

## САМОСОГЛАСОВАННЫЙ РАСЧЕТ СОПРОТИВЛЕНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ МИКРОПОЛОСКОВЫХ АНТЕНН СПИНОВЫХ ВОЛН В ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО НАМАГНИЧЕННОЙ ФЕРРОМАГНИТНОЙ ПЛЕНКЕ

*В. Ф. Дмитриев, Б. А. Калинин*

Развита самосогласованная теория возбуждения спиновых волн микрополосковыми антеннами, одновременно учитывающая зеемановское, диполь-дипольное и неоднородное обменное взаимодействия в спин-системе пленочного ферромагнетика. Получено и аналитически решено интегральное уравнение для плотности поверхностного тока в антенне. Рассчитаны частотные зависимости сопротивления излучения микрополосковых антенн, учитывающие особенности состояния поверхностных спинов ферромагнитной пленки.

Возбуждение спиновых волн (СВ) микрополосковыми антеннами является одним из физических процессов, лежащих в основе принципа действия пленочных спин-волновых приборов аналоговой обработки сигналов, активно разрабатываемых в последние годы (см., например, [1]).

Расчет сопротивления излучения микрополосковых антенн спиновых волн (АСВ) часто основывается на заданном распределении плотности поверхностного тока по ширине антенны (см., например, [2, 3] и литературу в них). Более корректной является самосогласованная постановка задачи [4-6]. В этом случае закон распределения плотности поверхностного тока в антенне  $j(z)$  ищется в ходе решения граничной задачи о возбуждении спиновых волн в ферромагнитной пленке. Иными словами, при самосогласованной постановке учитывается перераспределение тока в антенне за счет «излучения» спиновых волн. Самосогласованный расчет сопротивления излучения приводит к необходимости решать интегральное уравнение для  $j(z)$ . Так, в работе [4] в безобменном приближении была сформулирована и решена численно задача расчета сопротивления излучения микрополосковой антенны для перпендикулярно намагнитченной ферромагнитной пленки (ФП). В работах [5, 6] построена самосогласованная теория возбуждения безобменных поверхностных спиновых волн. Безобменное приближение не учитывает особенности состояния спинов на поверхностях ФП и приводит к потере ряда физически важных эффектов. Среди них в первую очередь следует отметить обменное расщепление спектра спиновых волн в ферромагнитных пленках. Как показано теоретически [7] и экспериментально [8], в пленках с закрепленными поверхностными спинами обменное расщепление спектра обуславливает осцилляции на частотных зависимостях сопротивления излучения.

Целью настоящей работы является построение самосогласованной теории возбуждения спиновых волн при одновременном учете как диполь-дипольного, так и неоднородного обменного взаимодействий в спин-системе перпендикулярно намагнитченной пленки. В работе получено и аналитически решено интегральное уравнение для плотности поверхностного тока в антенне. Найденные распределения тока использованы для самосогласованного расчета сопротивления излучения АСВ. Влияние обменных эффектов на перераспределение плотности поверх-

стного тока и характер осцилляций сопротивления излучения проанализированы на примере пленок с закрепленными поверхностными спинами. В случае пленок со свободными поверхностными спинами результаты нашего аналитического решения совпадают с численным решением, полученным в работе [4]. Аналитическая форма решения интегрального уравнения для  $j(z)$  позволила рассчитать и объяснить наблюдаемое в экспериментах поведение сопротивления излучения при больших значениях волнового числа.

## 1. Постановка задачи

Построение самосогласованной теории возбуждения распространяющихся спиновых волн может быть разбито на два этапа. На первом этапе в приближении известного распределения поверхностного электрического тока  $j(z)$  ищется связь между возбуждаемой переменной намагниченностью и током  $j(z)$ , а также связь погонного сопротивления излучения полосковой антенны  $R$  с  $j(z)$ . (Эта часть задачи решена в работах [7, 9]. Ниже мы будем опираться на полученные в [7, 9] результаты). На втором этапе для получения самосогласованного решения должно быть найдено распределение поверхностного тока в антенне с учетом его трансформации за счет «излучения» спиновых волн. Найденное таким образом распределение поверхностного тока используется затем для расчета сопротивления излучения антенны. Эта часть задачи будет решаться ниже.

Следуя работе [7], рассмотрим изотропную неограниченную в плоскости *уз* ферромагнитную пленку толщиной  $L$ , намагниченную до насыщения однородным постоянным магнитным полем, направленным по нормали к поверхности вдоль оси  $x$ . Микрополосковую антенну представим в виде полосы бесконечно тонкого идеального металла шириной  $w$  с протекающим по полосе сверхвысоко-частотным электрическим током. Распределение плотности поверхностного тока в антенне будем искать в виде

$$j(x, z) = e_y j(z) \delta(x - d - L/2),$$

$d$  — величина зазора между антенной и пленкой. Уравнение для  $j(z)$  получим, используя электродинамическое граничное условие на поверхности идеального металла для нормальной компоненты переменного магнитного поля.

Полное переменное магнитное поле на поверхности антенны может быть представлено в виде суперпозиции поля ее электрического тока  $\mathbf{h}^I$  и поля возбуждаемых спиновых волн  $\mathbf{h}^m$ . Нормальная компонента магнитного поля электрического тока на поверхности антенны имеет вид (см. [10, § 2.7])

$$h_x^I(x, z) = \frac{1}{4} \int_{-w/2}^{w/2} j(z') k_0 H_1^{(2)}[k_0(z - z')] dz', \quad (1)$$

где  $H_1^{(2)}$  — функция Ханкеля второго рода,  $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon \mu_0}$ ,  $\omega$  — частота возбуждения. Используя магнитостатическое приближение, выражение (1) перепишем в виде

$$h_x^I(x, z) = \frac{i}{2\pi} \int_{-w/2}^{w/2} j(z') \frac{dz'}{z - z'}. \quad (2)$$

Нормальную компоненту поля, создаваемого возбуждаемыми спиновыми волнами, запишем, используя результаты [9], в форме

$$h_x^m(x, z) = \int_{-L/2}^{L/2} G^{xz}(x, x') m_x(x', z) dx', \quad (3)$$

причем

$$m_x(x', z) = m_x^+(x', z) + m_x^-(x', z),$$

$G^{xz}$  — компонента тензорной функции Грина;  $m^+(x', z)$ ,  $m^-(x', z)$  — переменные намагнитченности, создаваемые волнами, распространяющимися от антенны соответственно в положительном и отрицательном направлениях оси  $z$ , и равные

$$m_z^\pm(x', z) = \pm i \sum_n^{\text{max}} \exp(\mp i k_{zn} z) \Phi_n(x') \frac{[\omega_M \Omega_n^-]}{2\omega V_{gn}} D_n j_K\left(\frac{k_{zn} w}{2}\right). \quad (4)$$

Как показано в [7, 9], величина  $n_{\text{max}}$  определяется числом нормальных волн, существующих на частоте возбуждения  $\omega$ ;  $k_{zn}$  — волновое число волны  $n$ -го типа;  $V_{gn}$  — групповая скорость спиновых волн, вычисляемая на основе дипольно-обменного спектра;  $\Omega_n = \omega_H + \omega_M \alpha k_n^2$ ;  $\alpha$  — константа неоднородного обменного взаимодействия;  $k_n^2 = k_{zn}^2 + \kappa_n^2$ ;  $\kappa_n = \pi n/L$ ,

$$D_n = Y_n (k_{zn} L)^{-1} [(-1)^n - \exp(-k_{zn} L)] \exp(-k_{zn} d),$$

где  $Y_n = (k_{zn}/k_n)^2 (1 + \delta_{0n})^{-1/2}$  для свободных или  $Y_n = -\kappa_n k_{zn}/k_n^2$  для закрепленных поверхностных спинов. Входящий в (4) Фурье-образ поверхностной плотности тока  $j_K(k_{zn} w/2)$  определяется как

$$I^{-1} \int_{-w/2}^{w/2} j(z) \exp(i k_{zn} z) dz.$$

Подставляя (4) в (3) и интегрируя по толщине пленки, а затем используя граничное условие на поверхности идеального металла, приходим к интегральному уравнению

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 j(z') \frac{dz'}{z' - z} - \pi \sum_n^{\text{max}} \lambda_n \sin \ell_n z \int_{-1}^1 j(z') \exp(i \ell_n z') dz' = 0, \quad (5)$$

где введены обозначения

$$z = \frac{2z}{w}, \quad \ell_n = \frac{k_{zn} w}{2}, \quad \lambda_n = \frac{\omega_M \Omega_n \ell_n L}{2\pi \omega V_{gn}} D_n^2.$$

Уравнение (5) представляет собой сингулярное интегральное уравнение для плотности поверхностного тока в полосковой антенне. Сумма, входящая в (5), описывает перераспределение тока в процессе «излучения» спиновых волн.

## 2. Решение сингулярного интегрального уравнения

На первом этапе решения интегрального уравнения выполним процедуру обращения интеграла типа Коши [11, гл. 4, § 86] и избавимся от сингулярности. Тогда (5) примет вид

$$j(z) = \frac{\Pi}{\sqrt{1-z^2}} \left[ C + \sum_n^{\text{max}} \lambda_n F_n(\ell_n, z) \int_{-1}^1 j(z') \exp(i \ell_n z') dz' \right], \quad (6)$$

где

$$F_n(\ell_n, z) = \int_{-1}^1 \frac{\sqrt{1-(z')^2} \sin \ell_n z'}{|z' - z|} dz',$$

$C$  — произвольная постоянная, определяемая из условия на величину полного тока, протекающего через микрополосковую антенну (см. ниже). Интеграл  $F_n(\ell_n, z)$  может быть вычислен на основании интегральной формулы Коши и теоремы о граничных значениях интеграла типа Коши [11, гл. 2, § 15].

Пронормируем полученное интегральное уравнение (6) и избавимся от сингулярности параметра заменой

$$j(z) = C (1 - z^2)^{-1/2} Y(z), \quad z = \sin \tau. \quad (7)$$

Тогда (6) примет вид

$$Y(\tau) = 1 + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} Y(\tau')! \sum_n^{\pi_{\max}} \lambda_n F_n(\ell_n, \tau) \exp(i\ell_n \sin \tau') d\tau'. \quad (8)$$

Теперь, поскольку ядро интегрального уравнения (8) непрерывно при  $-\pi/2 \leq \tau' \leq \pi/2$ , то можно утверждать, что соотношение (8) есть неоднородное интегральное уравнение Фредгольма второго рода с вырожденным ядром. Его решение есть стандартная процедура (см. например, [12]), причем для  $Y(\tau)$  будем иметь

$$Y(\tau) = 1 + \sum_n^{\pi_{\max}} \lambda_n F_n(\ell_n, \tau) c_n. \quad (9)$$

В случае, когда определитель Фредгольма уравнения (8) равен нулю, оно не имеет решений. Этот случай соответствует появлению полюсов у функции, описывающей распределение поверхностного тока  $j(z)$ . Коэффициенты  $c_n$  находятся из условия

$$c_n - \sum_k^{\pi_{\max}} a_{nk} c_k = f_n, \quad (10)$$

причем

$$f_n = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp(i\ell_n \sin \tau) d\tau = \pi J_0(\ell_n),$$

где  $J_0(\ell_n)$  — функция Бесселя нулевого порядка,

$$a_{nk} = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} F_k(\ell_k, \tau) \exp(i\ell_n \sin \tau) d\tau = F_{nk}(\ell_k, \ell_n). \quad (11)$$

Выражение для  $F_{nk}(\ell_k, \ell_n)$  приведено в следующем разделе. Система (10) может быть решена с использованием формул Крамера. Учитывая, что интеграл  $F_{nk}(\ell_k, \ell_n)$  всегда является вещественной величиной,  $c_k = \Delta_k / \Delta$ , где  $\Delta$  — главный определитель системы (10), а  $\Delta_k$  — определитель, составленный из главного заменой элементов  $k$ -го столбца соответствующими свободными членами.

Обратим внимание на важное, на наш взгляд, обстоятельство. Вещественность  $F_n(\ell_n, \tau)$  в случае перпендикулярно намагниченной ФП, связанная с симметрией излучения антенны, приводит к отсутствию мнимой части у функции  $Y(\tau)$  и, следовательно, у тока  $j(z)$ . Переходя к прежней переменной заменой  $\tau = \arcsin z$ , решение уравнения (9) запишем в виде

$$j(z) = \frac{C}{\sqrt{1-z^2}} \left[ 1 + \sum_n^{\pi_{\max}} \lambda_n F_n(\ell_n, z) \frac{\Delta_n}{\Delta} \right]. \quad (12)$$

Входящая в (12) постоянная  $C$  находится из условия на величину полного тока, протекающего в антенне  $\int_{-1}^1 j(z) dz = 2I/w$  [4-6]. Можно показать, что интеграл по ширине антенны от суммы в (12) равен нулю. Тогда постоянная  $C$  при любой длине возбуждаемой спиновой волны равна  $2I/\pi w$ .

Непосредственной подстановкой можно убедиться, что (12) является решением исходного сингулярного интегрального уравнения (5). Сумма в квадратных скобках решения (12) описывает изменение распределения  $j(z)$  в антенне полем возбуждаемых спиновых волн. В пределе при  $k_{zn} \rightarrow 0$  эта сумма стремится к нулю и (12) переходит в хорошо известное выражение для распределения поверхностного тока по полоске бесконечно тонкого идеального металла  $j(z) = (2I/\pi w)[1-z^2]^{-1/2}$ .

### 3. Сопро­тив­ле­ние из­лу­че­нию микро­полос­ко­вых ан­тенн спи­но­вых волн

Для рас­че­та со­про­тив­ле­ния из­лу­че­ния воспользуемся ре­зуль­та­та­ми ра­боты [7], где для слу­чая перпендикулярно намаг­ни­чен­ной пленки по­лу­че­но

$$R = \frac{\omega M^2 t_0}{4} \sum_{n'}^{n_{\max}} j_K^2(k_{zn'} w/2) \frac{\Omega_{n'} L}{V_{gn'}} D_{n'}^2. \quad (13)$$

Необ­хо­ди­мый для рас­че­та  $R$  Фу­рье-об­раз по­верх­ност­ной плот­но­сти то­ка опре­де­лим, ис­поль­зуя ре­ше­ние ин­те­граль­но­го урав­не­ния в ви­де (12). Вы­чис­ляя Фу­рье-об­раз (12), по­лу­чим

$$j_K(k_{n'}) = J_0(k_{n'}) + \sum_n^{n_{\max}} \lambda_n F_{n'n}(k_n, k_{n'}) \frac{\lambda_n}{\Delta}, \quad (14)$$

где

$$F_{n'n}(k_n, k_{n'}) = \pi^2 \sum_{q=0}^{\infty} (-1)^q \frac{k_n^{2q+1}}{(2q+1)} \left( \sum_{k=0}^q \frac{(2q-2k-1)!!}{(2q+2k+2)!!} \times \right. \\ \left. \times \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \frac{k_n^{2l} (2k+2l-1)!!}{(2l)!(2k+2l)!!} - \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \frac{k_n^{2l} (2q+2l+1)!!}{(2l)!(2q+2l+2)!!} \right).$$

Как сле­ду­ет из (14), в тех слу­чаях, ко­гда сум­мой, опре­де­ляю­щей из­ме­не­ние  $j_K$  за счет из­лу­че­ния спи­но­вых волн, мож­но пре­не­бре­чь, Фу­рье-об­раз по­верх­ност­ной плот­но­сти то­ка есть про­сто функ­ция Бесселя нуле­во­го по­ря­дка.

При рас­че­те со­про­тив­ле­ния из­лу­че­ния (13) с ис­поль­зо­ва­нием (14) не­об­хо­ди­мо иметь в ви­ду, что каж­дая воз­буж­да­е­мая волна имеет свой за­кон дис­пер­сии. По­это­му при рас­че­те пар­ци­аль­ных со­про­тив­ле­ний из­лу­че­ния, со­став­ляю­щих сум­му в (13), не­об­хо­ди­мо брать со­от­вет­ст­вую­щие им Фу­рье-об­ра­зы то­ка  $j_K(k_{zn} w/2)$ .

На рис. 1 пред­став­ле­ны ре­зуль­та­ты рас­че­та со­про­тив­ле­ния из­лу­че­ния микро­полос­ко­вых ан­тенн раз­лич­ной ши­рины для пленки с за­кре­плен­ны­ми по­верх­ност­ны­ми спи­на­ми тол­щи­ной 1.2 мкм. Пунк­тир со­от­вет­ст­вует ре­зуль­та­там рас­че­та при вы­бо­ре  $j_K$  в ви­де  $J_0(k_n)$ , т. е. в пре­не­бре­же­нии влия­нием про­цес­са из­лу­че­ния. Сплош­ная ли­ния по­стро­ена на ос­но­ва­нии са­мо­со­гласованного рас­че­та с ис­поль­зо­ва­нием  $j_K$  в ви­де (14).<sup>1</sup> Как ясно из рис. 1, пре­не­бре­же­ние влия­нием про­цес­са из­лу­че­ния на рас­пре­де­ле­ние  $j(z)$  при­во­дит к зна­чи­тель­ной ошиб­ке при рас­че­те  $R(\omega)$  в частотной об­ла­сти, где од­но­вре­мен­но воз­буж­да­ются спи­но­вые вол­ны с но­ме­ра­ми  $n=1, n=3$ . При этом наи­бо­лее силь­ные из­ме­не­ния претер­пе­ва­ет пар­ци­аль­ное со­про­тив­ле­ние из­лу­че­ния вол­ны с  $n=3$ , по­ло­са частот эф­фек­тив­но­го воз­буж­де­ния ко­то­рой при са­мо­со­гласованном рас­че­те рас­ши­ря­ется.

На встав­ках рис. 1, 2 при­ве­де­ны ре­зуль­та­ты рас­че­та  $j(z)$  по (12) в фик­сиро­ван­ных по  $k_{zn}$  точ­ках, ука­зан­ных стрел­ка­ми. При рас­че­те  $j(z)$  учи­ты­ва­лось из­ме­не­ние груп­по­вой ско­ро­сти и вол­но­во­го числа спи­но­вых волн, рас­про­страняю­щих­ся под ме­тал­лом микро­полос­ко­вой ан­тенны [4]. С по­мо­щью по­лу­чен­ных за­ви­си­мо­стей хо­ро­шо просле­жи­ва­ется транс­фор­ма­ция  $j(z)$ , про­ис­хо­дя­щая с ростом вол­но­во­го числа.

Оста­но­вим­ся те­перь на важ­ном, с точки зре­ния прак­ти­че­ско­го при­ло­же­ния, слу­чае фер­ро­маг­нит­ной пленки со сво­бод­ны­ми по­верх­ност­ны­ми спи­на­ми. Как по­ка­зано в ра­боте [7], в плен­ках со сво­бод­ны­ми по­верх­ност­ны­ми спи­на­ми эф­фек­тив­ность воз­буж­де­ния всех выс­ших ти­пов СВ ди­поль­но-об­мен­но­го спек­тра ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) все­ма мала. По­это­му, пре­не­бре­гая их влия­нием на пе­ре­рас­пре­

<sup>1</sup> Пики со­про­тив­ле­ния из­лу­че­ния, свя­зан­ные с воз­буж­де­нием выс­ших ти­пов СВ, рас­счи­таны по фор­му­ле (13) сум­ми­ро­ва­нием пар­ци­аль­ных со­про­тив­ле­ний из­лу­че­ния. За­ме­тим, что учет ги­бри­диза­ции спек­тра (ко­то­рая ре­аль­но имеет место) при­во­дит к сни­же­нию пи­ков об­мен­ных осцил­ляций со­про­тив­ле­ния из­лу­че­ния за счет су­ще­ст­вен­но­го умень­ше­ния вкла­да от СВ низ­ше­го ти­па.

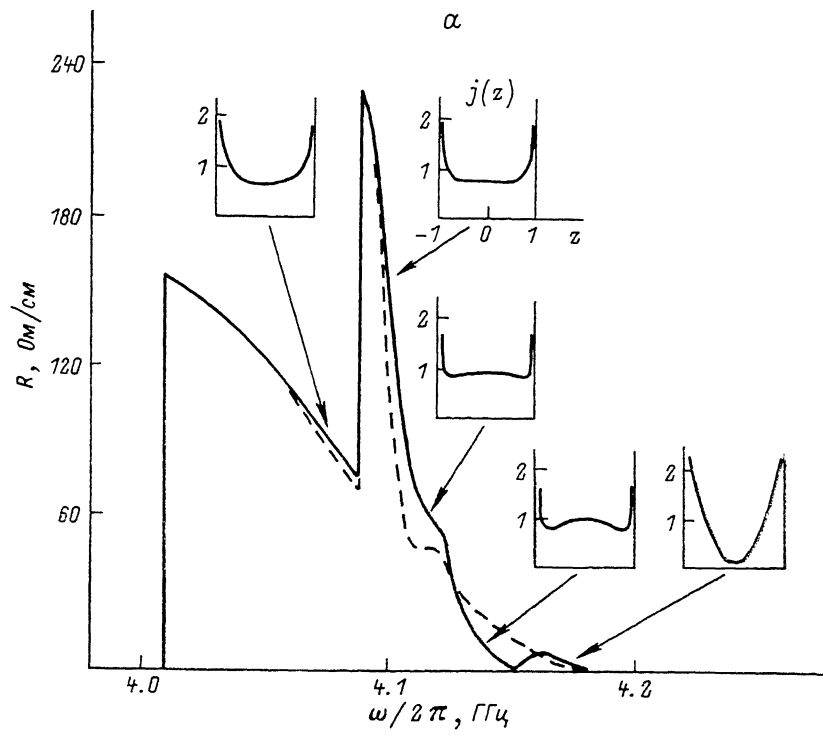


Рис. 1. Сопротивление излучения микрополосковых антенн при возбуждении спиновых волн в ФП с закрепленными поверхностными спинами.  $\omega_H=4$  ГГц,  $L=1.2$  мкм,  $d=0.5$  мкм,  $w=30$  (а) и  $50$  мкм (б).

деление поверхностного тока по сравнению с основной модой ( $n=0$ ), выражение (12) можно записать в виде

$$j(z) = \frac{C}{\sqrt{1-z^2}} \left[ 1 + \pi J_0(\kappa_n) \frac{\lambda_n F_n(\kappa_n, z)}{1 - F_{nu}(\kappa_n, \kappa_n)} \right] \Big|_{n=0}. \quad (15)$$

На рис. 2 сплошной линией приведены результаты самосогласованного расчета сопротивления излучения микрополосковых антенн различной ширины.

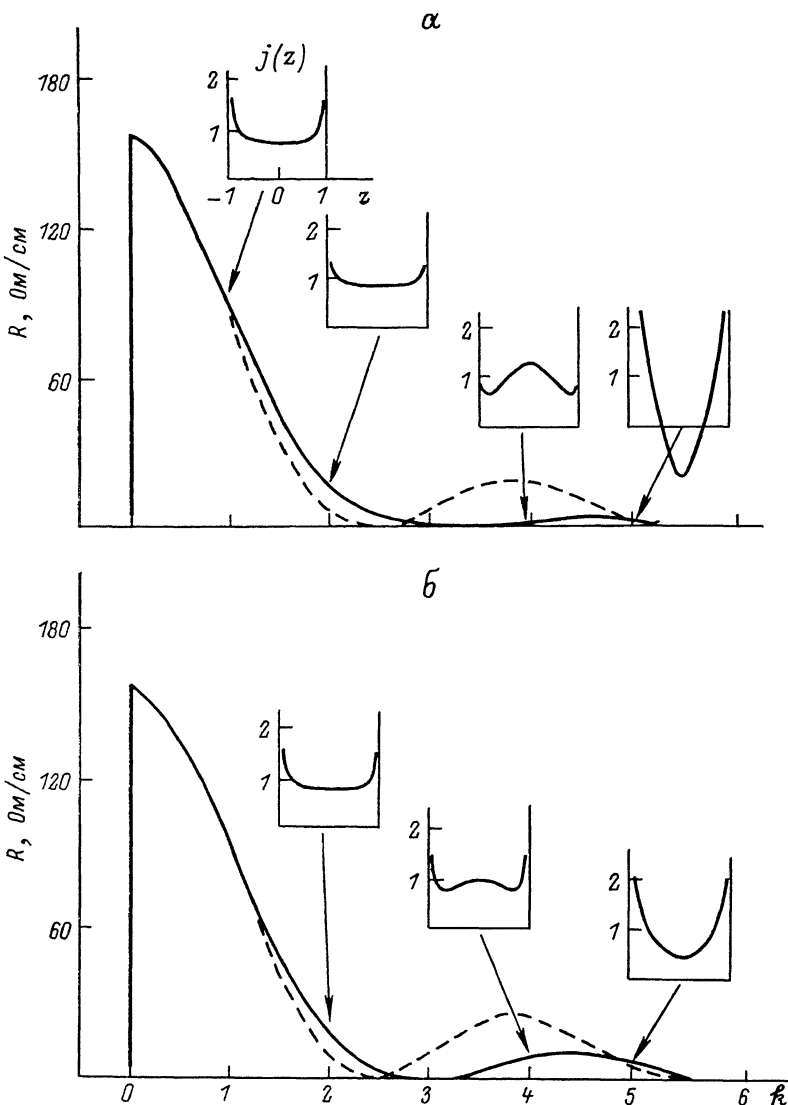


Рис. 2. Сопротивление излучения микрополосковых антенн при возбуждении спиновых волн в ФП со свободными поверхностными спинами.

$\omega_H = 4$  ГГц,  $d = 0.5$  мкм; а —  $w = 50$  мкм,  $L = 25$  мкм; б — 500, 1.

Пунктир соответствует расчету при выборе  $j_K$  в виде  $j_0$ . Как видно из рис. 2, перераспределение тока по ширине антенны за счет возбуждения СВ приводит к подавлению эффективности излучения антенны в области сравнительно больших волновых чисел. Наиболее сильно этот эффект проявляется для сравнительно узких антенн. Последний вывод хорошо согласуется с наблюдаемым в экспериментах поведением сопротивления излучения в коротковолновой области спектра.

В заключение отметим, что, как показывают численные расчеты, при свободных поверхностных спинах влиянием процесса излучения на перераспределение

тока в антенне можно пренебрегать в большей части диапазона частот эффективного возбуждения СВ. Поэтому при практических расчетах сопротивления излучения для пленок со свободными поверхностными спинами допустимо пользоваться Фурье-образом поверхностной плотности тока в виде функции Бесселя нулевого порядка  $J_0(k_z w/2)$  (имеется в виду интервал волновых чисел. ограниченный сверху первым нулем функции Бесселя  $0 \leq k_z w/2 < 2.4$ ; при  $k_z w/2 > 2.4$  можно считать сопротивление излучения равным нулю). В случае пленок с закрепленными поверхностными спинами самосогласованный расчет необходим в частотной области, где одновременно возбуждаются волны, соответствующие двум или более ветвям дипольно-обменного спектра.

### Литература

- [1] *Ванне Г. М.* Обзоры по электронной технике. Серия 1. Электроника СВЧ, 1985, № 8. 80 с.
- [2] *Emtage P. R.* J. Appl. Phys., 1978, v. 49, N 8, p. 4475—4484.
- [3] *Weinberg I. J., Sethares J. C.* IEEE MTT-S, Microwave Symp., 1983, Boston, pt 1, p. 253—255.
- [4] *Бугальтер Г. А., Махалин В. Н.* РИЭ, 1984, т. 29, № 7, с. 1252—1259.
- [5] *Бугальтер Г. А., Махалин В. Н.* ЖТФ, 1985, т. 55, № 3, с. 497—505.
- [6] *Гилинский И. А., Щеглов И. М.* ЖТФ, 1985, т. 55, № 12, с. 2323—2332.
- [7] *Калиникос Б. А.* ЖТФ, 1984, т. 54, № 9, с. 1846—1849.
- [8] *Дмитриев В. Ф., Калиникос Б. А., Ковшиков Н. Г.* ЖТФ, 1985, т. 55, № 10, с. 2051—2054.
- [9] *Калиникос Б. А.* Изв. вузов. Физика, 1981, т. 24, № 8, с. 42—56.
- [10] *Марков Г. Т., Чаплин А. Ф.* Возбуждение электромагнитных волн. М.: Радио и связь, 1983. 296 с.
- [11] *Мухелишвили Н. И.* Сингулярные интегральные уравнения. М.: Наука, 1968. 512 с.
- [12] *Михлин С. Г.* Интегральные уравнения. М.; Л.: ОГИЗ, 1947. 304 с.

Ленинградский электротехнический  
институт им. В. И. Ульянова (Ленина)

Поступило в Редакцию  
24 июня 1986 г.  
В окончательной редакции  
19 ноября 1986 г.