

ФОРМИРОВАНИЕ ОДНОРОДНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ В ДИПОЛЬНЫХ МАГНИТАХ УСКОРИТЕЛЕЙ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

В. С. Кашихин, Е. А. Ламзин

Изложена методика расчета профиля полюса дипольного магнита для формирования однородных магнитных полей на основе синтеза аналитического и численного подходов. Получен ряд соотношений, связывающих геометрические параметры профиля полюса с величиной неоднородности магнитного поля в апертуре магнита. Приводятся результаты применения изложенной методики к формированию профиля полюса конкретного дипольного магнита.

К настоящему времени опубликовано несколько работ, посвященных расчету профиля полюса дипольного магнита [1-3]. Однако вопрос остается актуальным в силу наметившейся тенденции к ужесточению допусков на неоднородность магнитного поля. При заданном уровне и допуске на неоднородность магнитного поля в апертуре магнита подобную задачу можно рассматривать как обратную задачу магнитостатики. Как правило, заданы такие геометрические параметры, как ширина рабочей области, межполюсное расстояние, положение ярма и обмотки. В этом случае расчет профиля полюса сводится к выбору шиммов.

В данной работе излагается методика расчета профиля полюса дипольного магнита на основе объединения двух подходов: аналитического и численного. Выбор первоначального профиля полюса осуществляется с использованием выражения комплексного потенциала. В дальнейшем профиль полюса аппроксимируется кривыми второго порядка, в частности дугами окружностей, и проводится его оптимизация с помощью конечно-разностного алгоритма с использованием полученных на его основе закономерностей влияния геометрических параметров на однородность магнитного поля в апертуре магнита.

1. Расчет профиля полюса дипольного магнита на основе функций комплексного переменного

При проведении гармонического анализа поля имеется возможность сравнительно простого решения задачи выбора оптимального профиля полюса, если для этой цели воспользоваться выражением комплексного потенциала в форме ряда по степеням отклонения от оси магнита [4].

Искомый контур полюса дипольного магнита является линией постоянного магнитостатического потенциала $V = V_1$ при расчете поля электродов, (рис. 1, а). На рис. 1, б—г показаны конформные преобразования исследуемой области, занимаемой полем.

Математическое преобразование верхней полуплоскости $\text{Im}(s) > 0$ на внутренность многоугольника с углами при вершинах, указанных на s -плоскости, определяется в результате интегрирования дифференциального уравнения

$$\frac{dz}{ds} = c(s - \delta)^{-1/2} (s - \tau)^{-1/2} (s + \tau)^{-1/2} (s + \gamma)(s + 1)^{-2+0/\pi} (s + \alpha). \quad (1)$$

Следуя [1], введем обозначение

$$K(s) = G(s)(1 - s^2/\tau^2)^{1/2}, \quad (2)$$

где

$$G(s) = (1 + s)^{2-0/\pi} \left(1 - \frac{s}{\sigma}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{s}{\alpha}\right)^{-1} \left(1 + \frac{s}{\gamma}\right)^{-1}. \quad (3)$$

В этом случае

$$z = \frac{y_0}{C_1} \int \frac{d\omega}{K(s)}, \quad (4)$$

где

$$s = \tau \cos(i\omega), \quad (5)$$

постоянная C_1 определяется интегрированием выражения вдоль линии $u=0$; ω -плоскость показана на рис. 1, а; λ -плоскость используется для введения токонесущих элементов.

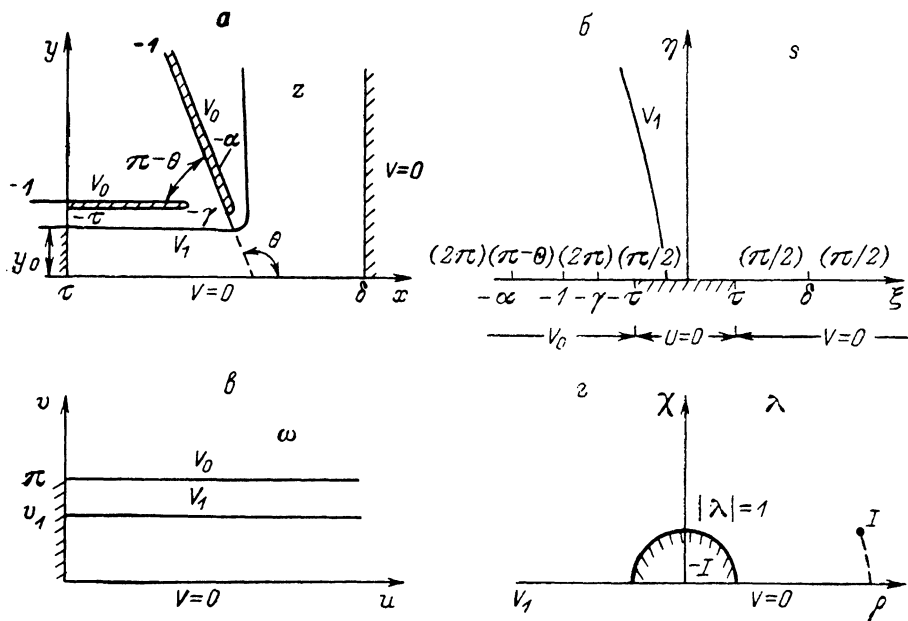


Рис. 1. Конформные преобразования исследуемой области.

В отсутствие токонесущих элементов комплексный потенциал поля представляется в виде

$$W = V_0 \frac{\omega}{\pi}, \quad (6)$$

а при их наличии [5]

$$W = \frac{V_1}{2\pi N} \sum_{k=1}^N \ln \left[\frac{(1 - \bar{\lambda}_k \lambda)(1 - \lambda_k \lambda)}{(\lambda - \lambda_k)(\lambda - \bar{\lambda}_k)} \right]. \quad (7)$$

В последнем выражении параметр λ_k — положение k -го токонесущего элемента на λ -плоскости. На рис. 1, д показан возможный разрез, выделяющий однозначную ветвь многозначной логарифмической функции для одного элемента тока.

Контур полюса определяется в результате интегрирования выражения (4) вдоль линии $u + iv_1$.

С другой стороны, выражение комплексного потенциала может быть представлено в окрестности точки $z=0$ в форме ряда

$$W(z) = A \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_{2n+1}}{2n+1} z^{2n+1}. \quad (8)$$

Выбор оптимального варианта полюса сводится к требованию $a_3, a_5, \dots = 0$ в выражении (8). Выполнение условий $a_3, a_5, a_7 = 0$ в отсутствие токонесущих элементов приводит к системе уравнений

$$\begin{aligned} \frac{2 - \theta/\pi}{1 + \tau} - \frac{1}{2} \frac{1}{\delta - \tau} - \frac{1}{\alpha + \tau} - \frac{1}{\gamma + \tau} &= 0, \\ \frac{2 - \theta/\pi}{(1 + \tau)^2} + \frac{1}{2} \frac{1}{(\delta - \tau)^2} - \frac{1}{(\alpha + \tau)^2} - \frac{1}{(\gamma + \tau)^2} &= 0, \\ \frac{2(2 - \theta/\pi)}{(1 + \tau)^3} - \frac{1}{(\delta - \tau)^3} - \frac{2}{(\alpha + \tau)^3} - \frac{2}{(\gamma + \tau)^3} &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Система уравнений (9) являлась исходной для определения геометрических параметров $\delta, \tau, \gamma, \alpha, \theta$. Ввиду неоднозначности решения системы уравнений (9) имеется возможность варьировать указанные геометрические параметры для оптимизации геометрической формы полюса. Критерием выбора оптимального профиля является минимальная ширина полюса при выполнении требований на однородность магнитного поля в рабочей области.

2. Формирование профиля полюса дипольного магнита дугами окружностей обратной кривизны

Расчитанный в разделе 1 аналитическим методом профиль полюса образован достаточно сложной кривой. В ряде случаев из-за технологических соображений представляется целесообразным аппроксимировать полученный профиль кривыми второго порядка, в частности дугами окружностей [6]. Кривые должны сопрягаться с центральной частью полюса, между собой и с боковой поверхностью без изломов, вызывающих локальные насыщения участков поверхности полюса и в конечном счете приводящих к увеличению интегральной неоднородности поля в заданном диапазоне изменения индукции.

На рис. 2 показан профиль полюса дипольного магнита, образованный дугами окружностей с точками сопряжения A, B, C . Считаются заданными следующие геометрические параметры: y_0 — половина межполюсного расстояния, x_n — полуширина полюса, x_1 и x_2 — абсциссы центров окружностей $O_1(x_1, y_1)$ и $O_2(x_2, y_2)$, h — высота шимма, оцененные или полученные с помощью аналитического метода.

Из условия сопряжения координаты точки B можно записать в следующем виде:

$$x_B = \frac{x_2 R_1 + x_1 R_2}{R_1 + R_2}, \quad y_B = \frac{y_2 R_1 + y_1 R_2}{R_1 + R_2}, \quad (10), (11)$$

где $R_1 = y_0 - y_1$, $R_2 = x_n - x_2$ — радиусы окружностей. Радиус окружности R_2 однозначно определяет координату y_2 . Используя соотношение

$$(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = (R_1 + R_2)^2$$

для треугольника $O_1 O_2 M$, можно получить выражение для y_1 в следующем виде:

$$y_1 = -[(x_1 - x_2)^2 - (y_0 + R_2)^2 + (y_0 + R_2 - h)]/2h. \quad (12)$$

Выражения (10)–(12) использовались в дальнейшем для формирования профиля полюса при определении зависимости неоднородности магнитного поля от изменения геометрических параметров.

3. Численные результаты

В данном разделе приведены результаты применения изложенной методики к формированию профиля полюса дипольного магнита с параметрами, аналогичными параметрам магнита основного кольца 1-й ступени ускорительно-накопительного комплекса [2]. Геометрическая форма полюса характеризуется следующими значениями: $y_0=3.2$ см, $x_1=9.5$ см, $R_2=2.3$ см. Ширина рабочей области дипольного магнита A , а неоднородность магнитного поля в этой области не должна превышать величины $2 \cdot 10^{-4}$ при изменении магнитной индукции в центре диполя в пределах $B_0=0.1 \div 1$ Тл.

На рис. 3 показан профиль шимма, полученный аналитическим методом, при следующих значениях геометрических параметров расчетной схемы (рис. 1): $y_0=3.2$ см, $\alpha=8.2$, $\tau=0.1$, $\gamma=0.84$, $\delta=81$, $\theta=0.68$, $v_1=1.928$. Система координат (x', y') получена путем параллельного переноса осей исходной системы координат: $x'=x-3.2$, $y'=y-3.2$.

На рис. 4 представлены кривые неоднородности магнитной индукции в средней плоскости

$$\eta = \frac{B - B_0}{B_0} \cdot 100 \%$$

Таблица отражает характер влияния геометрических параметров профиля полюса (рис. 2) на однородность магнитного поля. Расчеты выполнялись с помощью программы SCALAR [7], ориентированной на решение двумерных задач магнитостатики в предположении бесконечно большой магнитной проницаемости железа $\mu_{Fe} = \infty$ (случай слабого насыщения). В таблице приведены неоднородности магнитного поля η на краю и максимальная неоднородность η_{max} в средней плоскости апертуры магнита.

На рис. 5 приведены зависимости неоднородности магнитного поля в средней плоскости для вариантов, представленных в таблице. Практически во всех

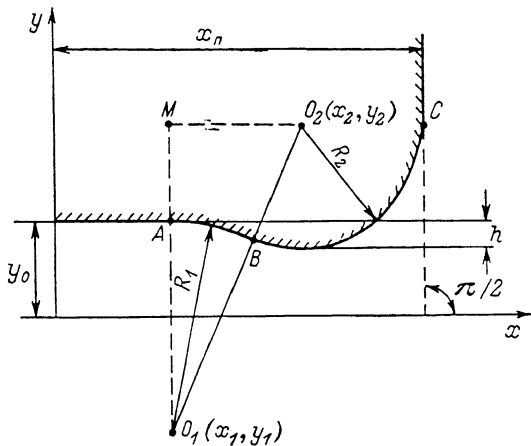


Рис. 2. Профиль полюса, образованный дугами окружностей.

x_1 , см	h , см	y_1 , см	x_2 , см	y_2 , см	x_B , см	y_B , см	η , %	η_{max} , %
3	0.1	-82.75	7.2	5.4	7.0905	3.1026	0.11	0.11
	0.09	-92.525	7.2	5.41	7.1015	3.1121	0.085	0.085
	0.08	-104.79	7.2	5.42	7.1124	3.1217	0.058	0.058
	0.065	-130.225	7.2	5.435	7.1288	3.1561	0.02	0.02
4	0.1	-45.75	7.2	5.4	7.0564	3.1045	0.028	0.028
	0.0956	-48.1043	7.2	5.4044	7.0627	3.1085	0.02	0.02
	0.0856	-54.3559	7.2	5.4144	7.077	3.1177	0.003	0.005
	0.08	-58.54	7.2	5.42	7.0851	3.1228	-0.007	-0.007

рассмотренных вариантах η_{max} достигается на краю апертуры. Поэтому представляют интерес зависимости неоднородного магнитного поля на краю апертуры от изменения высоты шимма h профиля полюса (рис. 6). С большой степенью точности при изменении h в указанных пределах существует линейная зависимость между η и h

$$\eta = Kh + N, \quad (13)$$

где $K=2.6$, $N=-0.15$ при $x_1=3$ см; $K=1.75$, $N=-0.147$ при $x_1=4$ см.

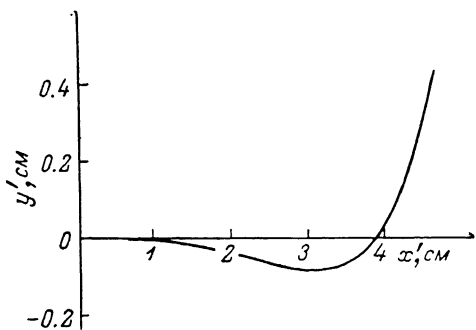


Рис. 3. Профиль шимма.

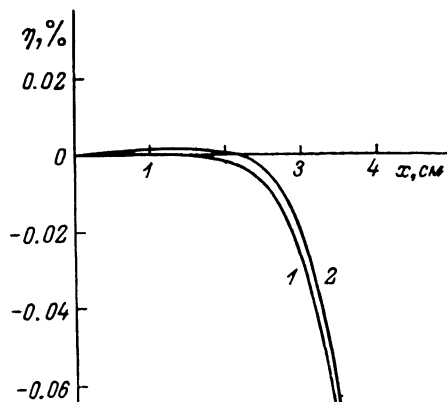


Рис. 4. Распределение неоднородности магнитного поля в средней плоскости при аналитическом (1) и конечно-разностном (2) подходах.

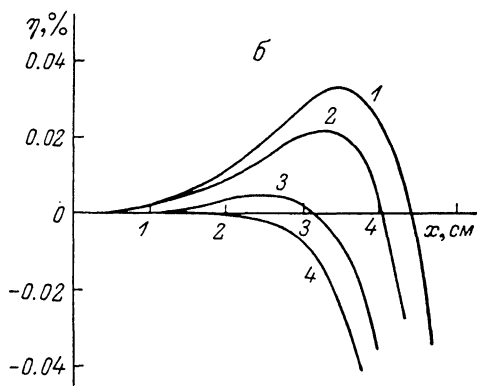
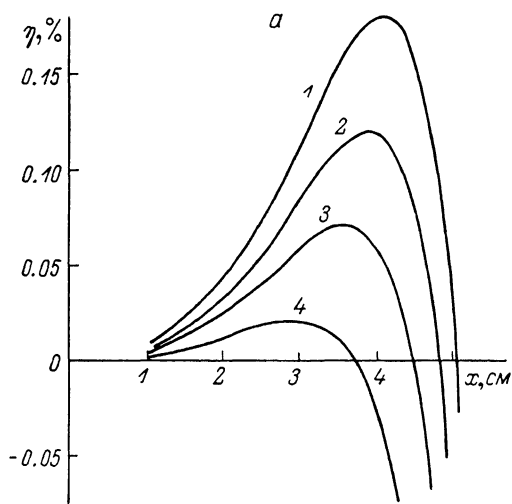


Рис. 5. Распределение неоднородности магнитного поля в средней плоскости дипольного магнита для $x_1=3$ (а) и 4 см (б).

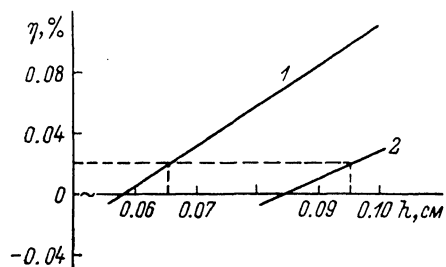


Рис. 6. Зависимость неоднородности магнитного поля в средней плоскости магнита на краю рабочей области для $x_1=3$ (1) и 4 см (2).

Заключение

На основании приведенных исследований предлагается методика расчета профиля полюса дипольного магнита, включающая в себя следующие этапы.

1. Определение профиля полюса аналитическим методом из условия компенсации нелинейностей низших порядков в выражении комплексного потенциала.

2. Если есть необходимость (например, при возможном появлении локальных участков насыщения поверхности полюса при расчете профиля аналитическим методом), аппроксимация профиля полюса магнита дугами окружностей и расчет магнитного поля с помощью программы SCALAR с двумя значениями шимма для определения коэффициентов K и N в выражении (13).

3. Контрольный расчет магнитного поля с величиной шимма профиля полюса $h = (\eta_r - N)/K$, где η_r — заданное значение неоднородности магнитного поля на краю апертуры магнита, с помощью программы VECTOR [7] с учетом зависимости $\mu(B)$.

Можно существенно повысить эффективность расчетов по пп. 2 и 3, если использовать в качестве начальных приближений при расчете новых вариантов результаты расчета предыдущих.

Авторы признательны В. А. Титову и Н. И. Дойникову за интерес к работе и ряд ценных критических замечаний.

Литература

- [1] Snowdon S. C. IEEE Trans. Nucl. Sci., 1971, v. 5—18, N 3, p. 848—852.
- [2] Дойников Н. И. и др. Тр. VII Всес. совещ. по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1981, т. 1, с. 331—333.
- [3] Кашихин В. С. Препринт/НИИЭФА Е-0707. Л., 1985. 15 с.
- [4] Дойников Н. И., Титов В. А. ЖТФ, 1970, т. 40, № 10, с. 2460—2462.
- [5] Бухгольц Г. Расчет электрических и магнитных полей. М.: ИЛ, 1961. 712 с.
- [6] Кашихин В. С., Рождественский Б. В., Самсонов Г. Н. А. с. 969139. Оpubл. в Б. И., 1985, № 34, с. 286.
- [7] Кашихин В. С. Препринт/НИИЭФА Б-0598. Л., 1982. 20 с.

Научно-исследовательский институт
электрофизической аппаратуры
им. Д. В. Ефремова
Ленинград

Поступило в Редакцию
8 сентября 1986 г.