

УДК 539.186

ПЛАНАРНОЕ КАНАЛИРОВАНИЕ В ТОЛСТЫХ КРИСТАЛЛАХ

В. В. Белошукский, И. Н. Чапланова

Рассмотрено прохождение электронов через толстые монокристаллы с учетом многократного рассеяния и получено асимптотическое выражение для функции распределения по поперечной энергии. Показано, что перераспределение потока и избыточный выход δ -электронов имеют место и на больших глубинах t и определяются квазиравновесием между деканализированием и объемным захватом. Из-за углового расширения пучка они релаксируют к нулю как $1/\sqrt{t}$. Поглощение δ -электронов приводит к насыщению их избыточного выхода из толстого монокристалла в соответствии с экспериментальными измерениями.

Как известно, при прохождении быстрых заряженных частиц вдоль кристаллографических осей или плоскостей наблюдаются ориентационные эффекты, заключающиеся в изменении интенсивности различных физических процессов при изменении ориентации кристалла. Это изменение обусловлено сильным коллективным (когерентным) рассеянием частиц, имеющих малые поперечные энергии, на атомных цепочках или плоскостях. До настоящего времени основное внимание уделялось ориентационным эффектам в сравнительно тонких кристаллах, толщиной порядка длины деканализирования x_c (см. обзор [1]).

В ряде случаев, однако, важно знать, какой максимальный эффект (например, выход вторичных частиц) можно получить, снимая его с кристалла большой толщины. Для этого необходимо исследовать динамику движения частиц в толстом кристалле. В настоящей работе предлагается асимптотическое рассмотрение процесса деканализирования, позволяющее легко провести вычисления ориентационных эффектов для больших толщин кристаллов, когда канализованной остается лишь незначительная доля пучка частиц. Для примера рассмотрен выход δ -электронов при канализовании ультрарелятивистских электронов, который измерялся в нескольких экспериментальных работах [2, 3].

1. Ориентационные эффекты при канализовании

Поясним, что в данной работе под «ориентационным эффектом» при канализовании $\Delta_c(t)$ мы будем понимать абсолютную разность выхода из кристалла толщиной t продуктов происходящих в нем физических процессов (будь то излучение, вторичная электронная эмиссия и т. д.) для ориентированного и разориентированного относительно кристаллографических осей или плоскостей пучков. Его можно найти, зная функции распределения частиц указанных пучков по поперечным энергиям]

$$\Delta_c(t) = \int_0^t \int_0^\infty [\Omega](E_\perp, z) f(E_\perp, z) - \Omega_r f_r(E_\perp, z)] dE_\perp dz, \quad (1)$$

где z — координата в направлении распространения пучка; $f(E_\perp, z)$ и $f_r(E_\perp, z)$ — функции распределения по поперечной энергии, а $\Omega(E_\perp, z)$ и Ω_r — макроскопические сечения рассматриваемого физического процесса для ориентированного и разориентированного пучков соответственно. Отметим, что функция

распределения разориентированного пучка соответствует функции распределения частиц в аморфной среде ($f_r = f_{ам}$), которую можно приближенно найти, решая уравнение диффузии с постоянным коэффициентом d_0

$$\frac{\partial f_r}{\partial t} = d_0 \frac{d^2 f_r}{dp^2}, \quad (2)$$

где $p = \sqrt{E_{\perp}}$ (очевидно, что в аморфной среде переменная p пропорциональна поперечному импульсу частицы).

Функцию распределения частиц ориентированного пучка $f(E_{\perp}, z)$ можно найти, решая диффузионное уравнение Фоккера—Планка с переменными коэффициентами

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial p} \left[Q(p) \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{f}{G(p)} \right) \right], \quad (3)$$

где $Q(p) = D(E_{\perp})G(p)/4p^2$, $G(p) = pT(E_{\perp})$, а функции $D(E_{\perp})$ и $T(E_{\perp})$ определены в работе [4].

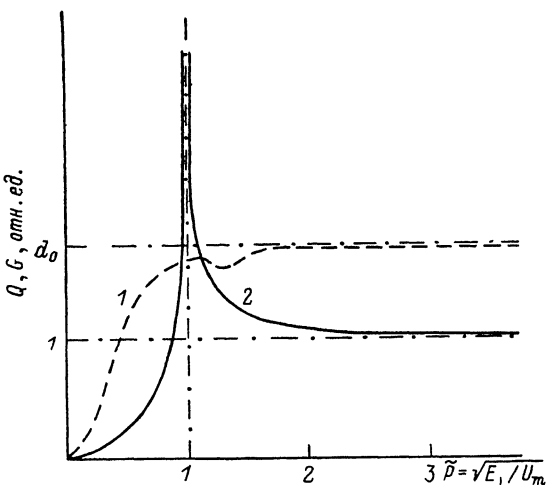


Рис. 1. Зависимость коэффициентов уравнения (3) от p (в отн. ед.) Q (1) и G (2).

На рис. 1 представлены зависимости от p коэффициентов уравнения (3) $Q(p)$ и $G(p)$ в плоскостном случае, откуда видно, что можно выделить две величины, характеризующие поперечную энергию частицы: U_m — глубина ямы для межплоскостного потенциала кристалла; U_a — энергия, выше которой $Q(p)$ и $G(p)$ практически перестают зависеть от p , их отношение становится равным постоянному коэффициенту диффузии для аморфной среды в уравнении (2): $Q(p)/G(p) = d_0$. В классической теории каналирования область $p \leq \sqrt{U_m}$ соответствует собственно каналированию, а область $\sqrt{U_m} < p \leq \sqrt{U_a}$ квазиканалированию. Во всяком случае значение $p_a = \sqrt{U_a}$ ограничивает область, где в основном разыгрываются ориентационные эффекты. Поэтому в дальнейшем мы всю ее будем называть «каналом».

2. Вычисление функции распределения каналированных частиц на больших толщинах

По мере проникновения частиц пучка в кристалл их функция распределения расплывается в большом угловом диапазоне. Нас будут интересовать толщины, на которых в канале остается лишь малая доля частиц пучка

$$N_p < p_a \ll 1. \quad (4)$$

В этом случае и обмен частицами между областями $p < p_a$ и $p > p_a$ мал и практически не влияет на состояние деканалированного пучка. При этом пучок

каналированных частиц находится в локальном равновесии. Время установления этого равновесия порядка $\tau = x_{1/2}/v$. Условие локального равновесия заключается в том, что время T , за которое изменяется граничное условие $f(p_d, t) = \varphi(t)$ ($T = -\varphi(t)/(\partial\varphi/\partial t)$), много больше τ . Как будет видно из дальнейшего, на больших толщинах $\varphi(t) \approx a/\sqrt{t}$. Тогда $T = -a/\sqrt{t} : (a/2t^{3/2}) = 2t$. Следовательно, на толщинах $t \gg \tau/2$ можно считать, что система каналированных частиц находится в локальном равновесии. А раз так, то их функция распределения может быть найдена из стационарного уравнения

$$\frac{\partial}{\partial p} \left[Q(p) \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{f_e}{G(p)} \right) \right] = 0 \quad (5)$$

с эволюционным граничным условием $f_e(p_d, t) = \varphi(t)$.

Решая уравнение (5), имеем

$$Q(p) \frac{\partial}{\partial p} \left[\frac{f_e}{G(p)} \right] = \text{const.}$$

Но так как $Q(0) = 0$, то $\text{const} = 0$ и $\partial/\partial p f_e/[G_1(p)] = 0$. Отсюда имеем

$$f_e(p, t) = \frac{G(p)\varphi(t)}{G(p_d)}. \quad (6)$$

Рассмотрим поведение деканалированных частиц (область $p \geq p_d$). Мы можем найти их функцию распределения из уравнения диффузии (2) при условии $df/\partial p(p_d, t) = 0$, следующем из квазиравновесного решения (6). Она имеет вид

$$f_*(p, t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi d_0(t-t_0)}} \int_{p_d}^{\infty} \left\{ e^{-\frac{(p-p_d-\xi)^2}{4d_0(t-t_0)}} + e^{-\frac{(p-p_d+\xi)^2}{4d_0(t-t_0)}} \right\} f(\xi, t_0) d\xi, \quad (7)$$

где $f(\xi, t_0)$ — функция распределения в момент t_0 .

Чтобы определить толщины, на которых выполняется условие (4), преобразуем его, считая, что начальное распределение в (7) можно задать при $t \gg t_0$ δ -функцией при $p = p_d$. Тогда

$$\begin{aligned} N_{p < p_d} &= 1 - N_{p \geq p_d} = 1 - \int_{p_d}^{\infty} \frac{\exp(-p^2/4d_0t)}{\sqrt{\pi d_0t}} dp = \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi d_0t}} \int_0^{p_d} \exp\left(-\frac{p^2}{4d_0t}\right) dp = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{p_d/2\sqrt{d_0t}} \exp(-\xi^2) d\xi \ll 1. \end{aligned}$$

Отсюда видно, что условие (4) выполняется для толщин, удовлетворяющих условию

$$t \gg U_d/\pi d_0.$$

Правая часть этого неравенства $\tau_e = U_d/\pi d_0$ по порядку величины близка к τ . Таким образом, на толщинах $t \gg \tau_e$ число частиц в канале можно считать малым по сравнению с деканалированной частью пучка, а их распределение квазиравновесным, определяемым формулой (6).¹

Итак, мы нашли, что функция распределения частиц в канале на больших толщинах определяется выражением (6), в котором $\varphi(t) = f_*(p_d, t)$ (см. для f_* выражение (7)). Таким образом, ориентационный эффект на рассматриваемых толщинах определяется функцией $G(p)$ и спадает с толщиной как $\sqrt{\varphi(t)} \sim 1/\sqrt{t}$.

3. Расчет ориентационного эффекта для выхода δ -электронов с больших толщин

В работе [2] проведен интересный эксперимент по выходу δ -электронов в ориентированном и разориентированном кристаллах. Вычислим ориентационный эффект, согласно определению (1), на больших толщинах кристалла с уче-

том поглощения вторичных электронов. Будем считать, что рождение δ -электронов как для каналированных, так и для деканалированных частиц определяется сечением Мёллера [5]

$$d\Phi(E, \mathcal{E}) = \frac{2\pi e^2}{mv^2} d\mathcal{E} \left\{ \frac{1}{\mathcal{E}^2} - \frac{1}{\mathcal{E}(E - \mathcal{E})} \frac{mc^2(2E + mc^2)}{(E + mc^2)^2} + \frac{1}{(E - \mathcal{E})^2} + \frac{1}{(E + mc^2)^2} \right\}, \quad (8)$$

где E, \mathcal{E} — кинетические энергии падающей и рассеянной частицы.

Согласно [6], выход δ -электронов из разориентированной мишени $Y_r(t) \sim \sim \sqrt{t}$. В эксперименте [2] была получена близкая зависимость

$$Y_r(t) = At^{0.4}. \quad (9)$$

Для того чтобы описать поглощение вторичных электронов, можно ввести функцию $W(l)$ — вероятность выхода из кристалла δ -электрона, рожденного

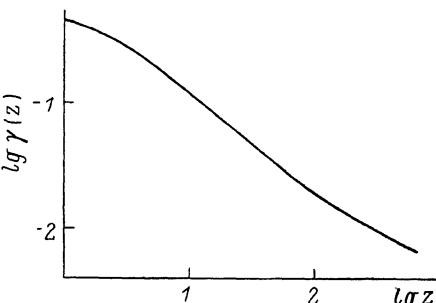
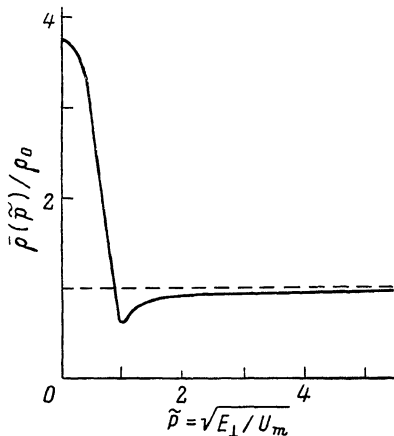


Рис. 2. Средняя по периоду осцилляции каналированной частицы плотность электронов мишени (плоскость (110), Si).

Рис. 3. Относительное увеличение рождения δ -электронов $\gamma(z)$ на глубине z (мкм) вследствие эффекта каналирования.

на расстоянии l от выходной поверхности. Эта вероятность, естественно, зависит от кристалла, энергии частицы и представляет собой усредненную по реальному энергетическому и угловому распределению δ -электронов величину. Поскольку в этом эксперименте δ -электроны регистрируются под большим углом от оси пучка, то вероятность $W(l)$ должна быть одинакова для ориентированного и разориентированного кристаллов. Чтобы выполнялось (9), т. е. $Y_r = \int_0^t \omega_0 W(l) dl = At^{0.4}$ (здесь ω_0 — вероятность рождения δ -электронов на единичной длине в разориентированной мишени), а также, чтобы выполнялось очевидное условие $W(0) = 1$, необходимо

$$W(l) = \alpha / (\alpha + l^{0.6}), \quad (10)$$

где $l = t - z$ — расстояние от точки рождения δ -электрона до выходной поверхности, а значение коэффициента α можно определить из экспериментальной кривой [2].

Увеличение рождения δ -электронов в ориентированном вдоль кристаллографических осей или плоскостей кристалле объясняется тем, что траектория каналированных частиц ближе подходит к атомам кристалла, и поэтому эффективная плотность электронов мишени на их пути выше, чем в разориентирован-

ном кристалле. Считая, что макроскопическое сечение рождения δ -электронов пропорционально локальной плотности электронов мишени, и учитывая поглощение, формулу (1) можно записать в виде

$$\Delta_c(t) = \int_0^t \omega_0 W(t-z) \gamma(z) dz, \quad (11)$$

где $W(t-z)$ определяется выражением (10), а $\gamma(z)$ представляет собой относительное увеличение плотности электронов мишени для пучка каналированных частиц на глубине z , которое, согласно (1), будет иметь вид

$$\gamma(z) = \frac{\int_0^\infty f(p, z) \bar{\rho}(p) dp}{\rho_0} - 1, \quad (12)$$

где $\bar{\rho}(p)$ — средняя по периоду осцилляции каналированной частицы, имеющей поперечную энергию $E_\perp = p^2$, плотность электронов; ρ_0 — средняя по кристаллу плотность электронов.

Мы провели расчет выхода δ -электронов при каналировании электронов с энергией 1.2 ГэВ в Si вдоль плоскости (110) для условий эксперимента [2]. Распределение электронной плотности в направлении, перпендикулярном кристаллографическим плоскостям, было вычислено на основании потенциала Мольера и уравнения Пуассона. Функции $\bar{\rho}(p)$ и $\gamma(z)$ представлены на рис. 2, 3. Зависимость показывает, что ориентационный эффект имеет различный знак для собственно каналированных и квазиканалированных частиц. Это связано с различным распределением потока этих частиц в поперечной плоскости. Величина $\gamma(z)$ (рис. 3) характеризует относительное увеличение выхода δ -электронов на глубине z для всего пучка. Она убывает с глубиной из-за деканалирования, причем на больших глубинах $\gamma(z) \sim 1/\sqrt{z}$.

В нашем случае $\tau_e \approx 40$ мкм. В связи с этим функция распределения пучка частиц $f(p, z)$ для глубин $z < 200$ мкм была найдена из численного решения уравнения (3), а для больших глубин использовалось его асимптотическое решение (6). Необходимая для расчета выхода δ -электронов вероятность их рождения была вычислена из сечения Меллера (8), причем минимальное значение \mathcal{E} определялось с учетом того, что в эксперименте к кристаллу был приложен запирающий потенциал $U=300$ эВ. Результаты расчета ориентационного эффекта приведены на рис. 4 с учетом (1) и без учета (2) поглощения, т. е. при $W(t)=1$.

Заключение

Анализируя результаты расчетов и сравнивая их с экспериментом [2], можно сделать следующие выводы.

1. Без учета поглощения вторичных электронов в кристалле невозможно объяснить как выход ориентационного эффекта на насыщение, так и его абсолютное значение (теоретические значения больше в 3–4 раза на всех толщинах). К тому же без учета поглощения выход δ -электронов из разориентированной мишени Y_r должен был бы линейно расти с толщиной кристалла, в то время как в эксперименте [2] была получена зависимость $Y_r(t) \sim t^{0.4}$.

2. Длина деканалирования определяет скорость нарастания эффекта, а поглощение — установившийся уровень эффекта.

3. Хотя вклад в прирост рождения δ -электронов на единице длины, обусловленный каналированными частицами, $\omega_0 \gamma(z)$ падает как $1/\sqrt{z}$ (рис. 3), интег-

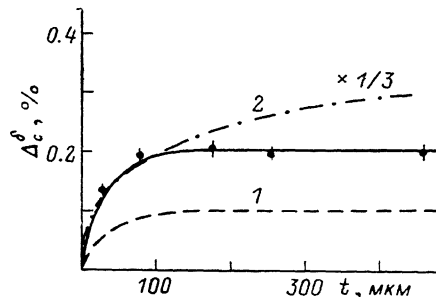


Рис. 4. Увеличение выхода δ -электронов вследствие планарного каналирования в зависимости от толщины кристалла (плоскость (110), Si).

1, 2 — расчет с учетом и без учета поглощения (уменьшено в 3 раза); точки — экспериментальные значения; сплошная линия проведена по ним методом наименьших квадратов [2].

ральный прирост увеличивается (рис. 4, 2), но это увеличение компенсируется поглощением.

Таким образом, процесс прохождения высокоэнергетичных каналированных частиц через толстые кристаллы характеризуется двумя стадиями: быстрое де-каналирование (выравнивание фазовой плотности) и квазистационарное состояние, когда число частиц в канале определяется равновесием между деканалированием и реканалированием (объемным захватом). Хотя доля каналированных частиц на больших толщинах мала, однако в суммарный по толщине эффект она может дать существенный вклад.

Заметим также, что ввиду сложного характера перераспределения потока частиц по поперечному сечению канала и его зависимости от толщины интерпретация экспериментальных данных требует подробных расчетов. Поэтому вывод, сделанный без каких-либо расчетов в работе [2] о том, что на большой глубине нет каналированных частиц, был преждевременным. Вообще говоря, постоянное значение ориентационного эффекта на больших толщинах при наличии поглощения уже свидетельствует о присутствии каналированных частиц на всех глубинах, для которых производились измерения. Мы использовали эмпирическую функцию поглощения, подобранную по выходу δ -электронов в разориентированной мишени. По-видимому, ее нужно знать точнее, чтобы полностью воспроизвести не только форму, но и абсолютное значение выхода δ -электронов при больших толщинах кристалла. Для этого было бы интересно продолжить исследования, меняя условия регистрации вторичной эмиссии (например, запирающий потенциал, коллимацию вторичных электронов).

Литература

- [1] *Beloshitsky V. V., Komarov F. F., Kumakhov M. A.* Phys. Reports, 1986, v. 139, N 6, p. 293—364.
- [2] *Адейшвили Д. И., Бочек Г. Л., Витько В. И.* и др. Письма в ЖТФ, 1984, т. 10, № 4, с. 197—200.
- [3] *Bak J. F., Melchart G., Møller S. P.* et al. Nucl. Phys., 1982, A 389, N 3, p. 533—556.
- [4] *Beloshitsky V. V., Trikalinos Ch. G.* Radiation Effects, 1981, v. 56, p. 71—76.
- [5] *Møller Ch.* Annal. der Phys., 1932, Bd 14, S. 531—585.
- [6] *Tautfest G. W., Fechter H. R.* Rev. Sci. Instr., 1955, v. 26, N 2, p. 229—231.

Поступило в Редакцию
20 мая 1987 г.