

БРЭГГОВСКАЯ ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В ПОЛЕ ЛАЗЕРНОЙ ВОЛНЫ. МОДУЛЯЦИЯ И ИЗЛУЧЕНИЕ

Е. И. Бабаджан, Д. Ф. Зарецкий, Ю. А. Малов

Рассматривается эффект квантовой модуляции электронного тока в случае брэгговской дифракции на поверхности монокристалла в поле лазерной волны. Вычисляется спектральная интенсивность модулированного электронного пучка при его упругом отражении от поверхности другого монокристалла.

Введение

В работе [1] была отмечена возможность квантовой модуляции тока нерелятивистских электронов в поле сильной электромагнитной волны. В качестве третьего тела предлагалось использовать тонкую диэлектрическую пленку, через которую проходил поток электронов в поле лазерной волны.

Для наблюдения квантовой модуляции более реалистичной представляется постановка эксперимента на пучке электронов малых энергий, отраженных от поверхности раздела вакуум—диэлектрик или вакуум—полупроводник [2]. Упругое отражение электронов от поверхности раздела может быть как в брэгговском направлении, так и вне его. Заметная вероятность упругого рассеяния наблюдается с энергией электронов не выше 100 эВ. В то же время для прохождения диэлектрической пластинки требуются энергии порядка 10 кэВ. В этом случае гораздо сложнее осуществить монохроматизацию электронного пучка, необходимую для наблюдения эффекта квантовой модуляции.

Возможность наблюдения квантовой модуляции зависит также от реального энергетического и углового распределения электронов в пучке. Отметим, что в случае брэгговской дифракции на хороших монокристаллах относительный энергетический разброс пучка $\Delta E/E$ может достигать величин порядка 10^{-3} — 10^{-4} .

В данной работе рассматривается эффект квантовой модуляции электронного тока в случае упругого отражения от поверхности прозрачного монокристалла в поле лазерной волны. Рассматривается также излучение модулированного электронного пучка при упругом отражении от другого монокристалла на частотах, кратных частоте модулирующей волны.

Модуляция электронного пучка

Пусть кристалл заполняет пространство $z < 0$. Электронный поток падает из полупространства $z > 0$ и отражается от поверхности кристалла $z=0$. Энергия электрона E , импульс p , $p_x < 0$. Будем считать, что рассеивающие кристаллические плоскости параллельны поверхности $z=0$; тогда упругое брэгговское отражение электронов от поверхности $z=0$ является зеркальным.

На поверхность кристалла из вакуума падает электромагнитная волна

$$\mathcal{E}_z = \mathcal{E}_{0z} \exp[iq_x z + iq_p \rho - i\omega t], \quad (1)$$

где \mathcal{E}_{0z} — вектор амплитуды электрического поля, причем \mathcal{E}_{0z} лежит в плоскости падения; $\mathbf{q}_\rho = q_x \mathbf{l}_x + q_y \mathbf{l}_y$, где q_x , q_y , q_z — проекции волнового вектора

на оси декартовой системы координат; $\rho = x l_x + y l_y$; l_x, l_y, l_z — единичные векторы; ω — частота электромагнитной волны.

Волновые функции электрона в падающем и отраженном пучках имеют соответственно вид ($\hbar=c=1$)

$$\psi_0 = \exp(i\mathbf{p}\mathbf{r} - iEt),$$

$$\psi_1 = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n \exp(ip_n \mathbf{r} - i(E + n\omega)t), \quad (2)$$

где a_0 — амплитуда волновой функции электрона, отвечающей упругому отражению (без поглощения фотонов); p_0 — импульс упруго отраженного электрона, причем $p_{0y} = p_y$, $p_{0z} = -p_z > 0$; a_n — амплитуда волновой функции, отвечающей n -фотонному поглощению ($n > 0$) или n -фотонному излучению ($n < 0$); p_n — импульс электрона, поглотившего или излучившего n фотонов.

Так как суммарный импульс электрона и фотонов вдоль поверхности $z=0$ сохраняется

$$p_{nz} = p_{0z} + nq_z, \quad (3)$$

то для p_{nz} имеем

$$p_{nz} = (2m(E + n\omega) - p_{0y}^2)^{1/2} = (p_0^2 + 2mn\omega - p_{0y}^2)^{1/2}, \quad (4)$$

где m — масса электрона. Считая $nq_z \ll p_{0z}$, соотношение (4) можно записать в виде

$$p_{nz} = (p_{0z}^2 + 2n(m\omega - p_{0y}q_{0y}))^{1/2}. \quad (5)$$

Пусть θ — угол между волновым вектором электромагнитной волны и осью z , а φ — угол между векторами p_{0y} и q_z . Тогда $q_z = \omega \sin \theta$,

$$p_{nz} = p_{0z} (1 + n\omega\xi/E_{0z})^{1/2}, \quad (6)$$

где $\xi = 1 - v_{0y} \sin \theta \cos \varphi$; $v_{0y} = p_{0y}/m$ — составляющая скорости вдоль поверхности $z=0$; $E_{0z} = p_{0z}^2/2m$. В дальнейшем будем считать выполненным неравенство $E, E_{0z} \gg \omega$, с учетом которого соотношение (6) примет вид

$$p_{nz} = p_{0z} + \frac{n\omega\xi}{v_{0z}} - \frac{p_{0z}}{8} \left(\frac{n\omega\xi}{E_{0z}} \right)^2, \quad (7)$$

где $v_{0z} = p_{0z}/m$.

В слабом поле $e\mathcal{E}_{0z}p/m\omega^2 \ll 1$, e — заряд электрона. Коэффициенты a_n определяются по теории возмущений. Далее ограничимся случаями $n=0, \pm 1, \pm 2$, тогда [1, 2]

$$a_0 \simeq 1, \quad a_1 = -a_{-1} = \frac{ep_{0z}}{m\omega^2} \mathcal{E}_{0z} \eta, \quad (8)$$

$$a_2 = a_{-2} = a_1^2/2, \quad (9)$$

где

$$\mathcal{E}_{0z} = \mathcal{E}_0 \cdot 2 \sin \theta \cos \theta \epsilon / (\epsilon \cos \theta + (\epsilon - \sin^2 \theta)^{1/2})$$

— нормальная к поверхности $z=+0$ составляющая амплитуды поля, ϵ — диэлектрическая проницаемость кристалла (в случае металла $\epsilon = \infty$). Множитель η зависит от параметров взаимодействия электрона с кристаллом. В частности, если эффективная глубина проникновения электрона в глубь кристалла $L_{эф} \ll v_{0z}/\omega$, можно считать, что электрон отражается от поверхности как от бесконечно высокой потенциальной стенки и $\eta=1$. В противоположном предельном случае $L_{эф} \gg v_{0z}/\omega$ принципиальное значение имеет скачок диэлектрической проницаемости на границе $z=0$, при этом $\eta = (1 - \epsilon^{-1})$. Точно выражение для η содержит константы кристаллического потенциала, и мы его не приводим.

Плотность модулированного тока находится по формуле

$$\mathbf{j} = n_e v_0 \psi \psi^*, \quad (10)$$

где n_e — плотность электронов в пучке.

Подставляя соотношения (2), (8) и (9) в выражении (10), получим

$$\begin{aligned} \mathbf{j} = n_e v_0 \left(1 - 4a_0 a_1 \sin \frac{\pi z}{L} \sin \left(q\rho + \frac{\xi \omega z}{v_{0z}} - \omega t \right) + \right. \\ \left. + 4a_0 a_1^2 \sin^2 \frac{2\pi z}{L} \cos 2 \left(q\rho + \frac{\xi \omega z}{v_{0z}} - \omega t \right) \right), \quad (11) \end{aligned}$$

где

$$L = \pi \left(\frac{p_{0z}}{8} \left(\frac{\omega \xi}{E_{0z}} \right)^2 \right)^{-1}$$

— длина модуляции. Максимум первой гармоники тока наступает при $z = L/2$, а второй при $z = L/4$.

Поскольку величина a_1 содержит постоянную Планка, то эффект модуляции является квантовым. Переход к классическому пределу соответствует выполнению неравенства $z \ll L$. В случае $\omega \approx E$ модуляция при всех z является квантовой.

Электроны в пучке всегда имеют различные скорости, поэтому выражение (11) следует усреднить по начальному распределению электронов по скоростям. Очевидно, что разброс по составляющей скорости v_{0z} проявляется только в множителе $\xi = 1$ ($v \ll 1$) и менее существен по сравнению с разбросом составляющей v_{0z} . Считаем, что распределение по скоростям является гауссовским с шириной Δv_{0z} и средним значением v_{0z} ($\Delta v_{0z} \ll v_{0z}$)

$$f(v'_{0z}) = \frac{1}{\pi^{1/2} \Delta v_{0z}} \exp \left(- \frac{(v'_{0z} - v_{0z})^2}{(\Delta v_{0z})^2} \right). \quad (12)$$

Произведя усреднение тока (11) с помощью распределения (12), получим

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{j} \rangle = n_e v_0 \left(1 - 4a_0 a_1 \exp \left(- \frac{\omega^2 z^2 \Delta v_{0z}^2}{4v_{0z}^4} \right) \sin \frac{\pi z}{L} \sin \left(q\rho + \frac{\omega \xi z}{v_{0z}} - \omega t \right) + \right. \\ \left. + 4a_0 a_1^2 \exp \left(- \frac{\omega^2 z^2 \Delta v_{0z}^2}{v_{0z}^4} \right) \sin^2 \frac{2\pi z}{L} \sin 2 \left(q\rho + \frac{\omega \xi z}{v_{0z}} - \omega t \right) \right). \quad (13) \end{aligned}$$

Для того чтобы наблюдать заметные квантовые эффекты, связанные с модуляцией, необходимо, чтобы аргументы в показателях первой и второй экспонент в выражении (13) соответственно при $z = L/2$ и $z = L/4$ были меньше или порядка единицы. Это требование приводит к простому условию: разброс энергии электронов ΔE_{0z} должен быть меньше кванта модулирующего поля $\Delta E_{0z} < \omega \pi / 2$.

Излучение модулированного тока

Рассмотрим излучение модулированного пучка, возникающее при его взаимодействии с поверхностью твердого тела. Как уже указывалось, модуляция возникает при отражении электронов от поверхности кристалла, расположенной при $z = 0$. Пусть пучок электронов после модуляции проходит расстояние z_0 вдоль оси z и падает на поверхность еще одного твердого тела, занимающего область $z > z_0$.

Поскольку пучок модулирован на частоте ω , должно наблюдаться когерентное излучение на частотах $\omega' = s\omega$ ($s = 1, 2, \dots, n$). Выражение для энергии излучения dE в элемент телесного угла $d\Omega'$ в окрестности частот $d\omega'$ можно представить в виде (здесь и далее в обычных единицах)

$$dE = \frac{e^2 \omega'^2}{4\pi^2 c^3} G^2(\theta') \left| \sum_{k=1}^N b_k \right|^2 d\Omega' d\omega', \quad (14)$$

$$b_k = \int dt v_{zk} g(z_k) \exp(i\omega' t - iq' \mathbf{r}_k(t)).$$

Суммирование в (14) осуществляется по всем электронам в пучке, полное число которых N . Функции $G(\theta')$ и $g(z)$ учитывают граничные условия, налагаемые на скорость v_{zk} и поле излучения при $z=z_0$.

Для излучения в область $z < z_0$ (в вакуум)

$$G(\theta') = \frac{2 \sin \theta' \cos \theta' \varepsilon'}{\varepsilon' \cos \theta' + (\varepsilon' - \sin^2 \theta')^{1/2}}, \quad (15)$$

где θ' — угол между направлением излучения и осью z ; ε' — диэлектрическая проницаемость вещества при $z > z_0$ на частоте ω' ; $g(z)$ зависит от характера взаимодействия электронов с поверхностью кристалла при $z = z_0$. В частности:

1. Если можно пренебречь влиянием кристалла на движение электрона, то

$$g(z) = \begin{cases} 1, & z < z_0, \\ 1/\varepsilon', & z \geq z_0. \end{cases} \quad (16)$$

2. В случае упругого отражения электронов от поверхности кристалла

$$g(z) = \begin{cases} 1, & z < z_0, \\ 0, & z \geq z_0. \end{cases} \quad (17)$$

Чтобы выделить когерентную и некогерентную части излучения, представим квадрат суммы, стоящей в (14), в виде

$$\left| \sum_{k=1}^N b_k \right|^2 = \sum_{k=1}^N |b_k|^2 + \sum_{\substack{k, k'=1 \\ k' \neq k}} b_k b_{k'}^*,$$

тогда

$$dE = dE_n + dE_k = \frac{e^2 \omega'^2}{4\pi^2 c^3} G^2(\theta') \left[\sum_{k=1}^N |b_k|^2 + \sum_{\substack{k, k'=1 \\ k \neq k'}} b_k b_{k'}^* \right] d\Omega' d\omega'. \quad (18)$$

Первое слагаемое в (18), пропорциональное N , описывает некогерентное излучение. Энергия некогерентного излучения равна сумме энергий излучения отдельных электронов. В результате стандартных вычислений (см., например, [3]) получим

$$dE_n = N \frac{e^2 v_{0z}^2}{4\pi^2 c^3} G^2(\theta') \xi_1^2 d\omega' d\Omega', \quad (19)$$

где $\xi_1 = (1 - \varepsilon')^{-1}$, $\xi_2 = 2$ соответственно для граничных условий «1», «2» (см. (16) и (17)). Воспользовавшись соотношением $N = n_e S v_{0z} \tau$ (S — площадь, на которую падает пучок; τ — время взаимодействия пучка с поверхностью) и разделив соотношение (19) на τ , получим выражение для потока некогерентного излучения

$$d\Phi_n = \frac{e^2 n_e v_{0z}^3}{4\pi^2 c^3} G^2(\theta') \xi_1^2 d\omega' d\Omega'. \quad (20)$$

Второе слагаемое в (18), пропорциональное $N(N-1) = N^2$, описывает когерентную часть излучения dE_k . Усредним второе слагаемое в скобках в формуле (18) по ансамблю электронов. Имея в виду, что координаты и скорости отдельных электронов не коррелируют, получим при $N \gg 1$

$$\langle \sum_{k, k'} b_k b_{k'} \rangle = \left| \langle \sum_k b_k \rangle \right|^2.$$

Суммирование и усреднение целесообразно провести в два этапа. Сначала усредняем $\sum v_{zk} e^{-i\mathbf{q}' \cdot \mathbf{r}_k}$ по объему $d\mathbf{r}_k$. Очевидно, что

$$\langle \sum v_{zk} e^{-i\mathbf{q}' \cdot \mathbf{r}_k} \rangle = n_e v_{0z} e^{-i\mathbf{q}' \cdot \mathbf{r}_d} d^3 r = \langle j_z \rangle e^{-i\mathbf{q}' \cdot \mathbf{r}_d} d^3 r.$$

Принтегрируем это выражение по объему d^3r , получим

$$dE_{\kappa} = \frac{e^2 \omega'^2}{4\pi^2 c^3} G^2(\theta') \int dt d^3r \langle j_z(r, t) \rangle g(z) e^{i\omega' t - i\mathbf{q}' \cdot \mathbf{r}}, \quad (21)$$

где в качестве $\langle j_z(r, t) \rangle$ следует использовать выражение (13). Вычислим когерентное излучение на частоте ω . Для этого в (21) подставим слагаемое, соответствующее основной гармонике модулированного тока (13). В результате интегрирования получим

$$\int d^3r dt \langle j_z(r, t) \rangle g(z) \exp(-i\mathbf{q}' \cdot \mathbf{r} + i\omega' t) = (2\pi)^3 \delta(q'_p - q_p) \delta(\omega' - \omega) 2a_0 a_1 \frac{v_{0z}^2 \xi_{1,2}^2}{\omega} \times \\ \times \exp\left(-\frac{\omega^2 z_0^2 \Delta v_{0z}^2}{4v_{0z}^4}\right) \sin \frac{\pi z_0}{L}. \quad (22)$$

При возведении в квадрат выражения (22) воспользуемся соотношениями

$$(\delta(\mathbf{q}'_p - \mathbf{q}_p))^2 = \frac{S}{(2\pi)^2} \delta(\mathbf{q}'_p - \mathbf{q}_p), \quad (\delta(\omega' - \omega))^2 = \frac{t}{2\pi} \delta(\omega' - \omega).$$

Для потока когерентного излучения получим

$$d\Phi_{\kappa 1} = \frac{32\pi e^2 v_{0z}^4}{\omega^2 c} n_e^2 S a_0^2 a_1^2 G^2(\theta') \xi_{1,2}^2 \exp\left(-\frac{\omega^2 z_0^2 \Delta v_{0z}^2}{2v_{0z}^4}\right) \times \\ \times \sin^2 \frac{\pi z_0}{L} \delta(\mathbf{q}'_p - \mathbf{q}_p) \delta(\omega' - \omega) d\Omega' d\omega'. \quad (23)$$

Из (23) следует, что частота и направление когерентного и модулирующего излучений совпадают и $\theta' = \theta$. Учитывая, что

$$d\omega' d\Omega' = \frac{c^3}{\omega^2} d^3q' = \frac{c^3}{\omega^2} d^2q'_p dq_z, \quad \omega' = c(q_z'^2 + q_p'^2)^{1/2}, \quad \cos \theta = q_z/q,$$

и интегрируя по $d^2q'_p dq'_z$ соотношение (23), получим выражение для полного потока излучения $\Phi_{\kappa 1}$. Интенсивность излучения найдем по формуле

$$I_{\kappa 1} = \Phi_{\kappa 1} / S \cos \theta \quad (24)$$

или

$$I_{\kappa 1} = \frac{32\pi e^2}{\omega^2 c} v_{0z}^4 n_e^2 a_0^2 a_1^2 \xi_{1,2}^2 \frac{G^2(\theta)}{\cos^2 \theta} \exp\left(-\frac{\omega^2 z_0^2 \Delta v_{0z}^2}{2v_{0z}^4}\right) \sin^2 \frac{\pi z_0}{L}. \quad (25)$$

Если $\Delta v_{0z} = 0$, максимум $I_{\kappa 1}$ достигается при $z_0 = L/2$. Существенно, что интенсивность когерентного излучения пропорциональна n_e^2 , в то время как интенсивность некогерентного излучения пропорциональна n_e .

Сравним потоки когерентного и некогерентного излучений и выясним условия, при которых когерентное излучение преобладает.

Отношение потоков когерентного и некогерентного излучений, когда некогерентный поток $\Delta\Phi_{\kappa}$ берется в элементе телесного угла $\Delta\Omega$ в направлении когерентного излучения и в диапазоне частот $\Delta\omega$ вблизи частоты ω , равно

$$\frac{\Phi_{\kappa 1}}{\Delta\Phi_{\kappa 1}} = \frac{32\pi^3 c^2 v_{0z} n_e a_0^2 a_1^2 \exp(-\omega^2 z_0^2 (\Delta v_{0z})^2 / 2v_{0z}^4)}{\cos^2 \theta \omega^2 \Delta\omega \Delta\Omega} \sin^2 \frac{\pi z_0}{L}. \quad (26)$$

Величины $\Delta\omega$ и $\Delta\Omega$ фактически определяются параметрами прибора, регистрирующего излучение. Приведем для выражения (26) оценку сверху. Для этого положим $z_0 = L/2$, $\Delta v_{0z} = 0$ и заменим ω через длину волны λ , тогда

$$\frac{\Phi_{\kappa 1}}{\Delta\Phi_{\kappa 1}} = 4n_e \lambda^3 \frac{v_{0z}}{c} \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \frac{a_0^2 a_1^2}{\Delta\Omega \cos \theta}. \quad (27)$$

Величину $\lambda^3 (v_{0z}/c)$ можно интерпретировать как объем когерентности. Тогда $n_e \lambda^3 (v_{0z}/c)$ — число электронов, излучающих когерентно в каждый момент времени. Очевидно, что когерентные эффекты существенны, только если $\Phi_{\kappa 1} / \Delta\Phi_{\kappa 1} \gg 1$.

Частота и волновой вектор когерентного излучения и модулирующей волны при $s=1$ совпадают, поэтому различить спонтанное излучение на фоне гораздо более мощного модулирующего излучения может оказаться затруднительным. По этой причине рассмотрим также когерентное излучение на частоте $\omega' = 2\omega$.

Для вычисления потока и интенсивности когерентного излучения на частоте 2ω необходимо в выражение (21) подставить в качестве $\langle j_z \rangle$ составляющую плотности тока из (13), соответствующую частоте 2ω . Вычисления, аналогичные предыдущим, приводят к результату

$$I_{k2} = \frac{8\pi e^2 v_{0z}^4 n_0^2 G^2(\theta)}{\omega^2 c \cos^2 \theta} a_0^2 a_{1z}^2 \exp\left(-\frac{2\omega^2 z_0^2 \Delta v_{0z}^2}{v_{0z}^4}\right) \sin^4 \frac{2\pi z_0}{L}. \quad (28)$$

Как и в случае когерентного излучения на частоте ω , направление излучения на частоте 2ω совпадает с направлением модулирующего излучения.

Отношение потоков когерентного и некогерентного излучений на частоте 2ω

$$\frac{\Phi_{k2}}{\Delta\Phi_{n2}} = n_e \lambda^3 \frac{v_{0z} \lambda' a_0^2 a_{1z}^2}{c \Delta \lambda' \Delta \Omega \cos \theta} \exp\left(-\frac{2\omega^2 z_0^2 \Delta v_{0z}^2}{v_{0z}^4}\right) \sin^4 \frac{2\pi z_0}{L}, \quad (29)$$

где $\lambda = 2\pi c/\omega$, $\lambda' = 2\pi c/\omega' = \lambda/2$. В случае $\Delta v_{0z} = 0$ максимум выражений (28) и (29) достигается при $z_0 = L/4$.

Приведем численные оценки. Пусть скорость электронов в пучке в направлении z $v_{0z} = 3 \cdot 10^8$ см/с ($E = 25$ эВ), напряженность электромагнитного поля $\mathcal{E}_{0z} = 4 \cdot 10^4$ В/см, $\theta = \pi/6$, $\omega = 1.8 \cdot 10^{14}$ с $^{-1}$ ($\lambda = 10$ мкн). Тогда $a_1 \approx 0.5$, $a_2 \approx 0.125$, $L = 36$ мкм. Если принять плотность электронов в пучке $n_e \approx 10^{12}$ 1/см 3 , то при этих параметрах $I_{k1} \sim 10^{-5}$, $I_{k2} \sim 10^{-6}$ Вт/см 2 . Если принять $\omega/\Delta\omega \sim 10^2$, $\Delta\Omega \sim 10^{-3}$, то $\Phi_{k1}/\Delta\Phi_{n1} \sim 10^6$, $\Phi_{k2}/\Delta\Phi_{n2} \sim 10^4$.

Таким образом, поток когерентного излучения существенно превосходит поток некогерентного излучения как в однофотонном, так и в многофотонном случаях.

Заключение

В работе рассмотрена одна из возможностей обнаружения эффекта квантовой модуляции, основанная на измерении интенсивности спонтанного когерентного излучения модулированного тока при его взаимодействии с поверхностью твердого тела. Для наблюдения эффекта модуляции необходимо выполнение следующих условий.

1. Абсолютный энергетический разброс пучка электронов не должен превышать $\hbar\omega$. 2. Расстояние между границами раздела, между которыми происходит модуляция и излучение электронного тока, не должно превышать длины когерентности L . Модуляцию электронного тока целесообразно осуществлять в режиме брэгговской дифракции, так как в этом случае относительный энергетический разброс дифрагированного пучка можно довести до величины порядка 10^{-4} .

Для наблюдения спонтанного когерентного излучения модулированного пучка нужно уменьшить интенсивность поля накачки до минимально возможной величины. Для этой цели можно использовать явление полного внутреннего отражения. Если модулирующая волна испытывает полное внутреннее отражение на границе диэлектрик—вакуум, то ее интенсивность в вакууме затухает по закону

$$I = I_0 \exp(-\beta(\theta)/\lambda), \quad (30)$$

где $\beta(\theta) = -2\pi(\epsilon \sin^2 \theta - 1)^{1/2} z$, I_0 — начальная интенсивность.

В случае полного внутреннего отражения $\epsilon \sin^2 \theta > 1$. Модулирующая волна на границе раздела вакуум—диэлектрик существенно затухает при выполнении условия $\beta(\theta) \gg \lambda$. Поэтому излучение модулированной волны на этой границе может происходить при пониженном фоне.

Усиления эффекта излучения можно достичь, используя многослойную структуру, состоящую из чередующихся кристаллических пленок, разделенных

вакуумными промежутками. В этом случае интенсивность излучения модулированного тока увеличится пропорционально числу таких ячеек на диаметре электронного пучка.

Литература

- [1] *Варшавович Д. А., Дьяконов М. И.* ЖЭТФ, 1971, т. 60, № 1, с. 90—101.
- [2] *Зарецкий Д. Ф., Ломоносов В. В., Малов Ю. А.* Квант. электр., 1983, т. 10, № 10, с. 2081—2085; *Зарецкий Д. Ф., Малов Ю. А.* 1986, т. 56, № 7, с. 1256—1261.
- [3] *Гинзбург Р. Л.* Теоретическая физика и астрофизика. М.: Наука, 1981, с. 151.

Поступило в Редакцию
25 июня 1987 г.
