УДК 538.11

О ДИНАМИКЕ БЛОХОВСКОЙ СТЕНКИ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Ф. Г. Басс, Н. Н. Насонов, О. В. Науменко

Исследована динамика доменной границы в ферромагнетике под влиянием быстропеременного магнитного поля. Анализ проведен на основе теории возмущений, сочетающей метод многих масштабов с методом разложения по собственным функциям невозмущенного уравнения, линеаризованного на фоне доменной границы.

Показана возможность генерации спиновых волн при возмущении покоящейся стенки магнитным полем, поляризованным поперек оси анизотропии. Рассмотрена генерация спиновых волн при возмущении движущейся доменной границы.

Установленный недавно новый механизм генерации спиновых волн доменной границей, движущейся в ферромагнетике, помещенном в осциллирующее магнитное поле [1-3], представляет существенный интерес с точки зрения возможностей создания приборов спин-волновой электроники.

В указанных работах исследовался случай, когда однородное осциллирующее магнитное поле приложено вдоль оси анизотропии легкоосного ферромагнетика. При этом генерация излучения возможна только при отличной от нуля скорости доменной стенки. В настоящей работе показано, что генерация спиновых волн возможна в более типичном для эксперимента случае покоящейся стенки при ориентации магнитного поля накачки поперек оси анизотропии.

Движение доменных стенок в ферромагнетиках обладает ярко выраженными релятивистскими свойствами, поэтому эффект излучения волн движущейся стенкой может быть использован для преобразования частоты электромагнитных колебаний. Движение стенки осуществляется приложением постоянного магнитного поля H_0 вдоль оси анизотропии; при этом скорость перемещения стенки определяется соотношением между H_0 и постоянной релаксации намагниченности ферромагнетика. В работах [1-3] влияние постоянного поля H_0 на процесс излучения спиновых волн доменной стенкой не рассматривалось. В настоящей работе показано, что постоянное магнитное поле может существенно изменить условия излучения; так, при определенных значениях H_0 и частоты накачки ω стенка излучает только в направлении своего движения.

Важным аспектом теории обсуждаемого эффекта является вопрос о характере движения доменной стенки в осциллирующем магнитном поле. Следует отметить, что использованная в [1-3] методика теории возмущений для солитонов, основанная на методе обратной задачи рассеяния, приводит в основном адиабатическом приближении к уравнениям, допускающим произвольно быстрое изменение параметров возмущенной доменной стенки, причем в условиях излучения адиабатические уравнения вообще оказываются непригодными [2]. В настоящей работе используется более традиционный подход, основанный на «прямом» асимптотическом разложении [4, 5]. Особенностью проводимого анализа является сочетание метода многих масштабов [6] с методом собственных функций исходной невозмущенной системы уравнений, линеаризованной на фоне доменной стенки. В рамках такого подхода естественным образом разделяются быстрые и медленные процессы в динамике возмущенной стенки, что оказывается существенным в случае быстропеременных возмущений.

Отметим, что близкая к используемой в настоящей работе методика применена в недавних работах Каупа [7, 8]. Однако использованная в [7, 8] схема разложения решения и скорости возмущенного солитона в асимптотические ряды (аналогичная методу Линштедта—Пуанкаре в нелинейной механике [6]) не позволяет в отличие от метода настоящей работы анализировать процессы, приводящие к существенному изменению скорости солитона.

Возмущение покоящейся блоховской стенки

Рассмотрим легкоосный ферромагнетик, находящийся в двухдоменном состоянии с блоховской стенкой, расположенной в плоскости XY. Пусть к ферромагнетику приложено внешнее магнитное поле $\bar{H}=\bar{H}_x+\bar{H}_y$. Исходная система уравнений Ландау—Лифшица в рассматриваемом случае может быть записана в следующем виде:

$$\cos\theta\left[\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}-\sin\varphi\cos\varphi-\eta\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right]-2\sin\theta\,\frac{\partial\theta}{\partial z}\,\frac{\partial\varphi}{\partial z}-\frac{\partial\theta}{\partial t}=h_y\sin\varphi-h_x\cos\varphi,$$

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2}-\left[\varepsilon-\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)^2+\cos^2\varphi\right]\sin\theta\cos\theta-\eta\frac{\partial\theta}{\partial t}+\cos\theta\,\frac{\partial\varphi}{\partial t}=$$

$$=[h_y\cos\varphi+h_x\sin\varphi]\sin\theta, \tag{1}$$

где вектор намагниченности $\mathbf{M}=M_0\cos\theta\cos\varphi\mathbf{e}_y+M_0\cos\theta\sin\varphi\mathbf{e}_x+M_0\sin\theta\,\mathbf{e}_z$; $\mathbf{H}=\beta M_0\mathbf{h}$; M_0 — намагниченность насыщения; время измеряется в единицах $(\beta g M_0)^{-1}$, а пространство в единицах $\sqrt{\alpha/\beta}$; α, β, η — соответственно постоянные неоднородного обмена, анизотропии и релаксации намагниченности; g — гиромагнитное отношение; слагаемое, пропорциональное множителю $\varepsilon=4\pi/\beta$, учитывает магнитодипольное взаимодействие.

Рассматривая внешнее поле $\mathbf{h}$ в качестве возмущения ($\mathbf{h}=h\mathbf{f}, h\ll 1$), получаем из (1) в нулевом приближении систему статических уравнений

$$\cos\theta_0\left(\frac{\partial^2\varphi_0}{\partial z^2}-\sin\varphi_0\cos\varphi_0\right)-2\sin\theta_0\frac{\partial\theta_0}{\partial z}\frac{\partial\varphi_0}{\partial z},$$

$$\frac{\partial^2\theta_0}{\partial z^2}-\left[\varepsilon-\left(\frac{\partial\varphi_0}{\partial z}\right)^2+\cos^2\varphi_0\right]\sin\theta_0\cos\theta_0=0,$$

решение которой выберем в виде

$$\theta_0=0,\quad \cos\varphi_0=-\mathrm{th}\,(z-\xi)=-\mathrm{th}\,z_s, \tag{2}$$

соответствующем доменной границе блоховского типа.

Для учета влияния возмущения $\mathbf{h}$ воспользуемся методом многих масштабов [6]. Следуя [6], введем различные масштабы времени $t_n=h^n t$ и пространства $z_n=h^n z$ $\left(\text{при этом } \frac{\partial}{\partial t}\to\sum_{n\geqslant 0}h^n\frac{\partial}{\partial t_n} \text{ и } \frac{\partial}{\partial z}\to\sum_{n\geqslant 0}h^n\frac{\partial}{\partial z_n}\right)$ и будем искать решение уравнений в виде асимптотических разложений

$$\varphi=\sum_{n\geqslant 0}h^n\varphi_n(z,\ z_1,\ \ldots,\ t,\ t_1,\ \ldots),\quad \theta=\sum_{n\geqslant 1}h^n\theta_n(z,\ z_1,\ \ldots,\ t,\ t_1,\ \ldots). \tag{3}$$

Подстановка разложений (3) в систему (1) приводит в нулевом приближении к решению (2), в котором параметр ξ становится функцией медленных переменных, т. е. $\xi=\xi\,(z_1,\ \ldots,\ t_1,\ \ldots)$. В первом приближении по h из (1) с учетом (2) следуют уравнения

$$\frac{\partial^2\theta_1}{\partial z^2}+\left[-1-\varepsilon+\frac{2}{\mathrm{ch}^2 z_s}\right]\theta_1-\eta\frac{\partial\theta_1}{\partial t}+\frac{\partial\varphi_1}{\partial t}=\frac{\partial\xi}{\partial t_1}\frac{1}{\mathrm{ch}\,z_s},$$

$$\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial z^2}+\left[-1+\frac{2}{\mathrm{ch}^2 z_s}\right]\varphi_1-\eta\frac{\partial\varphi_1}{\partial t}-\frac{\partial\theta_1}{\partial t}=f_y\frac{1}{\mathrm{ch}\,z_s}-f_x\,\mathrm{th}\,z_s-$$

$$-2\frac{\partial\xi}{\partial z_1}\frac{\mathrm{sh}\,z_s}{\mathrm{ch}^2 z_s}-\eta\frac{\partial\xi}{\partial t_1}\frac{1}{\mathrm{ch}\,z_s}. \tag{4}$$

Для решения системы (4) разложим функции φ_1 и θ_1 по полному набору [9,10]

$$\varphi_1 = \varphi_{10}\alpha_0(z_s) + \int_{-\infty}^{\infty} dk\varphi_{1k}\alpha_k(z_s), \qquad \theta_1 = \theta_{10}\alpha_0(z_s) + \int_{-\infty}^{\infty} dk\theta_{1k}\alpha_k(z_s),$$

$$\alpha_0 = \frac{2}{\operatorname{ch} z_s}, \qquad \alpha_k = \frac{k + i \operatorname{th} z_s}{\sqrt{2\pi(1+k^2)}} e^{ikz_s}. \tag{5}$$

С учетом соотношений (5) из (4) следуют уравнения для коэффициентов разложения φ_{10} и θ_{10}

$$(1+\eta^2)\frac{\partial\theta_{10}}{\partial t} + \varepsilon\eta\theta_{10} = -\frac{1}{8}\int_{-\infty}^{\infty} dz\alpha_0(z_s)\left[f_y \frac{1}{\operatorname{ch} z_s} - f_x \operatorname{th} z_s\right],$$

$$\frac{\partial\varphi_{10}}{\partial t} - \varepsilon\theta_{10} - \eta\frac{\partial\theta_{10}}{\partial t} = \frac{1}{2}\frac{\partial\xi}{\partial t_1}, \tag{6}$$

описывающие динамику локализованной трансляционной моды, и уравнения для коэффициентов φ_{1k} и θ_{1k}

$$(1+\eta^2)\frac{\partial^2\theta_{1k}}{\partial t^2} + 2\eta\left(1 + \frac{1}{2}\varepsilon + k^2\right)\frac{\partial\theta_{1k}}{\partial t} + \omega_k^2\theta_{1k} =$$

$$= -\frac{\partial}{\partial t}\int_{-\infty}^{\infty} dz\alpha_k^*(z_s)\left[f_y \frac{1}{\operatorname{ch} z_s} - f_x \operatorname{th} z_s\right],$$

$$\frac{\partial\varphi_{1k}}{\partial t} - (1+\varepsilon+k^2)\theta_{1k} - \eta\frac{\partial\theta_{1k}}{\partial t} = 0, \quad \omega_k^2 = (1+k^2)(1+\varepsilon+k^2). \tag{7}$$

Система уравнений (6) и (7) позволяет исследовать влияние возмущения на интервале времени $t \leqslant 1/h$. Адиабатическое уравнение для параметра ξ следует из условия отсутствия секулярного роста коэффициента $\varphi_{10}(t)$ и имеет вид

$$\partial\xi/\partial t_1 = -2\varepsilon\langle\theta_{10}\rangle, \tag{8}$$

где скобки $\langle\ \rangle$ означают усреднение по быстрому времени.

Результат (8) вполне естествен. Условие $\langle\theta_{10}\rangle \neq 0$ означает появление отличного от нуля среднего значения проекции вектора намагниченности $M_z(z) \sim \sim \operatorname{ch}^{-1}(z-\xi)$, локализованного на стенке. Намагниченность M_z индуцирует благодаря магнитодипольному взаимодействию продольное магнитное поле $H_z = -4\pi M_z$, которое и создает вращающий момент, необходимый для разворота поперечных составляющих вектора намагниченности в движущейся блоховской стенке. Например, в случае постоянного однородного магнитного поля, приложенного вдоль оси анизотропии ($f_x=0$, $f_y=1$), из (6) и (8) следует результат

$$\xi = \xi_0 + \frac{1}{\eta}t_1 = \xi_0 + \frac{h}{\eta}t, \tag{9}$$

полученный еще в классической работе Ландау и Лифшица [11].

Обратимся к анализу возможности генерации спиновых волн однородным осциллирующим магнитным полем. С учетом ортогональности функций α_0 и α_k из уравнений (7) следует, что в случае покоящейся доменной границы осциллирующее поле, ориентированное вдоль оси анизотропии, не возбуждает спиновых волн [1-3]. Рассмотрим случай $f_y=0$, $f_x=\sin\omega t$. При этом, согласно (6), $\Phi_{10} = \theta_{10} = \partial\xi/\partial t_1 = 0$, т. е. рассматриваемое возмущение на интервале времени $t \leqslant 1/h$ приводит к возбуждению только радиационных составляющих функций $\varphi_1(z, t)$ и $\theta_1(z, t)$.

Решение неоднородной системы уравнений (7), удовлетворяющее начальному условию $\varphi_{1k}(0) = \theta_{1k}(0) = 0$, состоит из незатухающих во времени слагаемых вынужденной части решения и соответствующих слагаемых решения однородной системы, затухающих во времени. Интересуясь установившейся картиной возбуждаемого волнового поля, в интегралы по dk в формулах (5) будем подставлять выражения для коэффициентов φ_{1k} и θ_{1k}, соответствующие вынужденному решению системы (7).

Особенностью исследуемой задачи является нелокализованность возмущения $\sin\omega t\,\mathrm{th}\,z$. Благодаря этому обстоятельству искомые функции $\varphi_1(z, t)$ и $\theta_1(z, t)$ не являются локализованными ни при каких значениях частоты возмущения ω. Анализируя интегралы по dk в (5), нетрудно убедиться, что при $\omega < \omega_k(0)=\sqrt{1+\varepsilon}$ (зависимость $\omega_k(k)$ определяет дисперсию линейной спиновой волны) функции $\varphi_1(z, t)$ и $\theta_1(z, t)$ при $|z| \gg 1$ описывают только однородную прецессию намагниченности.

При выполненном условии излучения $\omega > \omega_k(0)=\sqrt{1+\varepsilon}$ возникает генерация спиновых волн. При этом, например, для функции $\theta_1(z, t)$ из (5) и (7) следует выражение

$$\theta_1=\frac{\omega}{4k_1(k_1^2+1)\sqrt{\omega^2+\varepsilon^2/4}}\,\mathrm{Im}\Bigg[(k_1-i\,\mathrm{th}\,z)\,e^{i\omega t-ik_1z-k_3z}\int\limits_{-\infty}^{z}dz'\,\mathrm{th}\,z'\,(k_1+i\,\mathrm{th}\,z')\times$$

$$\times e^{ik_1z'+k_3z'}+(k_1+i\,\mathrm{th}\,z)\,e^{i\omega t+ik_1z+k_3z}\int\limits_{z}^{\infty}dz'\,\mathrm{th}\,z'\,(k_1-i\,\mathrm{th}\,z')\,e^{-ik_1z'-k_3z'}\Bigg]-$$

$$-\frac{\omega\cos\omega t}{4k_2(k_2^2-1)\sqrt{\omega^2+\varepsilon^2/4}}\Bigg[(k_2+\mathrm{th}\,z)\,e^{-k_2z}\int\limits_{-\infty}^{z}dz'\,\mathrm{th}\,z'\,(k_2-\mathrm{th}\,z')\,e^{k_2z'}+$$

$$+(k_2-\mathrm{th}\,z)\,e^{k_2z}\int\limits_{z}^{\infty}dz'\,\mathrm{th}\,z'\,(k_2+\mathrm{th}\,z')\,e^{-k_2z}\Bigg], \tag{10}$$

где $k_1^2=\sqrt{\omega^2+\varepsilon^2/4}-1-\varepsilon/2=k_2^2-2(1+\varepsilon/2)$, $k_3=\eta\omega/2k_1$. При выводе (10) использовано неравенство $\eta\ll 1$.

Описываемое формулой (10) (и аналогичной формулой для $\varphi_1(z, t)$) состояние намагниченности имеет существенно различную пространственную структуру на разных расстояниях от стенки.

Вдали от стенки, за пределами области поглощения спиновых волн $|z|\gg k_3^{-1}\sim 1/\eta\gg 1$, из (10) следует в пределе $\eta\to 0$ простая формула

$$\theta_{1a}=\mp\frac{\omega}{\omega^2-1-\varepsilon}\cos\omega t, \tag{11}$$

описывающая однородную прецессию намагниченности (знак «—» относится к случаю $z\to\infty$, а «+» к случаю $z\to-\infty$). Нетрудно убедиться, что формула (10) совпадает с однородным решением системы (4) в области $|z|\gg 1$.

Вычисление асимптотик формулы (10) в волновой зоне спиновых волн $1\ll|z|\leqslant k_3^{-1}$ приводит к следующему результату: $\theta_1(z, t)=\theta_{1a}(z, t)+\theta_{1s}(z, t)$, где, например в области $1\ll z\leqslant k_3^{-1}$, выражение для функции θ_{1s}, определяющей структуру излучаемой спиновой волны, имеет вид

$$\theta_{1s}=-\frac{\pi\omega k_3}{4k_1\sqrt{k_1^2+1}\sqrt{\omega^2+\varepsilon^2/4}\,\mathrm{sh}\left(\frac{\pi}{2}k_1\right)}\,e^{-k_3z}\sin\left(\omega t-k_1z-\mathrm{arctg}\,\frac{1}{k_1}\right). \tag{12}$$

Формула (12) показывает, что в рассматриваемой схеме поглощение принципиально необходимо для генерации распространяющихся спиновых волн ($\theta_{1s}\sim k_3\sim\eta$); в пределе $\eta\to 0$ однородное осциллирующее поле $h_x=h\sin\omega t$ возбуждает в присутствии покоящейся блоховской стенки только неоднородную прецессию намагниченности.

Согласно (12), амплитуда излучаемых волн растет с приближением частоты накачки ω к критическому значению $\sqrt{1+\varepsilon}$. Следует, однако, иметь в виду, что формула (12) справедлива только при выполнении условия

$$\omega-\sqrt{1+\varepsilon}\gg\eta(1+\varepsilon/2). \tag{13}$$

Выражение для φ_{1s}, аналогичное (12), имеет вид

$$\varphi_{1s} = \frac{\pi\left(\sqrt{\omega^2+\varepsilon^2/4}+\varepsilon/2\right)k_3}{4k_1\sqrt{k_1^2+1}\sqrt{\omega^2+\varepsilon^2/4}\,\operatorname{sh}\left(\frac{\pi}{2}k_1\right)}\,e^{-k_3 z}\cos(\omega t - k_1 z - \operatorname{arctg} 1/k_1). \qquad (14)$$

Выше отмечалось, что однородное осциллирующее магнитное поле h_y не возбуждает спиновых волн в исследуемой схеме. В случае пространственно-неоднородной накачки $h_y = h_y(z, t)$ такое утверждение уже несправедливо. Пусть, например, накачка осуществляется электромагнитной волной $f_x=0$, $f_y = \sin(\omega t - pz)$. При этом из уравнений (6) следуют в случае $\omega \gg \varepsilon\eta$ выражения

$$\frac{\partial\xi}{\partial t_1}=0, \quad \theta_{10} = \frac{\pi p_1}{4\omega\operatorname{sh}\frac{\pi}{2}p}(\cos\omega t - e^{-\varepsilon\eta t}),$$

$$\varphi_{10} = \frac{\pi p_1}{4\omega\operatorname{sh}\frac{\pi}{2}p}\left[\frac{1}{\omega}\sin\omega t - \frac{1}{\varepsilon\eta}(1-e^{-\varepsilon\eta t})\right], \qquad (15)$$

описывающие локализованные добавки к форме доменной стенки, обусловленные трансляционной модой.

Обратим внимание на следующее обстоятельство. При построении итерационной процедуры для системы уравнений (1) релаксационные слагаемые в (1), пропорциональные η, не предполагались малыми. Это означает, что характерный временно́й масштаб протекания релаксационных процессов $\Delta t \sim 1/\eta$ является малым по сравнению с характерным масштабом влияния возмущения на параметры исходного решения $\Delta t \sim 1/h$, т. е. результаты настоящего раздела статьи справедливы в области малых значений амплитуд возмущающего магнитного поля $h \ll \eta$. С учетом этого замечания слагаемое в добавке $h\varphi_{10}$ из формулы (15), пропорциональное множителю h/η, остается малым по сравнению с функцией нулевого приближения.

Отметим, что результат $\partial\xi/\partial t_1=0$ из (15) является следствием неявно использованного условия $h \ll \eta$. Нетрудно показать, что в условиях $h \sim \eta \ll 1$ влияние релаксации намагниченности проявляется в рассматриваемом случае покоящейся стенки на интервале времени $t \sim 1/h^2$. При этом из уравнений (6), в которых необходимо положить $\eta=0$, следует формула для функций $\theta_{10}(t)$

$$\theta_{10} = \frac{\pi p}{4\omega\operatorname{sh}\frac{\pi}{2}p}[\cos(\omega t - p\xi) - \cos p\xi], \qquad (16)$$

указывающая на отличную от нуля (на интервале времени $t \lesssim 1/h$) величину

$$\langle\theta_{10}\rangle = -\frac{\pi p}{4\omega\operatorname{sh}\frac{\pi}{2}p}\cos p\xi,$$

подстановка которой в уравнение (8) приводит к зависимости

$$\sin(p\xi) = \frac{\sin(p\xi_0) + \operatorname{th}\left(\varepsilon\pi p^2 t_1\Big/2\omega\operatorname{sh}\left(\frac{\pi}{2}p\right)\right)}{1+\sin(p\xi_0)\operatorname{th}\left(\varepsilon\pi p^2 t_1\Big/2\omega\operatorname{sh}\left(\frac{\pi}{2}p\right)\right)}. \qquad (17)$$

Согласно (17), центр тяжести стенки смещается таким образом, что с течением времени $\cos[p\xi(t_1)] \sim \langle\theta_{10}\rangle \to 0$. Смещение стенки не превышает величину $\Delta\xi = \pi/p$.

Возвращаясь к вопросу об излучении спиновых волн, из уравнений (7) в случае $\omega > \sqrt{1+\varepsilon}$ получаем асимптотические формулы

$$\theta_{1s} = -\frac{\pi\omega p}{4k_1\sqrt{k_1^2+1}\sqrt{\omega^2+\varepsilon^2/4}\,\operatorname{ch}\frac{\pi}{2}(k_1-p)}\,e^{-k_3 z}\sin(\omega t - k_1 z - \operatorname{arctg} 1/k_1),$$

$$\varphi_{1s} = \frac{\pi\left(\sqrt{\omega^2+\varepsilon^2/4}+\varepsilon/2\right)p}{4k_1\sqrt{k_1^2+1}\sqrt{\omega^2+\varepsilon^2/4}\,\mathrm{ch}\,\frac{\pi}{2}(k_1-p)}\,e^{-k_s z}\cos(\omega t - k_1 z - \mathrm{arc\,tg}\,1/k_1), \quad (18)$$

аналогичные (12) и (14) и справедливые в области $z \gg 1$. Согласно (18), амплитуда возбуждаемых волн пропорциональна волновому числу электромагнитной волны p, поэтому для эффективной генерации спиновых волн рассматриваемым методом необходимо существенное замедление электромагнитной волны (например, с помощью замедляющей структуры).

Возмущение движущейся блоховской стенки

Перейдем к анализу воздействия переменного магнитного поля на движущуюся блоховскую стенку. В движущейся стенке угол выхода вектора намагниченности из плоскости отличен от нуля, поэтому асимптотический ряд для функции $\theta_1(z, t)$ в (3) в случае движущейся стенки должен начинаться со слагаемого с $n=0$.

Будем исследовать движение стенки в ферромагнетике с малой анизотропией $\beta \ll 4\pi$. В этом случае возможно радикальное упрощение системы уравнений (1). Эффективная анизотропия типа легкая плоскость, обусловленная магнитодипольным взаимодействием, в рассматриваемом случае $\varepsilon \gg 1+k^2$ допускает лишь малое отклонение вектора намагниченности от плоскости легкого намагничивания, т. е. $\theta \ll 1$. При этом из второго уравнения (1) следует хорошо известное соотношение

$$\theta \simeq \frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial\varphi}{\partial t}, \quad (19)$$

с учетом которого из первого уравнения (1) получим возмущенное уравнение синус-Гордон

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2\varphi}{\partial t'^2} - \sin\varphi\cos\varphi = h_y\sin\varphi + \eta'\frac{\partial\varphi}{\partial t'}, \quad (20)$$

где $t' = \sqrt{\varepsilon}t$, $\eta' = \sqrt{\varepsilon}t$. В дальнейшем будем рассматривать возмущающее поле, поляризованное вдоль оси анизотропии. Амплитуда поля не предполагается малой по сравнению с величиной η', поэтому правую часть уравнения (20) представим в виде

$$h\left\{f(z,\ t')\sin\varphi + \eta_0\frac{\partial\varphi}{\partial t'}\right\}, \quad \eta_0 = \eta'/h.$$

Как и раньше, ищем решение уравнения (20) в виде асимптотического ряда (3), причем в качестве нулевого приближения рассмотрим решение

$$\cos\varphi_0 = -\mathrm{th}\left[\frac{z - vt'}{\sqrt{1-v^2}} - \xi\right], \quad (21)$$

соответствующее движущейся доменной границе. Возмущение приводит к медленному изменению параметров солитонного решения v и ξ. Закон изменения параметров и возникающие искажения формы стенки определим с помощью метода многих масштабов.

Отметим, что в исследуемом случае движущейся стенки анализ в переменных z, t' приводит к появлению в правых частях итерационных уравнений секулярностей, возникающих при дифференцировании аргумента функций нулевого приближения по медленным переменным $\left(\text{например, } \frac{\partial}{\partial t'}\frac{z - vt'}{\sqrt{1-v^2}} = -\frac{t' - vz}{(1-v^2)^{3/2}}\frac{\partial V}{\partial t_1'}\right)$. Указанной трудности можно избежать переходом в систему отсчета, связанную с движущейся стенкой. Поскольку скорость стенки изменяется медленно ввиду предполагаемой малости возмущения, то связь новых переменных x и τ со старыми должна быть близка к локально лоренцевской, т. е.

$$\frac{\partial x}{\partial z}=\frac{1}{\sqrt{1-v^2}}+\sum_{n\geqslant 1} h^n a_n, \quad \frac{\partial \tau}{\partial t'}=\frac{1}{\sqrt{1-v^2}}+\sum_{n\geqslant 1} h^n b_n,$$
$$\frac{\partial x}{\partial t'}=\frac{-v}{\sqrt{1-v^2}}+\sum_{n\geqslant 1} h^n c_n, \quad \frac{\partial \tau}{\partial z}=\frac{-v}{\sqrt{1-v^2}}+\sum_{n\geqslant 1} h^n d_n. \tag{22}$$

Анализ показывает, что при исследовании динамики возмущенной стенки на интервале времени $t'\lesssim 1/h$ величины a_n, b_n, c_n, d_n можно положить равными нулю.

Введем новые масштабы $x_n=h^n x$ и $\tau_n=h^n\tau$. Преобразованное к новым переменным уравнение (20) имеет вид

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}-\frac{\partial^2\varphi}{\partial \tau^2}-\sin\varphi\cos\varphi=h\left\{f\sin\varphi+\frac{\eta_0}{\sqrt{1-v^2}}\frac{\partial\varphi}{\partial\tau}-\frac{v\eta_0}{\sqrt{1-v^2}}\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right\}-$$
$$-\sum_{n\geqslant 1} h^n\left\{\frac{\dfrac{\partial v}{\partial t'_n}+v\dfrac{\partial v}{\partial z_n}}{(1-v^2)^{3/2}}\frac{\partial\varphi}{\partial x}-\frac{\dfrac{\partial v}{\partial z_n}+v\dfrac{\partial v}{\partial t'_n}}{(1-v^2)^{3/2}}\frac{\partial\varphi}{\partial\tau}\right\}. \tag{23}$$

Легко видеть, что решение уравнения (23) в нулевом приближении дается выражением (21), а уравнения последующих приближений имеют вид

$$\frac{\partial^2\varphi_n}{\partial x^2}-\frac{\partial^2\varphi_n}{\partial \tau^2}+\left(-1+\frac{2}{\operatorname{ch}^2 x_s}\right)\varphi_n=F_n(x,\ x_1,\ \ldots,\ \tau,\ \tau_1,\ \ldots), \tag{24}$$

где $x_s=x-\xi$, а функции F_n зависят от решений в предыдущих приближениях; например, F_1 определяется формулой

$$F_1=f\frac{1}{\operatorname{ch} x_s}-\frac{v\eta_0}{\sqrt{1-v^2}}\frac{1}{\operatorname{ch} x_s}-2\frac{\partial\xi}{\partial x_1}\frac{\operatorname{sh} x_s}{\operatorname{ch}^2 x_s}-\frac{\dfrac{\partial v}{\partial t'_1}+v\dfrac{\partial v}{\partial z_1}}{(1-v^2)^{3/2}}\frac{1}{\operatorname{ch} x_s}. \tag{25}$$

Разлагая функции φ_n по полному набору (5), получаем вместо (24) систему

$$\frac{\partial^2\varphi_{n0}}{\partial\tau^2}=F_{n0}\equiv-\frac{1}{8}\int_{-\infty}^{\infty}dx\alpha_0(x_s)F_n, \quad \frac{\partial^2\varphi_{nk}}{\partial\tau^2}+\omega_k^2\varphi_{nk}=F_{nk}\equiv-\int_{-\infty}^{\infty}dx\alpha_k^*F_n, \tag{26}$$

где $\omega_k^2=1+k^2$.

Ограничимся, как обычно, анализом динамики доменной стенки на временном интервале $\Delta t'\sim 1/h$; при этом в системе (24) достаточно оставить уравнения для φ_{10}, φ_{1k} и φ_{20}. Уравнения адиабатического приближения следуют из условий отсутствия секулярного слагаемого в правых частях уравнений для φ_{10} и φ_{20}. Такие условия имеют вид $\langle F_{10}\rangle=\langle F_{20}\rangle=0$ и приводят к уравнениям

$$\frac{\partial v}{\partial t'_1}+v\frac{\partial v}{\partial z_1}=\frac{1}{2}(1-v^2)^{3/2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{\operatorname{ch}^2 x_s}\langle f(x,\ \tau)\rangle-v(1-v^2)\eta_0,$$

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial x_1^2}-\frac{\partial^2\xi}{\partial\tau_1^2}+\frac{\dfrac{\partial v}{\partial t'_1}+v\dfrac{\partial v}{\partial z_1}}{(1-v^2)^{3/2}}\frac{\partial\xi}{\partial x_1}-\frac{\dfrac{\partial v}{\partial z_1}+v\dfrac{\partial v}{\partial t'_1}}{(1-v^2)^{3/2}}\frac{\partial\xi}{\partial\tau_1}+\frac{v\eta_0}{\sqrt{1-v^2}}\frac{\partial\xi}{\partial x_1}-\frac{\eta_0}{\sqrt{1-v^2}}\frac{\partial\xi}{\partial\tau_1}=$$
$$=\left\langle\int_{-\infty}^{\infty}dk\left(\frac{\partial\varphi_{1k}}{\partial x_1}+\frac{1}{2}\frac{v\eta_0}{\sqrt{1-v^2}}\varphi_{1k}\right)\int_{-\infty}^{\infty}dx\frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch}^2 x}\alpha_k(x)+\varphi_{s0}\int_{-\infty}^{\infty}dx\frac{\operatorname{sh} x_s}{\operatorname{ch}^3 x_s}f+\right.$$
$$+\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}dk\varphi_{1k}\int_{-\infty}^{\infty}dx\frac{\operatorname{sh} x_s}{\operatorname{ch}^2 x_s}\left[f-\frac{8}{\operatorname{ch}^2 x_s}\varphi_{10}+\frac{\dfrac{\partial v}{\partial t'_1}+v\dfrac{\partial v}{\partial z_1}}{(1-v^2)^{3/2}}\right]\alpha_k(x_s)-$$
$$\left.-\int_{-\infty}^{\infty}dx\frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch}^3 x}\int_{-\infty}^{\infty}dk\varphi_{1k}\alpha_k(x)\int_{-\infty}^{\infty}dk'\varphi_{1k'}\alpha_{k'}(x)\right\rangle. \tag{27}$$

Уравнения (27) допускают эволюцию параметров стенки только в медленных переменных. Уравнение, определяющее изменение скорости стенки, отличается от соответствующего уравнения [2] наличием слагаемого $v dv/dz$, учитывающего пространственную модуляцию скорости, и заменой $f \to \langle f \rangle$, благодаря которой в рамках используемого подхода на эволюцию скорости солитона влияет только постоянная (на интервале времени $t' \lesssim 1/h$) составляющая возмущения. В случае осциллирующих возмущений $\langle f \rangle = 0$ и скорость стенки релаксирует к нулю под действием диссипации.

Рассмотрим возмущение в виде постоянного и однородного магнитного поля ($f=1$). В случае начального условия $v(z_1, 0)=v_0=\text{const}$, $\xi(z_1, 0)=\xi_0=\text{const}$, $\varphi_1(x, 0)=0$ из первого уравнения (27) следует формула

$$1-\frac{v\eta_0}{\sqrt{1-v^2}}=\left(1-\frac{v_0\eta_0}{\sqrt{1-v_0^2}}\right)e^{-\eta_0 t_1'}, \tag{28}$$

показывающая, что с течением времени скорость движения доменной стенки стремится к равновесной величине

$$v \to \frac{1}{\sqrt{1+\eta_0^2}}=\frac{h}{\sqrt{h^2+\varepsilon\eta^2}}. \tag{29}$$

Вычисление функций φ_{10} и φ_{1k} из уравнений (26) приводит в рассматриваемом случае к следующему результату:

$$\varphi_{10}=0, \quad \varphi_{1k}=-i\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\frac{\partial\xi/\partial x_1}{\operatorname{ch}\left(\frac{\pi}{2}k\right)}\,\frac{1-\cos\omega_k\tau}{\omega_k}. \tag{30}$$

Выражение для φ_{1k} в (30) содержит два слагаемых, соответствующих вынужденному и свободному ($\sim\cos\omega_k\tau$) решениям уравнения (26). В асимптотике $\omega_k\tau \gg 1$ волновой пакет свободного решения, учитывающего процесс «включения» возмущения, расплывается вследствие дисперсии; поэтому в уравнение (27), определяющее изменение параметра ξ, будем подставлять только вынужденную часть решения φ_{1k}. После некоторых вычислений уравнение для ξ принимает вид

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial\tau_1^2}+\left(v+\eta_0\sqrt{1-v^2}\right)\frac{\partial\xi}{\partial\tau_1}=0. \tag{31}$$

В случае, когда в начальный момент присутствует только исходная невозмущенная доменная граница, из уравнений (24) и (25) следует начальное условие $\partial\xi/\partial\tau_1=0$ при $\tau_1=0$, поэтому из (31) имеем $\xi=\xi_0$, т. е. действие рассматриваемого возмущения на интервале времени $t' \lesssim 1/h$ сводится к адиабатически медленному изменению скорости доменной стенки. Отметим, что найденное решение в асимптотике $t \gg 1/\varepsilon\eta$ переходит в соответствующее стационарное решение уравнения (20), полученное в работах [12, 13].

Обратимся теперь к анализу процесса генерации спиновых волн осциллирующим магнитным полем. Поскольку характеристики излучения существенно зависят от скорости движения доменной стенки, то наибольший интерес представляет генерация магнонов в режиме вынужденного движения стенки под действием постоянного магнитного поля. При этом появляется возможность реализации движения с постоянной скоростью $v=v(h)$, определяемой формулой (29). Кроме этого можно изменять величину скорости $v(h)$, варьируя значение магнитного поля h. Пусть, например, $f=1+\sigma\sin\omega t=1+\sigma\sin(\Omega\tau+qx)$, $q=v\Omega=v\omega/\sqrt{\varepsilon(1-v^2)}$. Будем рассматривать генерации магнонов в установившемся режиме, когда $v=1/\sqrt{1+\eta_0^2}=\text{const}$. При этом из уравнений (26) следует

$$\varphi_{10}=\frac{\pi\sigma q}{4\Omega^2\operatorname{sh}\frac{\pi}{2}q}\left[\sin(\Omega\tau+q\xi)-\sin q\xi\right],$$

$$\varphi_{1k}=-i\sqrt{\frac{\pi}{2}}\;\frac{\partial\xi/\partial x_1}{\operatorname{ch}\frac{\pi}{2}k}\,\frac{1-\cos\omega_k\tau}{\omega_k}+\frac{i\sigma q}{\sqrt{2\pi}\;\omega_k(\omega_k^2-\Omega^2)}\times$$

$$\times\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dy}{\operatorname{ch}y}\,e^{-iky}\left[\cos(\Omega\tau+q\xi+qy)-\cos(\omega_k\tau+q\xi+qy)\right]. \qquad (32)$$

Благодаря пространственной неоднородности накачки возникает фазовое движение доменной стенки, аналогичное рассмотренному в предыдущем разделе. Интересуясь эффектом радиационного торможения доменной границы, будем в дальнейшем исследовать движение стенки в пределе $q\xi\to 0$, когда изменение фазового параметра ξ связано только с радиационным торможением.

Рассмотрим вначале случай $\Omega<1$. Подстановка асимптотик выражений (32) при $t'\gg\sqrt{1-v^2}$ в уравнение (27), определяющее изменение параметра ξ, приводит к уравнению

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial\tau_1^2}+\frac{1}{v}\,\frac{\partial\xi}{\partial\tau_1}=0,$$

указывающему на постоянство ξ. Отсутствие радиационного торможения в рассматриваемом случае вполне естественно, поскольку при $\Omega<1$ или $\omega<\sqrt{\varepsilon\,(1-v^2)}$ движущаяся стенка не излучает спиновых волн [2]. Влияние накачки сводится при этом к появлению локализованной поправки к форме доменной стенки

$$\varphi_1=\frac{\sigma}{\Omega^2\operatorname{ch}x}\sin(\Omega\tau+qx)-\frac{\sigma q}{2\Omega^2\sqrt{1-\Omega^2}}\left[\left(\sqrt{1-\Omega^2}+\operatorname{th}x\right)e^{-\sqrt{1-\Omega^2}\,x}\int\limits_{-\infty}^{x}\frac{dy}{\operatorname{ch}y}\,e^{-\sqrt{1-v^2}\,y}\times\right.$$

$$\left.\times\cos(\Omega\tau+qy)-\left(\sqrt{1-\Omega^2}-\operatorname{th}x\right)e^{\sqrt{1-\Omega^2}\,x}\int\limits_{x}^{\infty}\frac{dy}{\operatorname{ch}y}\,e^{-\sqrt{1-\Omega^2}\,y}\cos(\Omega\tau+qy)\right]. \qquad (33)$$

В случае выполненного условия излучения $\Omega>1$ локализованная часть поправки φ_1 имеет вид $\varphi_{1\,\text{лок}}=\sigma\sin(\Omega\tau+qx)/\Omega^2\operatorname{ch}^2x$, а описывающая излучаемые спиновые волны делокализованная часть φ_1 определяется формулой

$$\varphi_{1s}=-\frac{\sigma q}{2\Omega^2\sqrt{\Omega^2-1}}\left\{\operatorname{Re}\left[\left(\sqrt{\Omega^2-1}-i\operatorname{th}x\right)e^{i\Omega\tau-i\sqrt{\Omega^2-1}\,x}\int\limits_{-\infty}^{x}\frac{dy}{\operatorname{ch}y}\,e^{i(q+\sqrt{\Omega^2-1})\,y}\right]+\right.$$

$$\left.+\operatorname{Re}\left[\left(\sqrt{\Omega^2-1}+i\operatorname{th}x\right)e^{i\Omega\tau+i\sqrt{\Omega^2-1}\,x}\int\limits_{x}^{\infty}\frac{dy}{\operatorname{ch}y}\,e^{i(q-\sqrt{\Omega^2-1})\,y}\right]\right\}. \qquad (34)$$

Обратимся теперь к определению закона изменения фазового параметра ξ. Простые выражения из уравнения (27) получаются только в случае $q\ll 1$ и $\sqrt{\Omega^2-1}\ll 1$. Разлагая входящие в (27) функции φ_{10} и φ_{1k} по степеням q и $\sqrt{\Omega^2-1}$, приходим в результате некоторых вычислений к простому уравнению

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial\tau_1^2}+\frac{1}{v}\,\frac{\partial\xi}{\partial\tau_1}=-\frac{\pi^2\sigma^2q^3}{8\Omega^4\sqrt{\Omega^2-1}}=-\gamma, \qquad (35)$$

где скорость v определяется формулой (29).

Отметим, что вклад в γ наряду с составляющими φ_1, отвечающими возбуждаемым спиновым волнам, вносят также локализованные составляющие добавки φ_1. Таким образом, в процессе радиационного торможения стенки происходит сложное перераспределение энергии между различными составляющими индуцируемой накачкой поправки к форме доменной стенки.

Решение уравнения (35)

$$\xi=-\gamma v\tau_1+\gamma v^2\left(1-e^{-\tau_1/v}\right), \qquad (36)$$

описывающее эффект замедления фазового смещения стенки ($\xi \sim \tau_1^2$ при $\tau_1 \ll v$ и $\xi \sim \tau_1$ при $\tau_1 \gg v$) под действием диссипации, справедливо на временно́м интервале $\tau_1 \ll 1/\gamma v q$ в соответствии с использованным условием $q\xi \ll 1$.

В проведенном анализе процесса генерации спиновых волн постоянная составляющая внешнего магнитного поля, обусловливающая вынужденное движение доменной стенки, предполагалась малой и рассматривалась в качестве возмущения, как и осциллирующая составляющая магнитного поля. В таком подходе не учитывается влияние вызванного постоянным полем искажения формы движущейся стенки на процесс излучения спиновых волн.

Рассмотрим теперь излучение спиновых волн доменной стенкой, движущейся под действием постоянного магнитного поля конечной величины h_0. Исходим из уравнения (20), в котором в качестве возмущения рассматривается только осциллирующее магнитное поле накачки

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}-\frac{\partial^2\varphi}{\partial t'^2}-\sin\varphi\cos\varphi-h_0\sin\varphi-\eta'\frac{\partial\varphi}{\partial t'}=h\sin\left(\frac{\omega}{\sqrt{\varepsilon}}t'\right)\sin\varphi. \tag{37}$$

Будем интересоваться только излучением, пренебрегая относительно малым эффектом радиационного торможения. Переходя в систему отсчета стационарно движущейся со скоростью $v_0=h_0/\sqrt{h_0^2+\varepsilon^2\eta^2}$ доменной границы, получаем из (37) линеаризованное уравнение для поправки первого порядка по h

$$\left\{\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}-\frac{\partial^2\varphi}{\partial\tau^2}-\frac{\eta'}{\sqrt{1-v_0^2}}\frac{\partial}{\partial\tau}\frac{V_0\eta'}{\sqrt{1-V_0^2}}\frac{\partial}{\partial x}-1+\frac{2}{\operatorname{ch}^2 x}+h_0\operatorname{th}x\right\}\varphi_1=\sin(\Omega\tau+qx)\frac{1}{\operatorname{ch}x}, \tag{38}$$

где $q=v_0\Omega=v_0\,\omega/\sqrt{\varepsilon\,(1-v_0^2)}$. Принципиальное отличие уравнения (38) от (24) заключается в наличии слагаемого $h_0\operatorname{th}x$ в операторе левой части уравнения. Пренебрегая для простоты диссипацией для излучаемых спиновых волн, рассмотрим следующий из (38) закон дисперсии для магнонов в асимптотической области $|x|\to\infty$

$$k^2=\omega_k^2-1\pm h_0, \tag{39}$$

где знак «+» относится к случаю $z\to\infty$, а «—» к случаю $z\to-\infty$.

В рассматриваемом случае монохроматической накачки спиновые волны не возбуждаются при $\Omega<\sqrt{1-h_0}$ в соответствии с (38) и (39). Отметим необходимое условие устойчивости исследуемого процесса $h_0<1$. В случае $h_0>1$ однородное состояние намагниченности впереди движущейся доменной стенки является инвертированным и, как следствие, неустойчивым относительно образования доменной структуры (согласно (39), неустойчивыми оказываются длинноволновые возмущения в области волновых чисел $k<\sqrt{h_0-1}$). При $\Omega>\sqrt{1+h_0}$ возбуждаемые спиновые волны распространяются в обе стороны от доменной стенки (фактически этот случай исследовался выше). Наконец, в области частот накачки

$$\sqrt{1-h_0}<\Omega=\frac{\omega}{\sqrt{\varepsilon\,(1-v_0^2)}}<\sqrt{1+h_0} \tag{40}$$

излучаемые магноны распространяются только в направлении движения стенки.

Рассмотрим случай малых значений h_0. При этом излучаются, согласно (39) и (40), только длинноволновые по сравнению с характерными размерами доменной стенки спиновые волны. Благодаря указанному обстоятельству существенным для процесса излучения оказывается только различие асимптотик при $x\to\pm\infty$ эффективного потенциала $\Phi(x)=-1+2/\operatorname{ch}^2 x+h_0\operatorname{th}x$ в уравнении (38). Полагая приближенно $\Phi(x)\to-1+h_0\operatorname{sign}(x)$, получаем из (38) в результате несложных вычислений следующее выражение:

$$\varphi_1=\frac{\pi}{\sqrt{2h_0}\operatorname{ch}\frac{\pi}{2}q}\sin\left(\Omega\tau-\sqrt{\Omega^2-1+h_0}\,x-\operatorname{arc\,tg}\sqrt{\frac{\Omega^2-1+h_0}{1+h_0-\Omega^2}}\right), \tag{41}$$

описывающее асимптотику излучаемых спиновых волн в области $x\gg1$.

Литература

[1] *Кившарь Ю. С., Косевич А. М., Потемина Л. Г.* Тез. докл. XVII Всес. конф. по физике магнитных явлений. Донецк, 1985, с. 249—250.
[2] *Кившарь Ю. С.* Препринт ФТИНТ 21-84. Харьков, 1984. 60 с.
[3] *Потемина Л. Г.* ЖЭТФ, 1986, т. 90, № 3, с. 964—978.
[4] *Островский Л. А.* Изв. вузов. Радиофизика, 1974, т. 17, № 4, с. 454—475.
[5] *Мак-Лафлин Д., Скотт Э.* В кн.: Солитоны в действии / Под ред. К. Лонгрена и Э. Скотта. М.: Мир, 1981, с. 210—268.
[6] *Найфэ А.* Методы возмущений. М.: Мир, 1976. 455 с.
[7] *Kaup D.* Phys. Rev. B, 1983, v. 27, N 11, p. 6787—6795.
[8] *Kaup D., Osman E.* Phys. Rev. B., 1986, v. 33, N 3, p. 1762—1773.
[9] *Winter J.* Phys. Rev., 1961, v. 124, N 2, p. 452—459.
[10] *Janak J.* Phys. Rev., 1964, v. 134A, N 2, p. 411—422.
[11] *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* В кн.: Ландау Л. Д. Собрание трудов. М.: Наука, 1969, т. 1, с. 128—143.
[12] *Звездин А. К.* ПЖЭТФ, 1979, т. 29, № 10, с. 605—610.
[13] *Барьяхтар В. Г., Иванов Б. А., Сукстанский А. Л.* ПЖТФ, 1979, т. 5, № 14, с. 853—856.

Харьковский физико-технический
институт АН УССР

Поступило в Редакцию
8 апреля 1987 г.