

УДК 538.561

## СТРИКЦИОННАЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ГЕНЕРАЦИЯ В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРАХ ИЗ КТАО<sub>3</sub>

Г. В. Белокопытов, И. В. Иванов, В. А. Чистяев

Теоретически и экспериментально изучено параметрическое возбуждение электромагнитных и упругих колебаний СВЧ накачкой в диэлектрических резонаторах из КТАО<sub>3</sub> при температуре жидкого гелия. Механизм параметрического возбуждения аналогичен эффекту ВРМБ, однако резонансный характер взаимодействия приводит к ряду специфических особенностей, в частности ко множественности комбинационных частот.

Вследствие электрострикции в центросимметричном диэлектрике происходит трехчастотное нелинейное взаимодействие электромагнитных и акустических волн, удовлетворяющих соотношениям

$$\omega_n = \omega_k + \Omega_a, \quad \mathbf{k}_n = \mathbf{k}_k + \mathbf{k}_a, \quad (1)$$

где  $\omega_n$ ,  $\mathbf{k}_n$ ,  $\omega_k$ ,  $\mathbf{k}_k$ ,  $\Omega_a$ ,  $\mathbf{k}_a$  — соответственно частоты и волновые векторы электромагнитных и упругих волн. Эффективность такого взаимодействия на много порядков возрастает в резонансных условиях, когда волны возбуждаются в кристаллическом образце, который является одновременно и электромагнитным, и акустическим резонатором, а частоты  $\omega_n$ ,  $\omega_k$  и  $\Omega_a$  близки к его соответствующим собственным частотам. При возбуждении в системе интенсивных электромагнитных колебаний с частотой  $\omega_k$  происходит параметрическая регенерация упругих колебаний  $\Omega_a$  и электромагнитных на комбинационной частоте  $\omega_n$ . Если уровень накачки превышает определенный порог, в резонаторе наступает самовозбуждение.

Явление стрикционного параметрического возбуждения в диэлектрических резонаторах СВЧ впервые было обнаружено в эксперименте с ДР из КТАО<sub>3</sub> [1]. Виртуальный сегнетоэлектрик ганталат калия имеет при гелиевых температурах высокую диэлектрическую проницаемость, малые диэлектрические и акустические потери и большие величины электрострикционных коэффициентов [2-4]. В условиях эксперимента [1] колебания накачки  $\omega_k$  и комбинационной частоты  $\omega_n$  возбуждались на одной и той же моде, поскольку разность между частотами, равная  $\Omega_a$ , была сравнима по величине с полосой резонанса электромагнитных колебаний. Специфической особенностью этого режима, названного нами возбуждением с сохранением моды, является то, что наряду с разностной комбинационной частотой  $\omega_n$  в системе происходит возбуждение (на той же моде) целой группы спектральных составляющих

$$\omega_n = \omega_k + n\Omega_a \quad (n = \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (2)$$

которые также находились вблизи резонанса.

Проводя теоретический анализ стрикционного параметрического возбуждения, будем исходить из уравнений колебаний

$$\begin{aligned} \partial^2 \mathbf{D} / \partial t^2 + 4\pi \partial \mathbf{j} / \partial t + c^2 \mu^{-1} \text{rot rot } \mathbf{E} &= 0, \\ \rho \partial^2 U_i / \partial t^2 &= \partial (\sigma_{ij} + \tau_{ij}) / \partial x_j. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{D}$  — векторы электрического поля и индукции;  $U_i$ ,  $\sigma_{ij}$ ,  $u_{ij}$  — компоненты вектора механических смещений и тензоров напряжений и деформаций;  $u_{ij} = (\partial U_i / \partial x_j + \partial U_j / \partial x_i) / 2$ ;  $\rho$ ,  $\mu$  — плотность и магнитная проницаемость кристалла; ток  $\mathbf{j} = \mathbf{j}' + \bar{\rho} \mathbf{D}$  и  $\boldsymbol{\tau} = \bar{z} \dot{\mathbf{u}}$  учитывают действие сторонних сил, а также электрическую и механическую диссипацию.

Связь между электрическими и упругими переменными в среде без пьезоэффекта имеет следующий вид:

$$\mathbf{E} = \kappa \mathbf{D} + G \ddot{\mathbf{u}}, \quad \boldsymbol{\sigma} = c \ddot{\mathbf{u}} + \frac{1}{2} G \mathbf{D} \mathbf{D}. \quad (4)$$

Благодаря электрострикции эта связь нелинейна (прочие нелинейные эффекты здесь не рассматриваем). Поскольку в случае стрикционного возбуждения с сохранением моды существенную роль играют лишь две степени свободы (электромагнитная и упругая), представим колебания в виде

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = A(t) \mathbf{D}^{(f)}(\mathbf{r}), \quad \mathbf{U}(\mathbf{r}, t) = B(t) \mathbf{U}^{(w)}(\mathbf{r}), \quad (5)$$

где  $\mathbf{D}^{(f)}(\mathbf{r})$ ,  $\mathbf{U}^{(w)}(\mathbf{r})$  — собственные формы колебаний резонатора, соответствующих нормальным частотам  $\omega_f$  и  $\Omega_w$ . Подставив (5) в (4) и (3) и проведя усреднение по объему резонатора (в соответствии с процедурой [5]), получим уравнения для амплитуд колебаний

$$\begin{aligned} \dot{A} + \omega_f^2 A &= -(\omega_f / Q_f) A - \mathcal{S}^* AB + F(t), \\ \dot{B} + \Omega_w^2 B &= -(\Omega_w / Q_a) B - \mathcal{S} A^2. \end{aligned} \quad (6)$$

Интегральные коэффициенты  $\mathcal{S}$  и  $\mathcal{S}^*$  пропорциональны константам электрострикции и отражают степень перекрытия связанных мод;  $F(t)$  — воздействие на резонатор со стороны генератора накачки;  $Q_f$ ,  $Q_a$  — добротности ДР на электромагнитном и акустическом типах колебаний.

Если на ДР поступает гармоническая накачка  $F(t) = 4\pi\omega_n J_n \cos \omega_n t$ , то стационарный отклик системы будет в первом приближении состоять из гармонических упругих колебаний и эквидистантной гребенки электромагнитных компонент (2), т. е.

$$A = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n \cos(\omega_n t + \varphi_n), \quad B = X \cos(\Omega_a t + \varphi_a). \quad (7)$$

Подставив (7) в (6), получим уравнения гармонического баланса для амплитуд и фаз взаимодействующих колебаний, которые после перехода к нормированным амплитудам и расстройкам приобретают наиболее простой вид

$$\begin{aligned} z &= \sum_k Y_k Y_{k+1} \sin \alpha_{k+1}, \quad \nu z = \sum_k Y_k Y_{k+1} \cos \alpha_{k+1}, \\ Y_m &= z (Y_{m-1} \sin \alpha_m - Y_{m+1} \sin \alpha_{m+1}) + E \delta_{0m} \sin \varphi_0, \\ \zeta_m Y_m &= z (Y_{m-1} \cos \alpha_m + Y_{m+1} \cos \alpha_{m+1}) + E \delta_{0m} \cos \varphi_0, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} z &= (\mathcal{S}^* / 2\omega_n^2) Q_f X, \quad Y_k = (\mathcal{S} \mathcal{S}^* Q_f Q_a / 4\Omega_a^2 \omega_n^2)^{1/2} x_k, \\ E &= (4\pi J_n Q_f / \omega_f) (\mathcal{S} \mathcal{S}^* Q_f Q_a / 4\Omega_a^2 \omega_n^2)^{1/2}, \quad \nu = 2\Delta_a Q_a, \quad \zeta_m = 2\Delta_m Q_f, \end{aligned}$$

$\Delta_a$ ,  $\Delta_m$  — расстройки:  $2\Delta_a = 1 - \Omega_w^2 / \Omega_a^2$ ,  $2\Delta_m = 1 - \omega_f^2 / \omega_m^2$ ;  $\alpha_m = \varphi_m + \varphi_a - \varphi_{m+1}$  и  $\delta_{0m}$  — символ Кронекера.

Аналитическое решение системы (8) возможно вблизи порога параметрического возбуждения, когда достаточно рассматривать взаимодействие четырех частот:  $\omega_n$ ,  $\Omega_a$  и комбинационных  $\omega_{-1}$  и  $\omega_1$ , в которые непосредственно преобразуется энергия накачки. В этом случае для нормированных амплитуд получим

$$\begin{aligned} Y_0^2 &= [(1 + \zeta_{-1}^2)^{-1} + (1 + \zeta_1^2)^{-1}]^{-1}, \\ Y_{-1}^2 &= z^2 Y_0^2 (1 + \zeta_{-1}^2)^{-1}, \quad Y_1^2 = z^2 Y_0^2 (1 + \zeta_1^2)^{-1}, \end{aligned} \quad (9)$$

а амплитуда ультразвука находится из уравнения

$$\{\zeta_0 - z^2 [\zeta_{-1}(1 + \zeta_{-1}^2)^{-1} - \zeta_1(1 + \zeta_1^2)^{-1}]\}^2 + \{1 + z^2 [(1 + \zeta_{-1}^2)^{-1} + (1 + \zeta_1^2)^{-1}]\}^2 = E^2/Y_0^2. \quad (10)$$

Условие  $z = 0$  дает порог мягкого параметрического возбуждения

$$E^2 = Y_0^2(1 + \zeta_0^2). \quad (11)$$

Амплитуда колебаний  $x_0$  определяется мощностью  $P_{\text{н}}$ , падающей на ДР

$$P_{\text{н}} = \frac{(1 + \beta)^2}{4\beta} \frac{\omega_0}{8\pi Q_f} x_0^2 (1 + \zeta_0^2), \quad (12)$$

где  $\beta$  — коэффициент связи ДР с трактом СВЧ [5]. Из (9) и (12) получим формулу для мощности накачки, соответствующей порогу параметрического возбуждения

$$P_{\text{н.пор}} = \frac{(1 + \beta)^2}{32\pi\beta} \frac{\omega_{\text{н}}}{Q_f^2 Q_a K_{\text{эф}}^2} [1 + (\zeta_0 - \Delta)^2][1 + \zeta_0^2(\zeta_0 + \Delta)^2](1 + \zeta_0^2)/\zeta_0 \Delta, \quad (13)$$

$$\Delta = 2Q_f \Omega_a / \omega_{\text{н}}, \quad K_{\text{эф}}^2 = \mathcal{E} \mathcal{E}^* / \Omega_a^2 \omega_{\text{н}}^2.$$

Величина пороговой мощности зависит от трех групп факторов: характеристик материала (диэлектрических, упругих и стрикционных), пространственного распределения взаимодействующих типов колебаний и настройки колебательной системы. Первые две группы факторов определяют добротности и интегральные коэффициенты электромеханической связи. Вычисление  $K_{\text{эф}}^2$  представляет отдельную задачу и даже для резонаторов простейшей геометрии сопряжено со значительными трудностями. Оценки по порядку величины дают

$$K_{\text{эф}}^2 \approx \varepsilon^2 G^2 / \pi^3 cV. \quad (14)$$

Рассмотрим более детально зависимость  $P_{\text{н.пор}}$  от настройки колебательной системы, имея в виду, что именно настройку легче всего изменять в эксперименте с ДР. Из (13) следует, что мягкое параметрическое возбуждение возможно, лишь если  $\zeta_0 > 0$ . В этом случае колебания различной частоты возбуждаются более эффективно, чем суммарной, и процесс распада квантов ( $\omega_{\text{н}} \rightarrow \omega_{-1} + \Omega_a$ ) преобладает над слиянием ( $\omega_{\text{н}} + \Omega_a \rightarrow \omega_1$ ), благодаря чему обеспечивается приток энергии в акустическую степень свободы. Нетрудно найти, какое сочетание расстроек  $\zeta_0$  и  $\Delta$  обеспечивает параметрическое возбуждение при минимальном уровне накачки (рис. 1). Как видно из этого рисунка, при  $\Delta > 2$  пороговая мощность асимптотически стремится к постоянному значению и практически перестает зависеть от  $Q_f$ . В данном случае происходит компенсация двух тенденций: благодаря ослаблению диссипации должно происходить уменьшение мощности накачки пропорционально  $Q_f^2$ , но этому препятствует увеличение частотной избирательности, которое вследствие роста приведенной расстройки ведет к увеличению мощности накачки также пропорционально  $Q_f^2$ .

Исследуя (10), можно убедиться в том, что необходимым условием мягкого режима стрикционного параметрического возбуждения является также неравенство

$$\zeta_0^2 < 1 + \Delta^2, \quad (15)$$

которое следует из требования, чтобы  $E^2(z^2)$  при  $z \rightarrow 0$  не убывала. Если (15) не выполняется, то стрикционное возбуждение будет носить жесткий характер. В этом случае, а также и в мягком режиме, если уровень накачки существенно превышает порог (13), необходимо учитывать большое число комбинационных частот, что возможно только путем численного решения системы (8). Такое решение позволяет определить порог жесткого параметрического возбуждения (рис. 2), а также распределение амплитуд комбинационных частот и другие характеристики колебаний.

Экспериментальное исследование стрикционного параметрического возбуждения под действием СВЧ накачки в ДР производилось при  $T = 4.2 \text{ К}$

на образцах из двух партий кристаллов КТАО<sub>3</sub>. В резонаторах из партии I стрикционное возбуждение наблюдалось ранее [1]. Эти ДР имели сравнительно высокую добротность  $Q_f \approx 3 \cdot 10^4$ , однако исследование параметрических явлений в них затруднялось из-за значительного дрейфа собственных частот, обусловленного перераспределением заряда в поверхностном слое диэлектрика [6]. Кристаллы партии II имели больший уровень потерь  $Q_f \approx 1 \cdot 10^4$ , однако дрейф собственных частот в них был менее заметным и практически прекращался за время порядка часа с момента охлаждения ДР.

Исследуемый образец в специальном держателе закреплялся на конце тонкой керамической трубки и помещался в охлаждаемую измерительную ячейку в транспортном сосуде Дьюара СТГ-25. Возбуждение электромагнитных колебаний в ДР происходило в короткозамкнутой петле на конце коаксиального кабеля, причем за счет перемещения ДР в петле можно было легко менять уровень связи резонатора с трактом и нагруженную добротность.

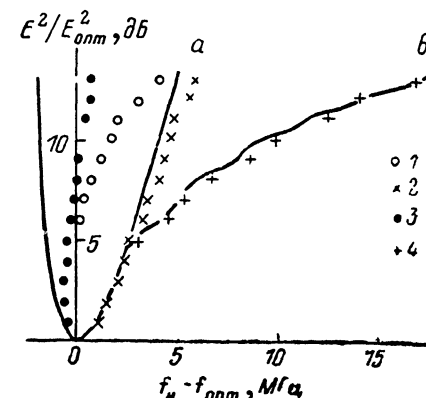
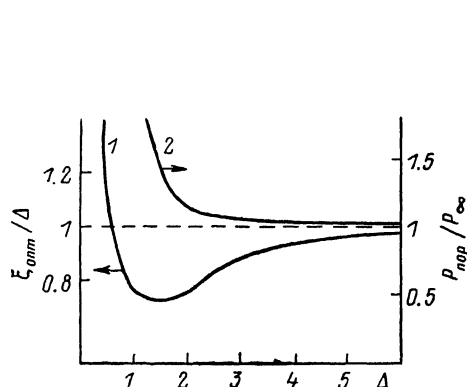


Рис. 1. Зависимости оптимальной расстройки (1) и соответствующей пороговой мощности параметрического возбуждения (2) от величины  $\Delta$ .

Рис. 2. Границы области параметрической генерации.

Расчетные кривые: а — граница мягкого возбуждения, б — граница жесткого возбуждения,  $\Delta=1.45$ . Экспериментальные точки: 1, 2 — граница (мягкого) возбуждения; 3, 4 — граница срыва параметрической генерации,  $f_{рез}=8.7$  ГГц,  $Q_n=2 \cdot 10^4$ ,  $\omega_a=2\pi \cdot 3.16$  МГц.

Мощность накачки поступала в измерительную ячейку от перестраиваемых или свип-генераторов диапазона 8.2—10 ГГц. Отраженный сигнал направлялся в систему индикации, где имелась возможность наблюдать либо АЧХ тракта, либо спектр сигнала, отраженного от ДР. На входе индикатора СВЧ сигнал от измерительной ячейки складывался с дополнительным сигналом от генератора накачки, уровень и фаза которого выбирались таким образом, что в отсутствие ДР результирующий сигнал на входе системы индикации был равен нулю. После такой настройки ДР помещался в измерительную ячейку; при этом сигнал, поступающий на индикатор, был пропорционален СВЧ мощности, переизлученной диэлектрическим резонатором. Описанный режим измерений позволял скомпенсировать влияние паразитных отражений в тракте, а также фиксировать сигнал, пришедший от ДР при слабой связи резонатора с внешними цепями.

Изменение формы резонансной кривой ДР с ростом уровня падающей мощности иллюстрирует рис. 3. Вследствие нелинейных расстроек электрического и теплового происхождения резонансная кривая была несимметричной и при достаточном уровне мощности приобретала клювообразный вид. При некотором, характерном для данного ДР, значении мощности накачки происходило изменение формы резонансной кривой — на ней появлялся провал в области положительных расстроек ( $\zeta_0 > 0$ ), который свидетельствовал о преобразовании энергии накачки в колебания других частот.

На следующем этапе частота накачки  $f_n$  устанавливалась в области провала и на анализаторе спектра С4-27 наблюдался отраженный сигнал, состоявший из дискретного набора частот вида (2). Стрикционное возбуждение упругих

колебаний почти всегда происходило на основной продольной моде, т. е. на длине резонатора укладывалась половина акустической волны. Соответственно для исследованных в работе резонаторов  $\Omega_a \approx 2 \div 7$  МГц. При величине нагруженной добротности  $Q_f \approx (2 \div 5) \cdot 10^3$  в системе было обеспечено условие  $\Delta \approx 2$ , которое является оптимальным для наблюдения стрикционного параметрического возбуждения. При больших добротностях пороговая мощность генерации практически не уменьшалась (рис. 1), однако более заметными становились нелинейные расстройки, которые затрудняли эксперимент.

Минимальная мощность накачки, при которой наблюдалась параметрическая генерация, составляла около 50 мкВт. При этом ДР находился в парах гелия и имел следующие характеристики:  $Q_f = 2 \cdot 10^3$ ,  $Q_a = 500$ ,  $l = 1.5$  мм,  $\Omega_w = 2\pi \times 3.162$  МГц,  $\omega_f = 2\pi \cdot 8.7$  ГГц,  $V = 0.75$  мм<sup>3</sup>. Воспользовавшись формулами (13), (14) и известными данными о свойствах КТаО<sub>3</sub> [2<sup>-4</sup>], получим теоретическую оценку  $P_{п. пор} \approx 30$  мкВт, что хорошо согласуется с экспериментом.

Если диэлектрический резонатор погружался в жидкий гелий, то акустическая добротность заметно уменьшалась ( $Q_a \leq 200$ ), а пороговая мощность накачки возрастала с 50 до 200 мкВт.

Если уровень накачки на 1–2 порядка превышал порог генерации, то в спектре отраженного сигнала можно было наблюдать несколько десятков комбинационных частот. Так, при мощности накачки 5 мВт ( $P_n/P_{п. пор} = 10^2$ ) и расстройке около 50 МГц ( $\zeta_0 \approx 10$ ) было зафиксировано 56 спектральных компонент, уровень которых превышал  $10^{-7}$  Вт ( $k$  от  $-45$  до  $+10$ ). При этом

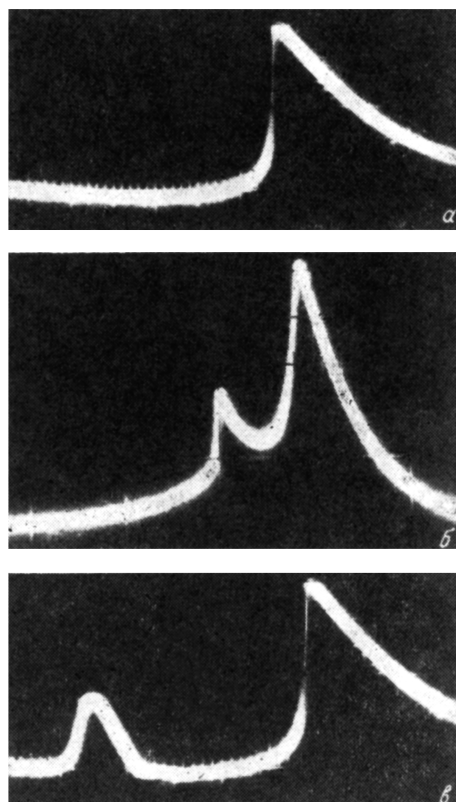


Рис. 3. Осциллограммы сигнала, отраженного от ДР, после детектирования.

Уровень накачки: а — ниже порога параметрического возбуждения, б — при небольшом превышении порога, в — при значительном превышении порога. Свыпиривание сигнала от высоких к низким частотам.

амплитуды комбинационных частот с индексами от  $-35$  до  $-1$  были одного порядка ( $\sim 10^{-4}$  Вт). Вне указанных пределов мощность спектральных составляющих быстро уменьшалась с ростом  $|k|$ .

Наблюдавшееся в эксперименте распределение амплитуд комбинационных частот находилось в хорошем согласии с результатами численного решения уравнений (8), по крайней мере пока число спектральных компонент составляло менее 15–20 (рис. 4).

Для сравнения с расчетом было проведено экспериментальное определение областей параметрической генерации для ДР, имевшего нагруженную добротность  $Q_f = 2 \cdot 10^3$  (при собственной добротности  $8.7 \cdot 10^3$ ). Результаты измерений приведены на рис. 2. Со стороны верхних частот совпадение теории и эксперимента весьма хорошее как для области мягкого возбуждения (границы возникновения стрикционных колебаний), так и для области жесткого возбуждения (границы срыва). Для низкочастотной части границы области возбуждения соответствие между экспериментом и расчетом нарушается. Это обусловлено тем, что в уравнениях (8) не учтены нелинейные расстройки, влияние которых при  $\zeta_0 \leq 1$  оказывается существенным. Если частота генератора накачки при постоянной мощности уменьшалась и приближалась к электромагнитному ре-

зонам, то еще раньше, чем достигалась нижняя граница области возбуждения, происходил скачкообразный переход на другую ветвь кривой нелинейного резонанса. Генерация при этом исчезала, так как расстройка  $\zeta_0$  становилась отрицательной. Скачкообразное возобновление параметрической генерации происходило при большем значении расстройки, чем срыв. Таким образом, со стороны нижних частот возникала дополнительная область жесткого возбуждения.

Согласно расчету, мощность ультразвука в условиях эксперимента не превышала единиц мкВт, а деформации имели амплитуду не более  $10^{-6}$ . Однако,

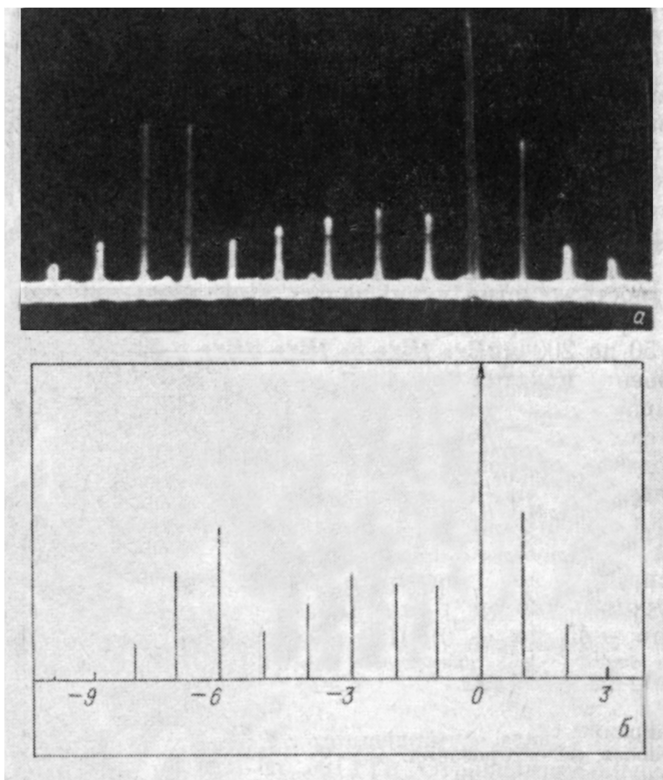


Рис. 4. Спектр сигнала, отраженного от ДР.

*a* — эксперимент, *б* — расчет из уравнений (8).  $f_{\text{рез}}=8.7$  ГГц.  $\Omega_a=2\pi \cdot 3.16$  МГц,  $\Delta=3$ ,  $\zeta_0=9$ ,  $E^2=100$  ( $P_H \approx 0.5$  мВт).

несмотря на малую интенсивность упругих колебаний, их наличие обеспечивало перераспределение энергии между составляющими электромагнитного спектра.

Рассмотренный способ возбуждения акустических колебаний имеет невысокую энергетическую эффективность, так же как и родственный эффект в оптическом диапазоне — вынужденное рассеяние Мандельштама—Бриллюэна [7]. Причина этого заключена в параметрической природе процесса распада (1), когда условиям синхронного взаимодействия удовлетворяют колебания, для которых отношение  $\Omega_a/\omega_H$  мало. В то же время в диэлектрических резонаторах из КТaO<sub>3</sub> может быть весьма эффективным обратный процесс — трансформация энергии упругих колебаний  $\Omega_a$  в присутствии накачки  $\omega_H$  в электромагнитные колебания комбинационных частот ( $\omega_1$  или  $\omega_{-1}$ ).

## Литература

- [1] Белокопытов Г. В., Иванов Н. В., Решетников М. Е., Чистяев В. А. Письма в ЖТФ, 1984, т. 10, № 19, с. 1210—1213.
- [2] Иванов И. В., Бузин И. М., Белокопытов Г. В. и др. Изв. вузов. Физика, 1981, т. 24, № 8, с. 6—27.
- [3] Баррет Г. В кн.: Физическая акустика / Под ред. Мэзона У. и Терстона Р. М.: Мир, 1970, т. 4, с. 90—138.
- [4] Uwe H., Sakudo T. J. Phys. Soc. Japan, 1975, v. 38, N 1, p. 183—189.
- [5] Белокопытов Г. В. Вестник МГУ. Физика, астрономия, 1977, т. 18, № 2, с. 61—66; № 5, с. 103—108.
- [6] Белокопытов Г. В., Иванов И. В., Решетников М. Е., Усачев А. Б. ЖТФ, 1985, т. 55, № 10, с. 2085—2086.
- [7] Старунов В. С., Фабелинский И. Л. УФН, 1969, т. 98, № 3, с. 441—491.

Московский государственный университет  
им. М. В. Ломоносова

Поступило в Редакцию  
10 февраля 1987 г.

