1. Дисперсионные кривые рассматриваемых волн.

*a* — ЭМВ левой поляризации, БЦВ и волны пространственного заряда. *б* — ЭМВ правой поляризации, МЦВ и волны пространственного заряда. Стрелкой показан параметрический сдвиг МЦВ; *в* — параметрически смещенные дисперсионные кривые. Штриховкой показаны области возникновения неустойчивости.

$$\begin{aligned} & \left[ (\omega_2 - v_0 k_2)^2 + \frac{\omega_b^2}{\gamma^3} \right] B_+ B_- = -B_+ \omega_b^4 \beta_3^2 \omega - \frac{\beta \gamma^2 \omega_H - c k_3}{2 \gamma^3 (\omega_2 - k_2 v_0)} \times \\ & \times \left[ \frac{c k_- - \beta \omega_-}{\gamma \omega_-} + \frac{\Omega_- (c k_3 - \beta \omega_3) (\Omega_3 - \omega_H)}{\gamma \omega_- \Omega_3 (\Omega_- - \omega_H)} \right] + B_- \omega_b^4 \omega_+ \beta_3^2 \frac{\beta \gamma^2 \omega_H - c k_3}{2 \gamma^3 (\omega_2 - k_2 v_0)} \times \\ & \times \left[ \frac{c k_+ - \beta \omega_+}{\gamma \omega_+} + \frac{\Omega_+ (c k_3 - \beta \omega_3) (\Omega_3 - \omega_H)}{\gamma \omega_+ \Omega_3 (\Omega_+ - \omega_H)} \right], \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$B_{\pm} = (\omega_{\pm}^2 - c^2 k_{\pm}^2) (\Omega_{\pm} - \omega_H) - \frac{\omega_b^2}{\gamma} \Omega_{\pm},$$

$\Omega_{\pm} = \omega_{\pm} - k_{\pm} v_0$ . В приближении  $\text{Im } \omega \ll \omega_b / \gamma^{3/2}$  уравнение (7) распадается на два, из которых легко получить инкремент неустойчивости для связи МЦВ и БВПЗ или БЦВ и МВПЗ

$$\delta = \text{Im } \omega = \left( \frac{\omega_3 \omega_H}{2} \right)^{1/2} \gamma^{1/4} \beta_3 \left| \frac{\omega_3 v_0 - k_3 c^2}{c (\omega_3 - k_3 v_0)} \right|, \quad (8)$$

где  $\beta_3 = e \Omega_3 E_3 / m \gamma c \omega_3 (\Omega_3 - \omega_H)$  — безразмерная амплитуда скорости электронов потока в поле накачки. Следует отметить, что по порядку величины инкремент неустойчивости (8) равен инкременту неустойчивости при распаде накачки на высокочастотную волну сигнала и ВПЗ [3, 4]. При этом предполагалось, что рассматриваемые волны находятся в точном синхронизме.

Численное решение (7) показало, что для  $\omega$  действительно имеются две пары комплексных корней, соответствующих связи БЦВ с МВПЗ и МЦВ с БВПЗ. Коэффициенты усиления  $\text{Im } k(\omega)$  отличны от нуля для любых частот сигнальной волны, а их величина при увеличении частоты сигнальной волны ( $\omega_{\pm} \geq \omega_3$ ,  $\omega_H$ ) стремится к постоянной и при дальнейшем увеличении частоты сигнальной волны не изменяется. Для больших частот  $\omega_{\pm}$  значения коэффициента усиления совпадают для обоих синхронизмов и при выполнении условия (6) хорошо согласуются с (8).

Если условие (6) не выполняется точно, коэффициент усиления уменьшается. На рис. 2 в зависимости от частоты накачки показаны коэффициент уси-

ления  $\text{Im } k$  волны сигнала и отстройка накачки от точного выполнения (6)  $\Delta = \omega_3 - k_3 v_0 - \omega_H - \omega_b / \gamma^{3/2}$  (напомним, что отстройка возникает из-за того, что  $\omega_3$  и  $k_3$  связаны между собой дисперсионным соотношением (1));  $\beta = 0.8$ ,  $\omega_b / \omega_H = 0.1$ ,  $\beta_3 = 0.1$ . Штриховые участки кривых разделяют области встречной ( $\omega / \omega_H < 1$ ) и попутной ( $\omega / \omega_H > 1$ ) накачки. Область  $\omega / \omega_H \approx 1$  трудно реализуема в эксперименте, поскольку соответствует большой фазовой скорости накачки  $\omega_3 / k_3 \gg c$ .

В результате развития неустойчивости поток модулируется по плотности и поперечной скорости. Ограничение роста амплитуд волн наступает за счет двух нелинейных эффектов [3]: истощения волны накачки и ухода электронов в ускоряющую фазу комбинационной волны. Для оценки максимально достижимых потоков мощности параметрически возбуждаемых волн используем выражение для энергии волны в диспергирующей среде [8]. Для энергии циклотронной волны  $W$ , например,

$$W = G(\omega_{\pm}) \frac{E^2}{8\pi}, \quad \text{где } G(\omega_{\pm}) \simeq \frac{\omega_{\pm}^2 \omega_{\pm} \Omega_{\pm}}{[\Omega_{\pm}^2 - \omega_H]^2},$$

$E$  — напряженность электрического поля волны. Из соотношения Мэнли—Роу можно получить максимально возможную амплитуду поля сигнальной волны (при условии полного преобразования волны накачки)

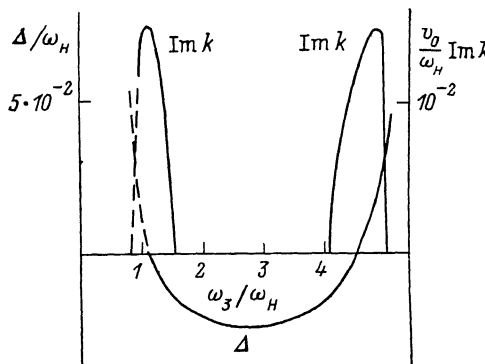


Рис. 2.

$$E_M^2 \sim \frac{\omega_{\pm}}{\omega_3} \frac{E_3^2}{|G(\omega_{\pm})|}. \quad (9)$$

С другой стороны, рост энергии медленной циклотронной волны или медленной волны пространственного заряда приводит к отбору энергии от поступательного движения электронов потока, в результате чего последние тормозятся. Для оценок положим, что ограничение экспоненциального роста волны сигнала с коэффициентом усиления  $\text{Im } k$  происходит, когда электроны вследствие нарастания в пучке волны отрицательной энергии «отстанут» на величину  $\pi/k_2$ . Соответствующая максимальная величина поля сигнальной волны определяется как

$$E_E^2 \sim \frac{16\pi^2 m n_0 v_0^2 \gamma^3 \text{Im } k}{G(\omega_{\pm}) k_2}. \quad (10)$$

Для удобства дальнейшего анализа введем величину

$$R = \frac{E_E^2}{E_M^2} \sim \frac{\omega_3 \text{Im } k}{\omega_{\pm} k_{\pm}} \gamma^3 \frac{W_b}{W_3},$$

где  $W_b$  — плотность кинетической энергии движения электронного потока;  $W_3$  — плотность энергии электромагнитной волны накачки. При  $R \ll 1$  ограничение роста сигнальной волны наступает за счет ухода электронов в ускоряющую фазу комбинационной волны, а при  $R \gg 1$  за счет истощения волны накачки. Легко видеть, что величина  $R$  зависит от частоты сигнальной волны, т. е. при различных частотах могут доминировать различные нелинейные эффекты.

Для численных оценок воспользуемся значениями параметров, близкими к реализуемым экспериментально [2]:  $\omega_H = 5 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$ ,  $\omega_b = 10^{10} \text{ с}^{-1}$ ,  $\gamma = 2.7$ ,  $\omega_3 = 10^{12} \text{ с}^{-1}$ , плотность потока мощности накачки  $I_3 = 10^9 \text{ Вт/см}^2$ . При этом находим  $\text{Im } k = 6 \cdot 10^{-2} \text{ см}^{-1}$ ,  $R \sim 1$ , т. е. оба нелинейных эффекта вносят вклад в ограничение роста волны сигнала. Выходная интенсивность волны  $E_{\pm}$  составляет  $I \sim 4 \cdot 10^6 \text{ Вт/см}^2$ , при этом основная часть энергии волны заключена в высокочастотном движении частиц.

Как показано в [9], при выполнении условия, близкого к (6), установившаяся продольная скорость движения пучка в присутствии волны накачки может быть существенно ниже начальной, что следует учитывать при выборе частоты накачки.

В экспериментах по вынужденному рассеянию волн на релятивистских электронных пучках в качестве накачки часто используется периодическое магнитное поле. В этом случае для осуществления широкополосной неустойчивости период магнитостатического поля  $\lambda_W = 2\pi/k_W$  должен быть связан с электронной циклотронной частотой соотношением (ср. с (6))  $k_W v_0 \approx \omega_H$ . При выполнении именно такого условия в [10] действительно наблюдалась генерация электромагнитного излучения в широкой полосе частот, что, по нашему мнению, может свидетельствовать о реализации в этом эксперименте рассмотренного нами механизма взаимодействия волн. Необходимо, однако, отметить, что вопрос преобразования высокочастотной энергии движения электронов возбуждаемых пучковых волн в энергию электромагнитного излучения требует дальнейшего исследования.

Таким образом, при определенном выборе частоты накачки в замагниченном релятивистском электронном потоке возможно параметрическое взаимодействие циклотронных волн и волн пространственного заряда, что приводит к возникновению неустойчивости в широком частотном диапазоне.

### Литература

- [1] Генераторы когерентного излучения на свободных электронах / Под ред. Рухадзе А. А. М.: Мир, 1983. 260 с.
- [2] *Granatstein V. L., Sprangle P.* IEEE Trans. MTT, 1977, v. 25, N 6, p. 545—550.
- [3] *Жуков П. Г., Иванов В. С.* и др. ЖЭТФ, 1979, т. 76, № 6, с. 2065—2073.
- [4] *Вайнштейн Л. А.* ЖТФ, 1979, т. 49, № 6, с. 1129—1137.
- [5] *Коцаренко Н. Я., Силивра А. А.* ЖТФ, 1986, т. 56, № 3, с. 581—583.
- [6] Электродинамика плазмы / Под ред. Ахиезера А. И. М.: Наука, 1974. 719 с.
- [7] *Федорченко А. М.* РиЭ, 1967, т. 12, № 8, с. 1435—1439.
- [8] *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620 с.
- [9] *Freund H. P., Kels R. A., Granatstein V. L.* IEEE J. Quantum Electronics, 1985, v. 21, N 7, p. 1080—1082.
- [10] *Felch K. L. et al.* IEEE J. Quantum Electronics, 1981, v. 17, N 8, p. 1354—1358.

Киевский государственный  
университет им. Т. Г. Шевченко

Поступило в Редакцию  
17 марта 1987 г.

В окончательной редакции  
23 декабря 1987 г.