1988 ЖУРНАЛ ТЕХНИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ Том 58, в. 4
1988 JOURNAL OF TECHNICAL PHYSICS Vol. 58, № 4

УДК 533.951

ОСОБЕННОСТИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА МАЛОЙ ПЛОТНОСТИ С НЕРАВНОВЕСНЫМИ СРЕДАМИ

Н. Л. Цинцадзе, Г. Г. Чигладзе

Исследуется взаимодействие моноэнергетичного электронного пучка малой плотности с неравновесными средами на примере газа двухуровневых осцилляторов и активной плазмы (неполностью ионизованная плазма, нейтральная компонента которой представляется двухуровневой квантовой системой). Рассмотрены вопросы устойчивости такой системы в целом в линейном приближении, а также влияние двухуровневой компоненты на развитие пучковой неустойчивости в плазме. Найдены условия ускорения электронного пучка за счет энергии, запасенной в инверсно заселенной двухуровневой подсистеме. Приведены приближенные нелинейные оценки для максимальной амплитуды поля возбужденной волны и для момента времени, когда это значение амплитуды достигается.

1. Изучение вопросов взаимодействия пучка заряженных частиц с активной плазмой может быть интересным для физики газовых лазеров вследствие возросшего интереса к мощным лазерам с накачкой электронными пучками [1], основанной на коллективном взаимодействии электронного пучка с активной плазмой.

С другой стороны, представляет интерес исследование особенностей и перспектив практического использования эффектов, связанных с прохождением пучка заряженных частиц в неравновесных средах, поскольку наличие неравновесности открывает возможность обращения неустойчивостей такой системы и сил возбуждаемых полей, действующих на заряженные частицы. Впервые этот эффект был обнаружен и исследован в работе [2] для заряда, взаимодействующего с движущимся диэлектриком. В покоящейся среде, неравновесность которой обусловлена инверсией заселенности ее энергетических уровней, возможность обращения знака черенковского поля для осцилляторов была обнаружена в работах [3, 4]. К исследованию возможностей этого эффекта для ускорения пучка заряженных частиц в прозрачном диэлектрике с инверсной заселенностью энергетических уровней посвящена теоретическая работа [5].

В работе [6] обращено внимание на интересную возможность применения аномального эффекта Доплера на продольных волнах для создания инверсной заселенности квантовых систем с дискретными уровнями энергии.

В настоящей работе рассмотрена плазменно-пучковая система в активной среде. Наличие двух неравновесных систем (инверсно заселенная активная среда и электронный пучок) делает возможным передачу избыточной энергии активной среды к электронному пучку или, наоборот, накачку активной среды за счет кинетической энергии пучка. Активная среда и электронный пучок взаимодействуют при посредстве возбужденных в системе электромагнитных волн, амплитуды которых в течение этих процессов в определенных условиях могут нарастать со временем. В некоторых случаях избыточная энергия как пучка, так и активной среды может пойти на возбуждение в плазме электромагнитных волн.

Исследованы различные неустойчивости, найдены частоты и инкременты нарастания колебаний, установлены направления энергообмена при развитии неустойчивости как в случае потенциальных, так и непотенциальных колебаний.

Найдена поправка к инкременту пучковой неустойчивости в плазме, обусловленная наличием двухуровневой подсистемы. Приведены простейшие нелинейные оценки для приблизительного значения максимальной амплитуды поля возбужденной волны.

2. Рассмотрим изотропную холодную активную плазму, пронизываемую нерелятивистским моноэнергетичным электронным пучком малой плотности. В равновесном состоянии активная плазма и электронный пучок однородны. Свободные электроны плазмы имеют концентрацию n_{p0}, концентрация электронов пучка равна n_{b0}, разность заселенностей двухуровневой подсистемы активной плазмы N_0, а скорость пучка направлена вдоль оси z и по величине равна u.

В рамках линейной теории имеем систему уравнений для возмущенных величин [7]

$$\frac{\partial \mathbf{v}_p}{\partial t}=\frac{e}{m}\mathbf{E},\quad \left(\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial z}\right)\mathbf{v}_b=\frac{e}{m}\left\{\mathbf{E}+\frac{1}{c}[\mathbf{uB}]\right\},$$

$$\frac{\partial n_p}{\partial t}+n_{p0}\operatorname{div}\mathbf{v}_p=0,\quad \left(\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial z}\right)n_b+n_{b0}\operatorname{div}\mathbf{v}_b=0,\quad \frac{\partial N}{\partial t}=0,$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\Omega^2\right)\mathbf{P}=\frac{\omega_m^2}{4\pi}\mathbf{E},\quad \operatorname{rot}\mathbf{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{B}=\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{E}+4\pi\mathbf{P})+\frac{4\pi e}{c}(n_{p0}\mathbf{v}_p+n_{b0}\mathbf{v}_b+n_b\mathbf{u}),\tag{1}$$

где $\mathbf{v}_p$, $\mathbf{v}_b$ — возмущения скоростей электронов плазмы и пучка; n_p, n_b — возмущения концентраций; N — возмущение разности заселенностей; P — возмущение поляризации двухуровневой компоненты; $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$ — возмущения электрического и магнитных полей; Ω — частота перехода между уровнями: $\omega_m=$ $=4\pi e^2N_0f/m$; e, m — заряд и масса электрона; f — сила осциллятора перехода между уровнями.

Далее, представляя все возмущенные величины в виде $\exp(-i\omega t+ikr)$, приходим к следующей системе уравнений:

$$\varepsilon^l(\mathbf{kE})=\frac{\omega_b^2}{\omega(\omega-\mathbf{ku})^2}(\mathbf{k}[\mathbf{u}[\mathbf{kE}]]),\tag{2}$$

$$\left(\frac{k^2c^2}{\omega^2}-\varepsilon^{tr}\right)[\mathbf{kE}]=-\frac{\omega_b^2[\mathbf{ku}]}{\omega^2(\omega-\mathbf{ku})^2}\left\{\frac{\omega_b^2}{(\omega-\mathbf{ku})^2\varepsilon^l}+1\right\}(\mathbf{k}[\mathbf{u}[\mathbf{kE}]]),\tag{3}$$

где ω, $\mathbf{k}$ — частота и волновой вектор возбуждаемых колебаний; $\omega_p^2=4\pi e^2n_{p0}/m$; $\omega_b^2=4\pi e^2n_{b0}/m$,

$$\varepsilon^l=1-\frac{\omega_p^2}{\omega^2}-\frac{\omega_m^2}{\omega^2-\Omega^2}-\frac{\omega_b^2}{(\omega-\mathbf{ku})^2},\tag{4}$$

$$\varepsilon^{tr}=1-\frac{\omega_p^2+\omega_b^2}{\omega^2}-\frac{\omega_m^2}{\omega^2-\Omega^2}.\tag{5}$$

Из уравнения (2) и (3) можно получить общее дисперсионное соотношение для непотенциальных колебаний

$$\varepsilon^l(\varepsilon^{tr}-k^2c^2/\omega^2)=A(\omega),\tag{6}$$

где введено обозначение

$$A(\omega)=\frac{\omega_b^2k_\perp^2u^2}{\omega^2(\omega-k_zu)^2}\left(1-\frac{\omega_p^2}{\omega^2}-\frac{\omega_m^2}{\omega^2-\Omega^2}\right).\tag{7}$$

Отметим, что уравнения $\varepsilon^l=0$ и $\varepsilon^{tr}-k^2c^2/\omega^2=0$ являются дисперсионными соотношениями для продольных и поперечных волн в системе активная плазма—электронный пучок в случае $k_\perp=0$.

Мы будем интересоваться случаем одновременного существования продольной и поперечной резонансных волн, т. е. случаем слабой связи ($k_\perp$ мало). Все вышесказанное означает, что в нулевом приближении по $A(\omega)$ нужно решать систему уравнений

$$\varepsilon^l(\omega) = \varepsilon^{tr}(\omega) - k^2c^2/\omega^2 = 0. \tag{8}$$

Первое из уравнений (8) дает

$$k_z u = \alpha_{\pm}\omega, \qquad \alpha_{\pm} = 1 \pm \frac{\omega_b}{\sqrt{k^2c^2 + \omega_b^2}}. \tag{9}$$

Полученное можно интерпретировать как условие черевковского резонанса для пучка заряженных частиц, где знаки «плюс» и «минус» соответственно относятся к областям аномального и нормального эффектов Доплера.

Второе из уравнений (8) определяет частоту ω

$$\omega^2 = \omega_0^2 = \frac{1}{2}\left\{\Omega^2 + \tilde{\omega}_p^2 + \omega_m^2 \pm \sqrt{(\Omega^2 - \tilde{\omega}_p^2)^2 + 2\omega_m^2(\Omega^2 + \tilde{\omega}_p^2) + \omega_m^4}\right\}, \tag{10}$$

где

$$\tilde{\omega}_p^2 = \omega_p^2 + k^2c^2.$$

Далее в первом приближении по $A(\omega)$ предположим, что решение уравнения (6) можно представить в виде $\omega = \omega_0 + \delta$, где $|\delta| \ll \omega_0$. В этом случае можно воспользоваться разложениями функции $\varepsilon^l(\omega)$ и $\varepsilon^{tr}(\omega) - k^2c^2/\omega^2$ в окрестности точки $\omega = \omega_0$

$$\varepsilon^l(\omega_0 + \delta) \approx \varepsilon^l(\omega_0) + \delta \frac{\partial}{\partial\omega}\varepsilon^l(\omega)\Big|_{\omega=\omega_0},$$

$$\varepsilon^{tr}(\omega_0 + \delta) - \frac{k^2c^2}{(\omega_0+\delta)^2} \approx \varepsilon^{tr}(\omega_0) - \frac{k^2c^2}{\omega_0^2} + \delta\frac{\partial}{\partial\omega}\left[\varepsilon^{tr}(\omega) - \frac{k^2c^2}{\omega^2}\right]\Bigg|_{\omega=\omega_0}.$$

Теперь уже не представляет трудности получение формулы для δ^2

$$\delta^2 = A(\omega)\left\{\frac{\partial}{\partial\omega}\varepsilon^l(\omega)\frac{\partial}{\partial\omega}\left[\varepsilon^{tr}(\omega) - \frac{k^2c^2}{\omega^2}\right]\right\}^{-1}\Bigg|_{\omega=\omega_0}. \tag{11}$$

При получении (11) было использовано (8) и пренебрежено членами высшего порядка малости по δ. После несложных выкладок и нужных подстановок формула (11) с учетом (9) в предположении $\omega_b^2 \ll \omega_p^2$, k^2c^2 принимает вид

$$\delta_{1,2}^2 = \frac{k^4c^4k_\perp^2u^2}{4}\left[\frac{\omega_m^2\omega_0^4}{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2} + \omega_p^2 \mp \frac{k^3c^3}{\omega_b}\right]^{-1}\left[\frac{\omega_m^2\omega_0^4}{(\omega_0^2-\Omega^2)^2} + \tilde{\omega}_p^2\right]^{-1}. \tag{12}$$

Индексы «1» и «2» соответствуют распространению волны внутри (аномальный эффект Доплера) и вне (нормальный эффект Доплера) черенковского конуса.

Наиболее удобным и интересным, по-видимому, является решение уравнения (10)

$$\omega_0^2 \approx \Omega^2\left(1 + \frac{\omega_m^2}{\Omega^2 - \tilde{\omega}_p^2}\right), \tag{13}$$

полученное в предположении

$$|\omega_m^2|(\Omega^2 + \tilde{\omega}_p^2)/(\Omega^2 - \tilde{\omega}_p^2)^2 \ll 1. \tag{14}$$

После подстановки (13) в (12) находим

$$\delta_{1,2}^2 = \frac{\omega_b\omega_m^4k^4c^4k_\perp^2u^2}{4(\Omega^2 - \tilde{\omega}_p^2)^2[\omega_b(\Omega^2 - \tilde{\omega}_p^2)^2 \mp \omega_m^2k^3c^3]}. \tag{15}$$

Отсюда видно, что в определенных условиях, в частности при $\omega_b/kc \lesssim \omega_m^2k^2c^2/(\Omega^2 - \tilde{\omega}_p^2)^2$, система активная плазма — электронный пучок является неустойчивой относительно непотенциальных колебаний. Причем, как и следовало ожидать, в случае аномального эффекта Доплера (верхний знак в (15)) неустойчивой является среда с нормально заселенной двухуровневой компонентой ($\omega_m^2 > 0$); при этом фазовая скорость возбужденной волны, как следует из (9), меньше скорости пучка и амплитуда ее поля нарастает со временем за счет кинетической энергии электронов пучка. Часть энергии расходуется на накачку нормально заселенной двухуровневой компоненты. Механизм ограничения роста амплитуды волны может быть захват частиц пучка ею. В случае нормального эффекта Доплера (нижний знак в (15)) неустойчивой является среда с инверсно заселенной двухуровневой компонентой ($\omega_m^2 < 0$). Фазовая скорость возбужденной волны больше скорости пучка, и он ускоряется в поле этой волны. Энергия черпается при этом из инверсно заселенной двухуровневой компоненты. Рост скорости пучка ограничен конечностью величины энергии, запасенной в двухуровневой подсистеме, или захватом его частиц волной.

3. В случае $k_\perp = 0$ из уравнения (2) можно получить дисперсионное соотношение для системы активная плазма—электронный пучок в потенциальном приближении

$$1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - \frac{\omega_b^2}{(\omega - k_z u)^2} - \frac{\omega_m^2}{\omega^2 - \Omega^2} = 0, \tag{16}$$

которое при отсутствии двухуровневых частиц ($\omega_m^2 \to 0$) переходит в хорошо известное в литературе.

В работе [8] было рассмотрено аналогичное (16) дисперсионное уравнение. Показано, что наличие двухуровневых частиц в плазме может существенно менять картину развития пучковой неустойчивости. Найдена величина критической концентрации двухуровневой компоненты, выше которой пучковая неустойчивость полностью стабилизируется. Ниже будет найдено явное выражение для инкремента пучковой неустойчивости в активной плазме, зависящее от концентрации двухуровневой подсистемы и от характера ее заселенности, которое позволяет определить области подавления неустойчивости, частичной стабилизации (уменьшение инкремента) и усиления неустойчивости (увеличение инкремента).

Для анализа пучковой неустойчивости в плазме воспользуемся дисперсионным соотношением (16). Будем решать уравнение (16) в условиях резонанса между ленгмюровскими колебаниями плазмы с частотой ω_p, одночастичными колебаниями двухуровневых частиц с частотой Ω и колебаниями пучка с частотой $k_z u$, полагая $\omega = \omega_p + \delta = \Omega + \delta = k_z u + \delta$, где $|\delta| \ll \omega_p$. После несложных выкладок из уравнения (16) получим

$$\delta_{1,2} = -\frac{\omega_p}{2}\left(\frac{n_{b0}}{2n_{p0}}\right)^{1/3}\varphi_+ \pm i\frac{\sqrt{3}\,\omega_p}{2}\left(\frac{n_{b0}}{2n_{p0}}\right)^{1/3}\varphi_-,$$

$$\delta_3 = \omega_p\left(\frac{n_{b0}}{2n_{p0}}\right)^{1/3}\varphi_+, \tag{17}$$

где

$$\varphi_\pm = \left(\frac{1+\sqrt{1-\omega_m^6/36\omega_p^2\omega_b^4}}{2}\right)^{1/3} \pm \left(\frac{1-\sqrt{1-\omega_m^6/36\omega_p^2\omega_b^4}}{2}\right)^{1/3}. \tag{18}$$

Поскольку φ_+ — всегда вещественная величина, система активная плазма—электронный пучок неустойчива относительно рассматриваемых колебаний только при вещественных φ_- с временным инкрементом нарастания

$$\gamma = \frac{\sqrt{3}}{2}\omega_p\left(\frac{n_{b0}}{2n_{p0}}\right)^{1/3}\varphi_- = \gamma_b\varphi_-. \tag{19}$$

Здесь

$$\gamma_b = \frac{\sqrt{3}\,\omega_p}{2}\left(\frac{n_{b0}}{2n_{p0}}\right)^{1/3}$$

— хорошо известный инкремент пучковой неустойчивости, а φ_- — поправочный коэффициент, обусловленный наличием двухуровневой компоненты в плазме. Нетрудно заметить, что в случае $\omega_m^6/36\omega_p^2\omega_b^4 \gg 1$ пучковая неустойчивость полностью стабилизируется. Если $0 < \omega_m^6/36\,\omega_p^2\,\omega_b^4 < 1$, то происходит уменьшение инкремента, а при инверсной заселенности двухуровневой компоненты ($\omega_m^2 < 0$), как и следовало ожидать, инкремент пучковой неустойчивости увеличивается.

В случае существования инкремента неустойчивости амплитуда электрического поля ленгмюровских колебаний растет и наступает нелинейная стадия неустойчивости, на которой происходит насыщение роста амплитуды. Причиной насыщения может служить захват электронов пучка волной. Значение максимальной амплитуды поля можно определить только в рамках нелинейной теории.

Рассмотрим случай, когда концентрация электронов плазмы ничтожно мала ($\omega_p \to 0$). Тогда (16) является дисперсионным уравнением продольных волн для случая прохождения моноэнергетического электронного пучка в активной среде двухуровневых частиц, чистой от электронной примеси (будем считать, что ток и заряд пучка компенсированы). При этом из уравнения (16) следует, что в условиях резонанса между колебаниями двухуровневой подсистемы и быстрой или медленной пучковыми волнами

$$\omega = \Omega + \delta = k_z u \pm \omega_b + \delta, \quad |\delta| \ll \omega_b \ll \omega_p$$

в предположении $|\omega_m^2/\omega_b\Omega| \ll 1$

$$\delta_{1,2}^2 = \pm\omega_m^2\omega_b/4\Omega. \tag{20}$$

В таком случае при инверсной заселенности ($\omega_m^2 < 0$) нарастает со временем быстрая пучковая волна $\omega = k_z u + \omega_b$ (верхний знак в (20)) и затухает медленная $\omega = k_z u - \omega_b$ (нижний знак в (20)). Вместе с нарастанием амплитуды быстрой пучковой волны сам пучок ускоряется в поле этой волны за счет энергии, запасенной в двухуровневой подсистеме. Механизмом ограничения роста амплитуды быстрой пучковой волны может быть изменение знака заселенности двухуровневой подсистемы (полное преобразование запасенной энергии), а механизмом ограничения роста скорости пучка, кроме вышесказанного, может быть захват его электронов быстрой пучковой волной или нарушение синхронизма между ними за счет нелинейного сдвига частоты волны, которые приводят к прекращению энергообмена.

При нормальной заселенности двухуровневой компоненты ($\omega_m^2 > 0$) нарастает во времени медленная пучковая волна (нижний знак в (20)) и затухает быстрая (верхний знак в (20)). С нарастанием амплитуды поля медленной пучковой волны двухуровневая компонента набирает энергию, которая черпается из кинетической энергии пучка, поскольку электронный пучок тормозится в поле медленной пучковой волны.

Уравнение (16) при $\omega_p \to 0$ имеет еще одно интересное решение. В условиях резонанса между коллективными колебаниями двухуровневой компоненты и пучка

$$\omega = \sqrt{\Omega^2 + \omega_m^2} + \delta = k_z u + \delta, \quad |\delta| \ll |\omega_m| \ll \omega$$

в предположении $|\omega_m^2\omega_b^2/(\Omega^2 + \omega_m^2)^2|^{1/3} \ll 1$ получим

$$\delta_1 = \left(\frac{\omega_m^2\omega_b^2}{2\sqrt{\Omega^2 + \omega_m^2}}\right)^{1/3}, \qquad \delta_{2,3} = -\frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}\delta_1. \tag{21}$$

Как видно из формул (21), в этом случае независимо от характера заселенности уровней имеет место неустойчивость с инкрементом нарастания $\sqrt{3}/2 \cdot |\omega_m^2\,\omega_b^2/(2\sqrt{\Omega^2 + \omega_m^2})|^{1/3}$. Энергия черпается из кинетической энергии пучка.

4. При рассмотрении всех вышеописанных неустойчивостей волна всегда находилась в резонансе с пучком. Вследствие этого нелинейные явления в пучке возникают раньше, и поэтому активную плазму можно считать линейной, а величины, характеризующие пучок, будут определены с помощью метода последовательных приближений путем разложения по степеням амплитуды поля.

С помощью этого метода можно приближенно оценить максимальную амплитуду поля возбужденной волны

$$E_{\max} \approx \frac{2}{3}\left(3 \operatorname{Re} \frac{Q_1}{Q_2}\right)^{-1/2}, \tag{22}$$

которая достигается в момент времени

$$t_{\max} \approx \frac{1}{\gamma} \ln\left[\frac{\sqrt{3}}{|E_0|}\left(\operatorname{Re} \frac{Q_1}{Q_2}\right)^{-1/2}\right], \tag{23}$$

где E_0 определяется из начальных условий

$$Q_1 = \frac{k^2 e^2 \omega_b^2 (7\gamma^2 + 10 i \gamma \omega_k + 5\omega_k^2)(2\gamma - i\omega_k)(6\gamma - i\omega_k)}{2m^2 (\gamma^2 + \omega_k^2)^2},$$

$$Q_2 = \frac{4\gamma}{\omega_p} \{ i (\gamma - i\omega_k)^2 (3\gamma - i\omega_k)^2 [(2\gamma - i\omega_k)(6\gamma - i\omega_k) - \omega_m^2] - \omega_p \omega_b^2 (6\gamma - i\omega_k)(2\gamma - i\omega_k)^2 \}, \tag{24}$$

а γ, ω_k определяются формулами

$$\gamma = \operatorname{Im}(\omega - k_z u), \quad \omega_k = \operatorname{Re}(\omega - k_z u). \tag{25}$$

Здесь ω — комплексная частота возбужденной волны.

Один из авторов (Чигладзе Г. Г.) благодарен А. А. Рухадзе за интерес к работе и ценные замечания.

Литература

[1] *Басов Н. Г., Беленов Э. М., Данилычев В. А., Сучков А. Ф.* УФН, 1974, т. 114, № 2, с. 213—247.
[2] *Тамм И. Е.* УФН, 1959, т. 68, № 3, с. 387—396.
[3] *Гинзбург В. Л., Эйдман В. Я.* ЖЭТФ, 1959, т. 36, № 2, с. 1823—1833.
[4] *Гинзбург В. Л.* Теоретическая физика и астрофизика. М.: Наука, 1981.
[5] *Красовицкий В. Б., Курилко В. И.* ЖЭТФ, 1969, т. 57, № 3, с. 864—869.
[6] *Немцов Б. Е.* Письма в ЖТФ, 1984, т. 10, № 10, с. 588—592.
[7] *Цинцадзе Н. Л., Чигладзе Г. Г.* Препринт ФП-93, ИФ АН ГССР. Тбилиси, 1986.
[8] *Крашенинников С. И., Старых В. В.* Физика плазмы, 1977, т. 3, № 6, с. 1403—1404.

Тбилисский государственный университет
Физический факультет

Поступило в Редакцию
16 января 1987 г.
В окончательной редакции
8 мая 1987 г.