

ПОПЕРЕЧНАЯ СТРУКТУРА ПУЧКА ОТРАЖЕННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В КОЛЬЦЕВОМ САМООБРАЩАЮЩЕМ ФОТОРЕФРАКТИВНОМ ЗЕРКАЛЕ

А. А. Зозуля, В. П. Силин, В. Т. Тихончук

Развита теория, позволяющая рассчитать поперечную амплитудно-фазовую структуру световых пучков при четырехволновом взаимодействии в фоторефрактивных средах. На ее основе определены искажения волнового фронта излучения в кольцевом самообращающемся зеркале вблизи порога ОВФ генерации. Исследовано влияние оптических характеристик петли обратной связи на качество обращения.

1. Благодаря большим значениям нелинейных констант фоторефрактивные материалы стали широко использоваться при оптической обработке информации, создании оптической памяти, для динамической коррекции и обращения волнового фронта (ОВФ) [1-3]. Наряду с классическими схемами обращающих зеркал на основе четырехволнового взаимодействия (ЧВВ) [4, 5] в настоящее время в фоторефрактивных кристаллах реализован ряд схем самообращения волнового фронта при ЧВВ [2, 6-9], отличающихся от классической схемы [4, 5] отсутствием внешних опорных волн.

В таких схемах сама сигнальная волна создает в среде все остальные электромагнитные волны, необходимые для ЧВВ, а волна с ОВФ возникает в результате абсолютной неустойчивости (генерации). Низкие пороги, высокие коэффициенты конверсии, а также отсутствие необходимости создания внешних опорных волн привлекают внимание к схемам самообращения, однако теоретическое описание явления ОВФ в них фактически отсутствует. Именно в настоящее время описание этих схем проводится в рамках одномерной теории, развитой для фоторефрактивных кристаллов в работах [2, 6, 10-12].¹ Такая теория может давать качественно верные предсказания относительно порога генерации и коэффициента конверсии, однако не позволяет сделать каких-либо суждений о структуре пучка выходящего назад излучения и тем самым оставляет открытым вопрос о качестве ОВФ. Теория, позволяющая рассчитывать поперечную структуру пучка отраженного назад излучения в схемах самообращения [2, 6-9], применительно к ВРМБ была предложена нами в работах [15, 16]. В настоящей статье в развитие этих работ изложена теория, описывающая трехмерную структуру полей рассеянного излучения вблизи порога генерации для одной из экспериментально реализованных схем самообращающегося зеркала (оптического кольцевого генератора) [8, 9] в фоторефрактивной среде с диффузионно-дрейфовой нелинейностью. Исследовано влияние параметров нелинейной среды и свойств петли обратной связи на качество ОВФ. Указаны пути улучшения качества обращения.

2. В работах [8, 9] была экспериментально реализована схема самообращающегося кольцевого генератора с использованием в качестве нелинейной среды фоторефрактивных кристаллов. Подобная схема применительно к ВРМБ была

¹ Аналогичная теория применительно к ВРМБ разработана в [13, 14].

еще реньше реализована в работе [17]. Однако если в [17] эксперимент был выполнен в условиях, типичных для традиционного наблюдения ОВФ при ВРМБ, а кольцо обратной связи было использовано лишь для понижения порога генерации, то эксперимент [8, 9] был выполнен в качественно иных условиях, когда размер области нелинейного взаимодействия волн был значительно меньше длины продольной корреляции светового пучка. Применительно к таким условиям и построена излагаемая ниже теория.

Кольцевой самообращающий генератор [8, 9] представляет собой устройство (рис. 1), в котором с помощью петли обратной связи реализовано самопересечение пучка возбуждающего излучения в нелинейной среде. В области пересечения имеются четыре электромагнитных волны с амплитудами A_j

($j=1, 2, 3, 4$), так что полное электрическое поле имеет вид

$$E(\mathbf{r}, t) = \sum_j A_j(\mathbf{r}, t) \exp(ik_j r - i\omega t) + \text{к. с.},$$

где k и ω — волновое число и частота излучения в среде; $k_2 = nk$ — волновой вектор исходной волны; \mathbf{n} — единичный вектор в направлении ее распространения; $\mathbf{k}_4 = m\mathbf{k}$; \mathbf{m} — единичный вектор в направлении распространения волны накачки, попадающей в среду после прохождения петли обратной связи; $\mathbf{k}_1 = -\mathbf{n}k$, $\mathbf{k}_3 = -m\mathbf{k}$ — волновые векторы рассеянных волн.

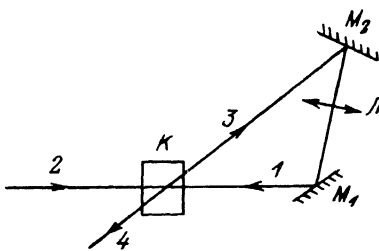


Рис. 1. Схема кольцевого самообращающего зеркала [8].

K — фоторефрактивный кристалл; M_1, M_2 — зеркала; L — линза.

В предположении, что из всех записанных волнами 1—4 решеток показателя преломления главной является лишь одна, записываемая волнами 1, 4 и 2, 3, и что продольная длина корреляции каждого из световых пучков больше размера области пересечения, уравнения, описывающие взаимодействие волн в среде, имеют вид (ср. [2])

$$\begin{aligned} -\mathbf{n}\nabla A_1 &= \frac{\gamma}{I_0} (A_1 A_4^* + A_2^* A_3) A_4, & -\mathbf{n}\nabla A_2^* &= \frac{\gamma}{I_0} (A_1 A_4^* + A_2^* A_3) A_3^*, \\ -\mathbf{m}\nabla A_3 &= \frac{\gamma}{I_0} (A_1 A_4^* + A_2^* A_3) A_2, & -\mathbf{m}\nabla A_4^* &= \frac{\gamma}{I_0} (A_1 A_4^* + A_2^* A_3) A_1^*. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь γ — комплексная константа связи, $I_0 = \sum_j |A_j|^2$. В отличие от предшествующих работ (см., например, [9–11]) производные от амплитуд в левых частях (1) берутся вдоль направлений распространения соответствующих волн.

Вблизи порога генерации можно пренебречь истощением пучков накачки 2, 4. Тогда система (1) сводится к двум уравнениям для амплитуд A_1 и A_3 , а амплитуды A_2 и A_4 предполагаются заданными. Для дальнейшего удобно перейти в косоугольную систему координат, направив ось x вдоль вектора \mathbf{n} , ось y — вдоль \mathbf{m} , а ось z — вдоль вектора $[\mathbf{n}, \mathbf{m}]$. Тогда линеаризованные уравнения (1) принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_1}{\partial x} &= -\bar{\gamma} \frac{A_1 |A_4(x, z)|^2 + A_3 A_3^*(y, z) A_4(x, z)}{|A_2(y, z)|^2 + |A_4(x, z)|^2}, \\ \frac{\partial A_3}{\partial y} &= -\bar{\gamma} \frac{A_1 A_2(y, z) A_4^*(x, z) + A_3 |A_2(y, z)|^2}{|A_2(y, z)|^2 + |A_4(x, z)|^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Амплитуды волн накачки A_2 и A_4 в области взаимодействия зависят только от координат, перпендикулярных их направлениям распространения, и связаны между собой соотношением, описывающим распространение пучка 2 в петле обратной связи

$$A_4 = r \hat{L}_+ [A_2], \quad (3)$$

где $r \leq 1$ — коэффициент, учитывающий потери, связанные, например, с неполным отражением зеркал; \hat{L}_+ — оператор, описывающий распространение

пучка 2 в петле обратной связи и учитывающий, в частности, наличие каких-либо оптических элементов (линз и т. д.).

Граничные условия для волны 3 сводятся к требованию ее отсутствия на входе в область взаимодействия

$$A_3(x, d_y(z), z) = 0, \quad (4)$$

где $d_{\pm y}(z)$ — функции, описывающие форму пучка 2 в нелинейной среде. Амплитуда волны 1 на входе в область взаимодействия

$$A_1(d_x(z), y, z) = r\hat{L}_-[A_3(x, d_{-y}(z), z)] \quad (5)$$

подобно (3) определяется \hat{L}_- , описывающим распространение пучка 3 в петле обратной связи навстречу пучку накачки 2. Функции $d_{\pm x}(z)$ описывают форму поперечного сечения пучка 4 в нелинейной среде.

Уравнения (2) обладают сходством с рассмотренными в [15, 16] уравнениями, описывающими структуру пучка рассеянного излучения при ВРМБ, однако из-за наличия суммарной интенсивности волн накачки в знаменателях правых частей в отличие от рассмотренных в [15, 16] уравнения (2) не имеют точного аналитического решения. Для построения используемого ниже приближенного решения запишем уравнение (2) в интегральной форме с учетом граничного условия (4)

$$A_3(x, y, z) = \bar{\gamma} A_4^*(x, z) \int_y^{d_y(z)} dy' b(x, y', z) \frac{A_1(x, y', z)}{A_2^*(y', z)} \times \\ \times \exp \left[\bar{\gamma} \int_y^{y'} dy'' b(x, y'', z) \right], \quad (6)$$

$$A_1(x, y, z) = A_1(d_x(z), y, z) \exp \left[\bar{\gamma} \int_x^{d_x(z)} dx' (1 - b(x', y, z)) \right] + \\ + \bar{\gamma} A_2^*(y, z) \int_x^{d_x(z)} dx' (1 - b(x', y, z)) \frac{A_3(x', y, z)}{A_4^*(x', z)} \exp \left[\bar{\gamma} \int_x^{x'} dx'' (1 - b(x'', y, z)) \right], \quad (7)$$

где

$$b(x, y, z) = |A_2(y, z)|^2 / (|A_2(y, z)|^2 + |A_4(x, z)|^2).$$

Как следует из полученного в [15, 16] точного решения, для определения полей A_1 и A_3 , отвечающих наименьшему порогу генерации (основной моде), возможно упрощение системы (6), (7). Именно для определения поля A_3 (6) с приемлемой точностью (не хуже 10 %; см. Приложение) достаточно использовать не всю правую часть выражения (7), а лишь ее первое слагаемое, т. е. пренебречь дополнительной генерацией волны 1 в области взаимодействия из-за наличия волны 3. При этом

$$A_1^{(0)}(x, y, z) = A_1(d_x(z), y, z) \exp \left[\bar{\gamma} \int_x^{d_x(z)} dx' (1 - b(x', y, z)) \right]. \quad (8)$$

Подставляя (8) в (6), находим поле A_3 в первом приближении

$$A_3^{(1)}(x, y, z) = \bar{\gamma} A_4^*(x, z) \int_y^{d_y(z)} dy' b(x, y', z) \frac{A_1(d_x(z), y', z)}{A_2^*(y', z)} \times \\ \times \exp \left[\bar{\gamma} \int_y^{y'} dy'' b(x, y'', z) + \bar{\gamma} \int_x^{d_x(z)} dx' (1 - b(x', y', z)) \right]. \quad (9)$$

Определяя поле A_3 на выходе из области взаимодействия ($y = d_{-y}(z)$) и используя затем граничное условие (5), получаем уравнение на собственные функ-

ции и собственные значения, определяющие поле пучка I на входе в область взаимодействия и порог генерации.

3. Рассмотрим ситуацию, реализованную в эксперименте [8], где петля обратной связи была образована двумя плоскими зеркалами и фокусирующей линзой (рис. 1). Также следуя [8], пучок накачки 2 будем считать сходящимся с радиусом кривизны R

$$A_2(y, z) = \bar{A}_2(y, z) \exp \left[-\frac{ik_0}{2R} (y^2 + z^2) \right] \quad (10)$$

причем комплексная функция A_2 плавно меняется на масштабе $\sqrt{R/k_0}$, где k_0 — волновое число накачки в вакууме: $|\nabla \ln \bar{A}_2|^{-1} > \sqrt{R/k_0}$. Последнее условие означает, что нелинейная среда находится вне каустики пучка 2 .

Соотношение (3) в этом случае принимает вид

$$A_4(x, z) = -\frac{rk_0^2}{4\pi^2 L_1 L_2} \iint dy dz' \iint dy' dz'' A_2(y, z') \exp \left\{ \frac{ik_0}{2L_1} [(y-y')^2 + (z'-z'')^2] - \frac{ik_0}{2f} (y'^2 + z''^2) + \frac{ik_0}{2L_2} [(y'+x)^2 + (z''-z)^2] \right\}, \quad (11)$$

где L_1 — расстояние от кристалла до линзы по ходу пучка 2 ; f — фокусное расстояние линзы; L_2 — расстояние от линзы до кристалла.

Предполагая, что функция $\bar{A}_2(y, z)$ (10) плавно меняется на масштабе $\sqrt{L_{\text{eff}}/k_0}$, где $L_{\text{eff}} = L_1 L_2 / \alpha L_0$ — эффективная длина оптического тракта (см. ниже), из (11) получаем

$$A_4(x, z) = \frac{r}{\alpha} \bar{A}_2 \left(-\frac{x}{\alpha}, \frac{z}{\alpha} \right) \exp \left[-\frac{ik_0}{2R'} (x^2 + z^2) \right], \quad (12)$$

где $\alpha = (L_2/L_0)(1 - L_0/L_1 - L_1/R)$ — коэффициент сжатия пучка в тракте, $R' = L_2(L_0/L_2 + L_0/\alpha L_1 - 1)^{-1}$ — радиус кривизны волнового фронта пучка 4 в области взаимодействия, $1/L_0 = 1/L_1 + 1/L_2 - 1/f$.

Таким образом, при прохождении петли обратной связи изменяется радиус кривизны пучка, а его поперечное сечение испытывает масштабное преобразование с коэффициентом подобия α . Далее (в соответствии с выводами [16]) будем считать $|\alpha| \leq 1$.

Соотношение, подобное (11), дает связь A_3 на выходе из кристалла с полем A_1 на входе в кристалл

$$A_1(d_x(z), y, z) = -\frac{rk_0^2}{4\pi^2 L_2 L_1} \iint dx dz' \iint dy' dz'' A_3(x, d_{-y}(z'), z') \times \exp \left\{ \frac{ik_0}{2L_2} [(x+y')^2 + (z'-z'')^2] - \frac{ik_0}{2f} (y'^2 + z''^2) + \frac{ik_0}{2L_1} [(y'-y)^2 + (z''-z)^2] \right\}. \quad (13)$$

Вводя функции

$$\psi_3(x, z) = \frac{A_3(x, d_{-y}(z), z)}{A_4^*(x, z)}, \quad \psi_1(y, z) = \frac{A_1(d_x(z), y, z)}{A_2^*(y, z)}, \quad (14)$$

характеризующие отклонения волнового фронта излучения от комплексно-сопряженного волнового фронта накачки в петле обратной связи, из (13) (аналогично (11), (12)) получаем

$$\psi_1(y, z) = |r|^2 \psi_3(-\alpha y, \alpha z). \quad (15)$$

Функция ψ_3 определяется выражением (9) при $y = d_{-y}(z)$. При этом граничное условие (15) приводит к следующему интегральному уравнению для определения форм-фактора ψ_1 :

$$\psi_1(y, z) = \bar{\gamma} |r|^2 \int_{d_{-y}(\alpha z)}^{d_y(\alpha z)} dy' b(-\alpha y, y', \alpha z) \psi_1(y', \alpha z) \times$$

$$\times \exp \left[\bar{\gamma} \int_{d_{-y}(ax)}^{y'} dy'' b(-ay, y'', \alpha z) + \frac{\bar{\gamma}}{\alpha} \int_{d_{-y}(x)}^y dx \left(1 - b\left(-\frac{x}{\alpha}, y', \alpha z\right) \right) \right]. \quad (16)$$

Здесь в соответствии с (15) учтено, что $d_{\pm x}(z) = -\alpha d_{\mp y}(z/\alpha)$.

Прежде всего рассмотрим наиболее простой для анализа случай $|r| \ll |\alpha|$, когда $b(x, y, z) \approx 1$. При этом из (16) непосредственно следует, что форм-фактор $\psi_1 \equiv \psi_1(z)$ от координаты y не зависит, т. е. внутри кольца имеет место полное обращение волнового фронта по координате y . Полагая $z=0$ в (16), находим выражение для порога генерации

$$|r|^2 \exp[\bar{\gamma}(d_y(0) - d_{-y}(0))] = 1,$$

а для форм-фактора $\psi_1(z)$, полагая $\psi_1(0) = 1$, из (16) получаем

$$\psi_1(z) = \prod_{s=1}^{\infty} \frac{\exp\{\bar{\gamma}[d_y(\alpha^s z) - d_{-y}(\alpha^s z)]\} - 1}{\exp\{\bar{\gamma}[d_y(0) - d_{-y}(0)]\} - 1}. \quad (17)$$

Для пучка накачки прямоугольного сечения ($D_y \times D_z$) из (17) следует $\psi_1 = \text{const}$, т. е. имеет место полное (идеальное) ОВФ в петле обратной связи кольцевого генератора. Однако это не означает полного ОВФ для пучка выходящего назад излучения, так как при проходе через кристалл поле пучка I искажается. Действительно, подставляя в качестве A_3 в (7) выражение (9) и определяя поле A_1 в первом приближении (см. также формулу (II. 2)), можно получить следующее общее выражение для форм-фактора, выходящего назад излучения $\psi(y, z) \equiv A_1(d_{-x}(z), y, z)/A_2^*(y, z)$:

$$\begin{aligned} \psi(y, z) = \psi_1(y, z) = & \exp \left[\bar{\gamma} \int_{-\alpha d_y(z/\alpha)}^{-\alpha d_{-y}(z/\alpha)} dx' (1 - b(x', y, z)) \right] + \\ & + \bar{\gamma}^2 \int_{-\alpha d_y(z/\alpha)}^{-\alpha d_{-y}(z/\alpha)} dx' [1 - b(x', y, z)] \exp \left[\bar{\gamma} \int_{-\alpha d_y(z/\alpha)}^{x'} dx'' (1 - b(x'', y, z)) \right] \times \\ & \times \int_y^{d_y(z)} dy' b(x', y', z) \psi_1(y', z) \exp \left[\bar{\gamma} \int_y^{y'} dy'' b(x', y'', z) + \right. \\ & \left. + \bar{\gamma} \int_{x'}^{-\alpha d_{-y}(z/\alpha)} dx'' (1 - b(x'', y', z)) \right]. \quad (18) \end{aligned}$$

В рассматриваемом нами случае $|r| \ll |\alpha|$, когда выполнено неравенство $1 - b \ll 1$, второе слагаемое правой части формулы (18) составляет на первый взгляд малую поправку $\sim |r/\alpha|^2$ к первому. Однако в действительности оно содержит член, экспоненциально зависящий от y

$$\psi(y, z) \approx 1 - \bar{\gamma} \frac{|r|^2}{\alpha} \left[d_y\left(\frac{z}{\alpha}\right) - d_{-y}\left(\frac{z}{\alpha}\right) \right] e^{\bar{\gamma}[d_y(z) - y]}.$$

Вследствие этого, например, для пучка прямоугольного сечения вблизи края $y = -D_y/2$ в сравнительно небольшой области шириной

$$\frac{\Delta y}{D_y} \sim \ln \left(\frac{1}{\alpha} \ln \frac{1}{|r|^2} \right) / \ln \frac{1}{|r|^2}$$

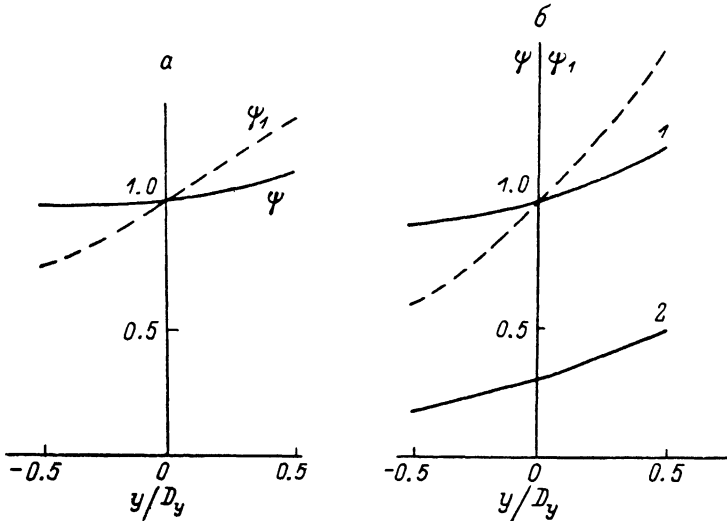
форм-фактор $\psi(y, z)$ экспоненциально возрастает, достигая значения $(1/\alpha) \ln |r|^{-2}$ при $y = -D_y/2$. Таким образом, несмотря на то что в случае $|r| \ll |\alpha|$ возможно достичь достаточно высокого качества ОВФ внутри петли обратной связи, этот случай из-за сильных искажений в амплитудном распределении выходящего пучка и из-за высокого порога генерации для практических приложений малоинтересен.

4. В этой связи обратимся к анализу петли обратной связи с малыми потерями, положив $|r| = 1$. Рассмотрим для простоты пучок накачки с однородным распределением интенсивности по сечению $\bar{A} = \text{const}$. Для пучка накачки прямоугольного сечения $D_y \times D_z$ ($d_{\pm y} = \pm D_y/2$, $d_{\pm z} = \mp \alpha D_y/2$) уравнение (16) принимает вид

$$\psi_1(y, z) = \frac{\alpha^2 \bar{\gamma}}{1 + \alpha^2} \int_{-D_y/2}^{D_y/2} dy' \psi_1(y', \alpha z) \exp \left[\frac{\alpha^2 \bar{\gamma}}{1 + \alpha^2} \left(y' + \frac{D_y}{2} \right) + \frac{\alpha \bar{\gamma}}{1 + \alpha^2} \left(y + \frac{D_y}{2} \right) \right]. \quad (19)$$

При этом порог генерации определяется условием

$$\exp \left[\alpha \frac{(1 + \alpha) \bar{\gamma} D_y}{1 + \alpha^2} \right] = 2 + \frac{1}{\alpha}. \quad (20)$$



Фиг. 2. Зависимость форм-фактора ψ (нормированного на единицу при $y=z=0$) пучка выходящего назад излучения для пучка накачки прямоугольного сечения при сжатии $\alpha \rightarrow 1$ (а) и $\alpha=0.5$ (б).

1 — при $|z| < \alpha |D_z$, 2 — при $|z| > \alpha |D_z$, пунктир — нормированный форм-фактор ψ_1 .

Форм-фактор пучка выходящего излучения определяется по известной функции ψ_1 формулой (18). При этом та часть пучка 1, которая при проходе через кристалл не пересекает пучок 2, не изменяет своей амплитуды, т. е. при $|z| > \alpha |D_z$

$$\psi(y, z) = \psi_1(y, z) = \exp \left[\ln \left(2 + \frac{1}{\alpha} \right) \frac{y}{D_y (1 + \alpha)} \right],$$

при $|z| < \alpha |D_z$ из (18) находим

$$\psi(y, z) \approx \exp \left[\left(1 + \frac{y}{D_y} \right) \frac{\ln(2 + 1/\alpha)}{1 + \alpha} \right] \left\{ 1 + \alpha \frac{\ln(2 + 1/\alpha)}{(1 + \alpha)^2} \times \left[\exp \left(\left(\frac{1}{2} - \frac{y}{D_y} \right) \ln \left(2 + \frac{1}{\alpha} \right) \right) - 1 \right] \right\}.$$

Таким образом, при $|\alpha| \neq 1$ форм-фактор выходящего излучения является кусочно-постоянной функцией координаты z и монотонно возрастающей функцией координаты y . Отметим, что как функция y форм-фактор ψ оказывается более плавной функцией, нежели ψ_1 (рис. 2).

Из рис. 2 видно, что при $|\alpha| < 1$ центральная область по оси z (след пучка 4) оказывается интенсивнее краевых областей (при $\alpha=0.5$ примерно в 10 раз). С уменьшением α это различие возрастает. Поэтому для пучка прямоугольного сечения оптимальное значение параметра α близко к единице.

Оптимальные значения α зависят от формы пучка и распределения интенсивности по его сечению. Покажем это на примере, реализованном в [8], пучка круглого сечения радиуса ρ с однородным распределением интенсивности по сечению: $d_{\pm y}(z) = \pm \sqrt{\rho^2 - z^2}$.

При этом решение уравнения (16) можно представить в виде

$$\psi_1(y, z) = \psi_1(z) \exp \left[\frac{\alpha |r|^2 \bar{\gamma}}{\alpha^2 + |r|^2} (y + \sqrt{\rho^2 - z^2}) \right], \quad (21)$$

где $\psi_1(z)$ удовлетворяет уравнению

$$\psi_1(z) = \psi_1(\alpha z) D(\alpha z), \quad D(z) = \frac{\alpha |r|^2}{\alpha + |r|^2} \left[\exp \left(2\alpha \bar{\gamma} \frac{\alpha + |r|^2}{\alpha^2 + |r|^2} \sqrt{\rho^2 - z^2} \right) - 1 \right].$$

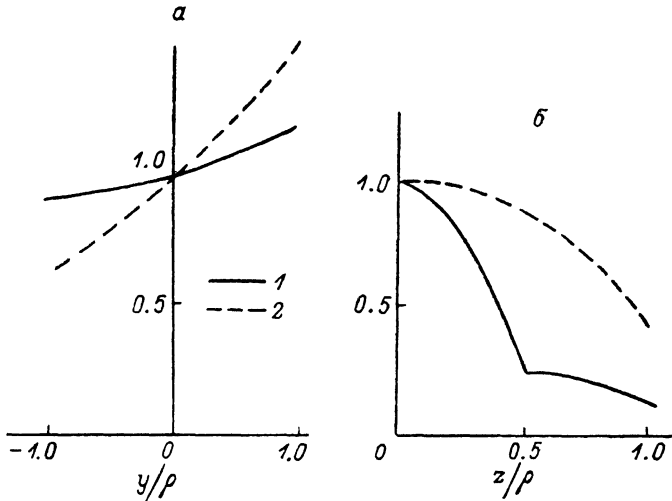


Рис. 3. Зависимости форм-факторов выходящего излучения $\psi(1)$ и внутри петли обратной связи $\psi_1(2)$ при $z=0$ (а) от y и при $y=0$ (б) от z для пучка накачки круглого сечения с однородным распределением интенсивности при $|r|=1$, $\alpha=0.5$.

Полагая $z=0$, получаем отсюда уравнение $D(0)=1$, определяющее порог генерации

$$\exp \left[2\alpha \bar{\gamma} \rho \frac{\alpha + |r|^2}{\alpha^2 + |r|^2} \right] = 1 + \frac{1}{\alpha |r|^2}.$$

При этом

$$\psi_1(z) = \prod_{s=1}^{\infty} D(\alpha^s z).$$

Для реальных $\alpha \leq 0.5$ в этом произведении достаточно удержать лишь конечное число членов. Используя (21) в (18), получаем следующее выражение для форм-фактора выходящего излучения:

$$\begin{aligned} \psi(y, z) = \psi_1(z) \exp \left[\frac{2\alpha |r|^2 \bar{\gamma}}{\alpha^2 + |r|^2} \left(\sqrt{\rho^2 - \frac{z^2}{\alpha^2}} + \frac{1}{2} y - \frac{1}{2} \sqrt{\rho^2 - z^2} \right) \right] \times \\ \times \left\{ 1 + \frac{2\alpha^2 |r|^2 \bar{\gamma}}{(\alpha^2 + |r|^2)(\alpha + |r|^2)} \sqrt{\rho^2 - \frac{z^2}{\alpha^2}} \left[\exp \left(\alpha \bar{\gamma} \times \right. \right. \right. \\ \left. \left. \times \frac{\alpha + |r|^2}{\alpha^2 + |r|^2} (\sqrt{\rho^2 - z^2} - y) \right) - 1 \right] \right\}. \quad (22) \end{aligned}$$

Это выражение справедливо при $|z| < |\alpha| \rho$, т. е. в области пересечения пучков. При $|z| > |\alpha| \rho$ $\psi(y, z) = \psi_1(y, z)$.

На рис. 3 приведены зависимости форм-факторов ψ_1 и ψ , нормированных на единицу в точке $y=z=0$, от z при $y=0$ и от y при $z=0$ для $\alpha=0.5$, $|r|=1$. Видно,

что внутри петли обратной связи качество обращения по координате z лучше, а по координате y хуже, чем на выходе, хотя в центральной части пучка $(y^2 + z^2)^{1/2} \leq \rho/2$ амплитудные искажения оказываются сравнительно небольшими.

Переходя к анализу зависимости формы ψ_1 и ψ от коэффициента сжатия, отметим, что распределения по координате y сравнительно слабо зависят от α . Поэтому оптимизацию по α следует проводить анализируя зависимости ψ_1 и ψ от z . При этом для определенности положим $y=0$. Поскольку $\psi(0, z)/\psi(0, 0)$ и $\psi_1(0, z)/\psi_1(0, 0)$ являются четными убывающими функциями, достаточно проанализировать их зависимость от α при каком-либо выбранном значении z , например $z=\rho/2$. На рис. 4 приведены зависимости $\psi_1(0, \rho/2)/\psi_1(0, 0)$ и $\psi(0, \rho/2)/\psi(0, 0)$ от параметра α . Видно, что минимальные амплитудные искажения в обращенном пучке возникают при $\alpha \approx 0.7$.

Отметим, что проведенный расчет относится к околопороговой ситуации, когда истощение пучка накачки пренебрежимо мало. При большом превышении порога истощение пучка накачки должно привести к большому усилению периферийных частей пучка рассеянного излучения из-за насыщения усиления в центральной части, поэтому форм-фактор ψ должен быть более плавной функцией (прежде всего координаты z). Поскольку при этом эффект обращения фазы накачки сохраняется, то в режиме насыщения качество ОВФ будет более высоким, чем вблизи порога.

5. Таким образом, изложенная выше теория позволяет рассчитывать структуру пучка отраженного излучения в оптическом кольцевом генераторе вблизи порога генерации для различных условий распространения пучка в петле обратной связи.

Важно отметить, что в том случае, когда параметр $\tilde{\gamma}$ является действительным,

из формул (16), (18) следует, что отраженное назад излучение имеет фазу, в точности комплексно-сопряженную фазе пучка накачки. В то же время амплитудное распределение отраженного излучения отличается, вообще говоря, от амплитудного распределения пучка накачки. Наиболее сильные амплитудные искажения имеются в пучке выходящего излучения. Пучок рассеянного излучения в петле обратной связи искажается слабее. В случае необходимости он может быть использован в качестве обращенного пучка.

Полученные в настоящей работе результаты находятся в качественном согласии с результатами эксперимента [8] (наличие эффекта фазового сопряжения при действительном параметре γ , искажения интенсивности первоначально однородного пучка круглого сечения — «темные» пятна в верхней и нижней частях сечения выходящего пучка). Отсутствие данных о размере области пересечения пучков, параметре γ и величине коэффициента сжатия α не позволяет провести количественное сопоставление теории с экспериментом.

В заключение отметим, что для улучшения амплитудного распределения отраженного назад излучения могут быть использованы и другие комбинации оптических элементов в петле обратной связи. Так, в работе [16] была теоретически рассмотрена схема кольцевого генератора с поворотом сечения пучка на 90° относительно оси распространения в петле обратной связи. При этом улучшается распределение поля по оси z в ущерб распределению по оси y ; зависимость качества обращения от параметра сжатия пучка α оказывается в этой схеме более слабой.

Еще более однородное распределение форм-фактора по сечению отраженного пучка может быть достигнуто при тройном некопланарном самопересечении пучка накачки, если, например, прошедший через нелинейную среду пучок накачки расщепить и образовавшиеся два пучка вернуть в кристалл

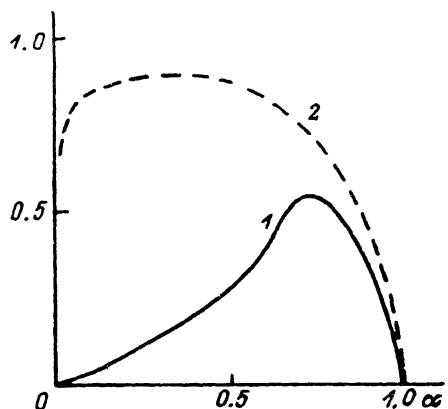


Рис. 4. Зависимости форм-факторов ψ (1) и ψ_1 (2) при $z=\rho/2$ и $y=0$ от параметра α при $|r|=1$.

по двум разным направлениям, не лежащим в одной плоскости, но под одинаковыми углами к исходному пучку. Один из вариантов схемы с расщеплением пучка реализован в эксперименте [17].

Возможны также и другие, более сложные варианты схем самообращения световых пучков в режиме генерации. Для выбора схемы с наилучшим качеством обращения необходимы детальная экспериментальная разработка различных вариантов и их сравнение друг с другом.

С точки зрения изложенных выше теоретических представлений желательным является получение информации о поперечном профиле пучка рассеянного излучения при различных формах профиля пучка накачки (например, гауссов пучок, пучок с однородным распределением интенсивности) в зависимости от потерь и коэффициента сжатия в оптическом тракте, а также от надпороговости.

Приложение

Покажем, что учет поля A_3 в уравнении (2) для поля A_1 приводит к малым поправкам в уравнении для форм-фактора ψ_1 . В первом приближении поле A_3 определяется формулой (9), подстановка которой в (7) дает выражение для поля A_1 в первом приближении

$$\begin{aligned}
 A_1^{(1)}(x, y, z) = & A_1(d_x(z), y, z) \exp \left[\bar{\gamma} \int_x^{d_x(z)} dx' (1 - b(x', y, z)) \right] + \\
 & + \bar{\gamma}^2 \int_x^{d_x(z)} dx' (1 - b(x', y, z)) A_2^*(y, z) \exp \left[\bar{\gamma} \int_x^{x'} dx'' (1 - b(x'', y, z)) \right] \times \\
 & \times \int_y^{d_y(z)} dy' b(x', y', z) A_1(d_x(z), y', z) A_2^{*-1}(y', z) \exp \left[\bar{\gamma} \int_y^{y'} dy'' b(x', y'', z) + \right. \\
 & \left. + \bar{\gamma} \int_{x'}^{d_x(z)} dx'' (1 - b(x'', y', z)) \right]. \quad (\text{П. 1})
 \end{aligned}$$

Подстановка (П. 1) в (6) дает выражение для поля A_3 во втором приближении $A_3^{(2)}(x, y, z)$. Вычисляя $A_3^{(2)}(x, d_y(z), z)$ и используя граничное условие (15), находим уравнение для определения форм-фактора $\psi_1(y, z)$ во втором приближении

$$\begin{aligned}
 \psi_1(y, z) = & \bar{\gamma} |r|^2 \int_{d_y^{(2)}(az)}^{d_y^{(1)}(az)} dy' \psi_1(y', az) \exp \left[\bar{\gamma} \int_{d_y^{(2)}(az)}^{y'} dy'' b(-ay, y'', az) + \right. \\
 & \left. + \bar{\gamma} \int_{-ay}^{d_x(az)} dx (1 - b(x, y', az)) \right] \left\{ b(-ay, y', az) + \bar{\gamma}^2 \int_{d_y^{(2)}(az)}^{y'} dy'' \int_{-ay}^{d_x(az)} dx' \times \right. \\
 & \times b(-ay, y'', az) b(x', y', az) (1 - b(x', y'', az)) \exp \left[\bar{\gamma} \int_{y''}^{y'} dz'' (b(x', \xi, az) - \right. \\
 & \left. - b(-ay, \xi, az)) + \bar{\gamma} \int_{-ay}^{x'} dx'' (b(x'', y', az) - b(x'', y'', az)) \right] \left. \right\}. \quad (\text{П. 2})
 \end{aligned}$$

Это уравнение отличается от (16) дополнительным вторым слагаемым в фигурных скобках. Покажем, что это слагаемое мало, на следующих примерах. Если $|r| \ll |\alpha|$, то функция b близка к единице: $1 - b \sim |r/\alpha|$. При этом второе слагаемое в фигурных скобках (П. 2) вблизи порога генерации по порядку величины равно

$$\frac{|r|^2}{|\alpha|} (\bar{\gamma} d_y)^2 \sim \frac{|r|^2}{|\alpha|} \ln^2 \frac{1}{|r|^2} \ll 1,$$

т. е. является малой поправкой к первому.

Если $|r| \approx 1$ и интенсивность равномерно распределена по сечению пучка, т. е. $b = a^2/(1 + a^2) = \text{const}$, то второй член в фигурных скобках (П.2) равен

$$\bar{r}^2 \frac{a^5}{(1 + a^2)^3} (y - d_{-y}(z)) (y' - d_{-y}(az)).$$

Для пучка прямоугольного сечения вблизи порога генерации (20) его максимальное значение равно

$$\frac{a^3}{(1 + a)^2 (1 + a^2)} \ln^2 \left(2 + \frac{1}{a} \right).$$

Ясно, что этот член мал при $a \ll 1$, но он также оказывается численно малым (≈ 0.15) и при $a = 1$. Учет дополнительного слагаемого в (П.2) приводит к поправкам к функции $\psi_1(y, z)$ и порогу генерации, не превышающим 10 % в наиболее «опасном» случае $|r| \sim |\alpha| \sim 1$, и приводит к еще меньшим поправкам при $|r|, |\alpha| \ll 1$.

Вывод о малости второго слагаемого в фигурных скобках (П.2) может быть сделан и для других распределений поля и форм пучка накачки. По этой причине для нахождения форм-фактора ψ_1 в настоящей работе использовано уравнение первого приближения (16).

Литература

- [1] Петров М. П., Степанов С. И., Хоменко А. Е. Фоточувствительные электрооптические среды в голографии и оптической обработке информации. Л.: Наука, 1983. 270 с.
- [2] Cronin-Golomb M., Fischer B., White J. O., Yariv A. IEEE J. Quant. Electr., 1984, v. 20, N 1, p. 12—30.
- [3] Вилецкий В. Л., Кухтарев Н. В., Одулов С. Г., Соскин М. С. УФН, 1979, т. 129, № 1, с. 113—137.
- [4] Hellwarth R. W. J. Opt. Soc. Am., 1977, v. 67, N 1, p. 1—3.
- [5] Bloom D., Bjorklund C. C. Appl. Phys. Lett., 1977, v. 31, N 9, p. 592—594.
- [6] White J. O., Cronin-Golomb M., Fischer B., Yariv A. Appl. Phys. Lett., 1982, v. 40, N 6, p. 450—452.
- [7] Feinberg J. Opt. Lett., 1982, v. 7, N 10, p. 486—488.
- [8] Cronin-Golomb M., Fischer B., White J. O., Yariv A. Appl. Phys. Lett., 1983, v. 42, N 11, p. 919—921.
- [9] Возник О. М., Кузьминов Ю. С., Полозков Н. М. Квант. электр., 1986, т. 13, № 8, с. 1633—1637.
- [10] Fischer B., Cronin-Golomb M., White J. O., Yariv A. Opt. Lett., 1981, v. 6, N 11, p. 519—521.
- [11] Cronin-Golomb M., White J. O., Fischer B., Yariv A. Opt. Lett., 1982, v. 7, N 7, p. 313—315.
- [12] Kwong S. K., Yariv A., Cronin-Golomb M., Fischer B. J. Opt. Soc. Am., 1986, v. 3, N 1, p. 157—160.
- [13] Зозуля А. А., Силин В. П., Тихончук В. Т. ЖЭТФ, 1984, т. 86, № 4, с. 1296—1308.
- [14] Chegotov M. V., Silin V. P., Tikhonchuk V. T., Zozulya A. A. Plasma Phys. and Contr. Fusion, 1985, v. 28, N 2, p. 413—427.
- [15] Зозуля А. А., Силин В. П., Тихончук В. Т. Кр. сообщения по физике ФИАН, 1986, № 2, с. 33—35.
- [16] Зозуля А. А., Силин В. П., Тихончук В. Т. ЖЭТФ, 1987, т. 92, № 3, с. 788—800.
- [17] Одинцов В. И., Рогачева Л. Ф. Письма в ЖЭТФ, 1982, т. 36, № 8, с. 281—284.

Физический институт
им. П. Н. Лебедева АН СССР
Москва

Поступило в Редакцию
6 марта 1987 г.
В окончательной редакции
17 августа 1987 г.