

УДК 532.57+533.70

РЕЛАКСАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ
ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ДЕТОНАЦИОННОЙ ВОЛНЫ
С АЭРОЗОЛЬНЫМ ОБЛАКОМ

С. Э. Хоружников

Обсуждается континуально-кинетическая модель аэрозолей, учитывающая столкновения между диспергированными частицами. Сравнение предлагаемой модели с традиционной континуальной осуществляется на примере задачи о взаимодействии детонационной волны с аэрозольным облаком конечной протяженности. Исследованы процессы тепловой и динамической релаксации между фазами для одно- и двухфракционного состава дисперсных частиц, определены границы применимости континуальной модели для рассмотренных задач.

Исследования релаксационных процессов при взаимодействии детонационной волны с облаком химически инертных твердых частиц проводились в рамках континуальной модели (К-модель) гетерогенных сред (см. [1] и цитированные в ней работы).

В [2] обсуждаются основные предположения К-модели и их последствия, а также предлагается континуально-кинетическая модель (КК-модель) аэрозолей, позволяющая учесть процессы переноса в псевдогазе включений и исключить ряд недостатков К-модели.

Предложенная в [3] модель псевдогаза частиц с учетом неупругого характера столкновений между ними содержит предположение о пренебрежимо малом влиянии несущей фазы на динамику включений.

1. Основные уравнения

В рамках КК-модели несущий газ рассматривается как сплошная среда, а для описания эволюции диспергированных частиц i -го сорта вводится функция распределения по скоростям $f_i(t, r, \mathbf{V}_i)$, изменение которой определяется уравнением [4, 5]

$$D_i f_i = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V}_i \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{G}_i \frac{\partial}{\partial \mathbf{V}_i} \right) f_i = J_{i,g} + \sum_{j=1}^K J_{i,j}, \quad (1)$$

$$i = 1, 2, \dots, K.$$

Здесь K — число фракций, на которое разбивается непрерывное распределение частиц по размерам; $J_{i,j}$ — столкновительный оператор, соответствующий взаимодействию между частицами i -го и j -го сортов (для упругих и гладких сферических частиц справедлива бoльцмановская форма этого оператора); $J_{i,g}$ — столкновительный оператор, соответствующий взаимодействию частицы i -го сорта с несущим газом, для которого справедливо диффузионное приближение

$$J_{i,g} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{V}_i} \left\{ \frac{\partial}{\partial \mathbf{V}_i} (f_i \mathbf{K}_i) - \mathbf{F}_i f_i \right\},$$

где \bar{K}_i и \mathbf{F}_i — тензор коэффициентов диффузии и ускорение i -й частицы, обусловленное взаимодействием с молекулами газа.

Относя все величины, входящие в (1), к их характерным значениям, получим это уравнение в безразмерном виде

$$\varepsilon_i D_i f_i = \beta_i J_{i1} + \sum_{j=1}^K J_{ij}.$$

Здесь параметры ε_i и β_i определяют порядок столкновительных операторов J_{ij} и J_{i1} и равны

$$\varepsilon_i = \frac{\lambda_i}{L}, \quad \beta_i = \frac{\rho}{\rho_i} \frac{U}{U_i} \frac{G_0}{U_i},$$

где λ_i , ρ_i , U_i — длина свободного пробега, плотность псевдогаза, характерная скорость частиц i -го сорта; L , G_0 , ρ , U — характерные значения длины, относительной скорости между фазами, плотность и скорость несущего газа.

Оценка этих параметров на различных стадиях взаимодействия волны с аэрозольным облаком конечной протяженности показывает, что параметр ε_i может изменяться от значений порядка единицы до значений $\ll 1$ по мере сжатия облака, а величина параметра β_i много меньше единицы на начальной и конечной стадиях взаимодействия и $\gg 1$ в зоне существенной неравновесности между фазами по ступенчатым степеням свободы.

В связи с этим разложение метода Чепмена—Энскога не применимо во всей области течения и для решения уравнения (1) необходимо использовать численные методы. Поскольку в настоящее время численное решение точного кинетического уравнения не представляется возможным, в [2] предлагается использовать БГК-модель этого уравнения.

При описании взаимодействия детонационной волны с аэрозольным облаком конечной протяженности ограничимся одномерным приближением и общепринятыми для таких задач предположениями о том, что несущий газ идеальный, а его вязкость и теплопроводность проявляются только при взаимодействии с частицами, обладающими бесконечной теплопроводностью.

Предполагая далее равновесное распределение функций f_i по скоростям, перпендикулярным направлению распространения волны, и проводя по ним осреднение, аналогично [2] получим систему уравнений КК-модели для случая полидисперсных частиц

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u^2) = - \sum_{i=1}^K \mathcal{F}_{\rho i}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \{u(p + E)\} = \sum_{i=1}^K (Q_{if} - q_{gi}), \quad (4)$$

$$\frac{\partial E_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (u_i E_i) = q_{gi}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (V_i f_i) + \frac{\partial}{\partial V_i} (F_{gi} f_i) = - \frac{f_i - f_{i0}}{\tau_i}, \quad (6)$$

$$i = 1, 2, \dots, K$$

с условием нормировки функций распределения и соотношениями для определения макропараметров частиц i -го сорта

$$N_i = \int_{-\infty}^{+\infty} f_i dV_i, \quad \rho_i = N_i M_i, \quad N_i u_i = \int_{-\infty}^{+\infty} V_i f_i dV_i. \quad (7)$$

Здесь

$$F_{gi} = \frac{\pi R_i^2}{2M_i} \rho (u - V_i) |u - V_i| C_D,$$

$$\mathcal{F}_{gi} = N_i M_i \langle F_{gi} \rangle = M_i \int_{-\infty}^{+\infty} F_{gi} f_i dV_i,$$

характеризуют обмен импульсом между фазами,

$$Q_{ij} = -N_i M_i u_i \langle F_{gi} \rangle + M_i \int_{-\infty}^{+\infty} c_i f_i F_{gi} dV_i,$$

$$q_{gi} = 2\pi\lambda R_i (T - \theta_i) N_i Nu$$

характеризуют обмен энергией между фазами,

$$f_{i0} = \frac{N_i}{\sqrt{\pi}} \alpha^{1/2} \exp \{-\alpha (u_i - V_i)^2\}$$

— равновесное распределение для частиц i -го сорта,

$$\alpha = \frac{1}{2 \langle c_i^2 \rangle} = \frac{N_i}{2 \int_{-\infty}^{+\infty} f_i c_i^2 dV_i},$$

$$\tau_i = N_i \sum_{j=1}^K \sigma_{ij} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_i f_j |V_i - V_j| dV_i dV_j$$

— частота столкновений для частиц i -го сорта; ρ , u , p , E , λ , T — плотность, скорость, давление, полная энергия, теплопроводность и температура газа; V_i , u_i , c_i , N_i , M_i , R_i — проекция скорости на ось x , средняя скорость, скорость хаотического движения, концентрация, масса, радиус частиц i -го сорта; C_D и Nu — коэффициент сопротивления и число Нуссельта для сферических частиц [6]; σ_{ij} — сечение столкновения частиц i -го и j -го сортов.

Система уравнений (2)–(7) дополняется уравнениями состояния

$$p = \rho^0 R_g T, \quad E = 0.5 \rho^0 u^2 + p/(\gamma - 1),$$

$$\rho^0 = \rho \left(1 - \sum_{i=1}^K \varphi_i \right), \quad \rho_i = \varphi_i \rho_i^0,$$

$$E_i = \rho_i \int_{\theta_0}^{\theta_i} c_{s,i} d\theta.$$

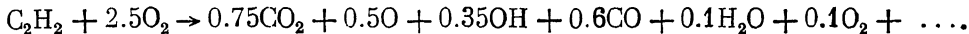
Здесь R_g , γ — удельная газовая постоянная и показатель адиабаты несущего газа; E_i , φ_i , ρ_i^0 , $c_{s,i}$, θ_i — внутренняя энергия, объемная доля, плотность материала, удельная теплоемкость, температура поверхности частиц i -го сорта.

2. Численный метод

Для численного решения поставленной задачи использовалась монотонная консервативная схема, основанная на конечно-разностном операторе Мак-Кормака [7]. Эта схема относится к схемам типа «предикатор—корректор», а монотонность достигается введением нелинейного локального сглаживания, не нарушающего консервативности разностной схемы [8], и локализацией границ раздела чистый газ—аэрозоль аналогично [9]. Детали численного метода обсуждаются в [2].

3. Результаты расчетов

Рассмотрим детонационную волну, распространяющуюся в смеси ацетилена с кислородом, как поверхность разрыва. Равновесные составы горючей смеси и продуктов определяются уравнением [10]



Параметры смеси перед и за волновым фронтом связаны соотношениями Чепмена—Жуге.

Основные особенности, связанные с полидисперсностью диспергированных частиц, можно проследить на примере двухфракционного состава облака.

На рис. 1—3 представлены результаты исследования релаксационных процессов при взаимодействии детонационной волны с облаком частиц окиси магния при $R_1 = 3 \cdot 10^{-5}$ и $R_2 = 2 \cdot 10^{-5}$ м (плотность MgO $\rho_i^0 = 3.6 \cdot 10^3$ кг/м³, зависимость теплоемкости материала частиц от температуры определяется соотношением $c_{s,i} = (1.12 + 0.16\theta_i/\theta_0) \cdot 10^3$ Дж/(кг·град), $\theta_0 = 298.15$ К, температура плавления $\theta_{i,пл} = 3080$ К, $i = 1, 2$). Для сравнения на этих рисунках штрихом приведены результаты, полученные в рамках К-модели. Все переменные здесь отнесены к их характерным значениям

$$x_* = S, \quad u_* = u_{пр}, \quad t_* = \frac{S}{u_{пр}}, \quad T_* = \frac{u_*^2}{R_{г пр}}, \quad \rho_* = \rho_{г о}, \quad \rho_{i*} = \rho_{г о}$$

Здесь $u_{пр}$, $R_{г пр}$ — скорость и удельная газовая постоянная продуктов реакции; $\rho_{г о}$ — плотность горючей смеси; S , $\rho_{г о}$ — протяженность облака и плотность псевдогаза частиц в начальный момент времени.

На рис. 1 изображено распределение плотности псевдогаза частиц вдоль оси x для трех различных моментов времени: $t=0$, $3t_0$, $6t_0$ (начальные значения объемных долей частиц $\varphi_{10} = 10^{-4}$, $\varphi_{20} = 4 \cdot 10^{-4}$, t_0 — время прохождения волной аэрозольного облака). Этот рисунок иллюстрирует разделение однородно перемешанного в начальный момент времени облака частиц на два под действием силового поля, обусловленного скоростной неравномерностью между фазами, каждое из которых содержит частицы одного радиуса.

Следует отметить, что результаты расчетов в рамках К-модели свидетельствуют о развитии «перехлестной» неустойчивости и выполнение вычислений при $t \geq 3t_0$ становится невозможным.

Распределение вдоль оси x скорости несущего газа в момент времени $t = 6t_0$ (кривая 1) и средней скорости частиц обоих сортов для моментов времени $t = 3t_0$, $6t_0$ (кривые 2, 3) представлены на рис. 2. Быстрое выравнивание средней скорости крупных частиц вдоль облака объясняется их дополнительным ускорением в результате столкновений с более быстрыми легкими частицами. К моменту времени $6t_0$ достигается равновесие между фазами по средним скоростям.

Немонотонный характер распределения температуры газовой фазы обусловлен наличием двух конкурирующих процессов: конвективного теплообмена между фазами, определяющего увеличение температуры поверхности частиц за счет поглощенного тепла, и межфазного трения, приводящего к выделению тепла в несущей фазе. Следует отметить, что к моменту времени $6t_0$ температура частиц не достигает температуры плавления (рис. 3).

В ИТПМ СО АН СССР разработана система лазерной диагностики двухфазных течений в детонационных трубах, позволяющая получать надежные результаты по ускорению частиц. На рис. 4 представлено сравнение экспериментальных данных [11] по значениям скорости частиц молибдена, имеющих в опытах некоторое распределение по диаметрам в диапазоне 155 ± 10 мкм, с результатами расчетов в рамках КК-модели с диаметром крупных частиц 165 мкм и мелких 145 мкм. На этом рисунке x — расстояние от среза трубы; заштрихована область, в которую попадают опытные точки; кривые 1, 2 соответствуют расчетным значениям скоростей крупных и мелких частиц в разные моменты времени. Из рис. 4 видно хорошее совпадение расчетных и экспериментальных результатов до вертикальной штриховой линии, за которой на процесс ускорения частиц в опытах начинает оказывать влияние волна разряжения, распро-

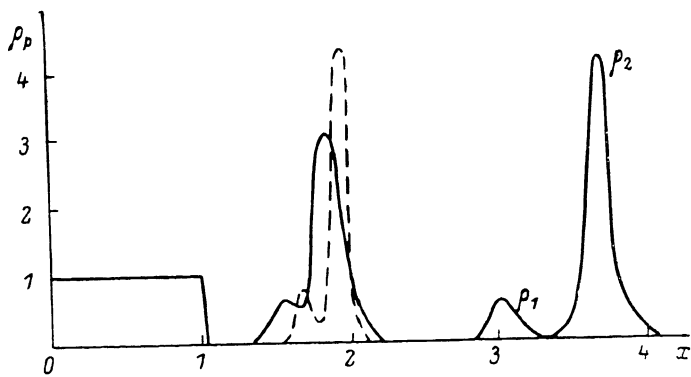


Рис. 1.

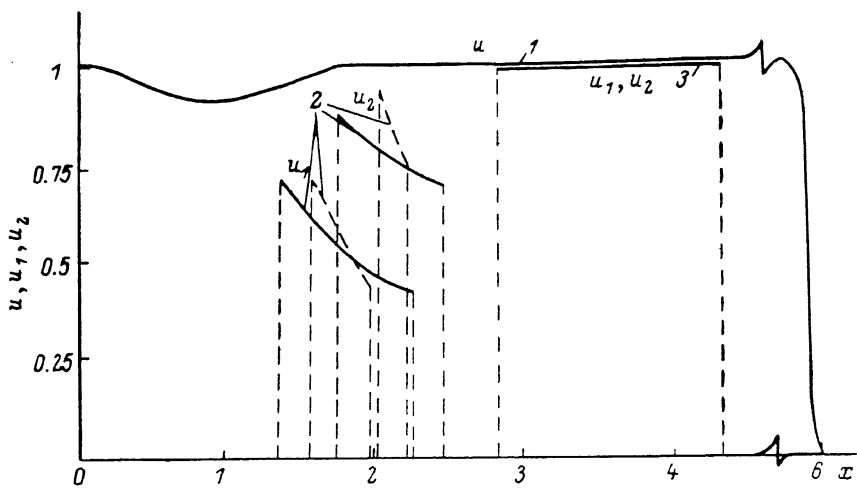


Рис. 2.

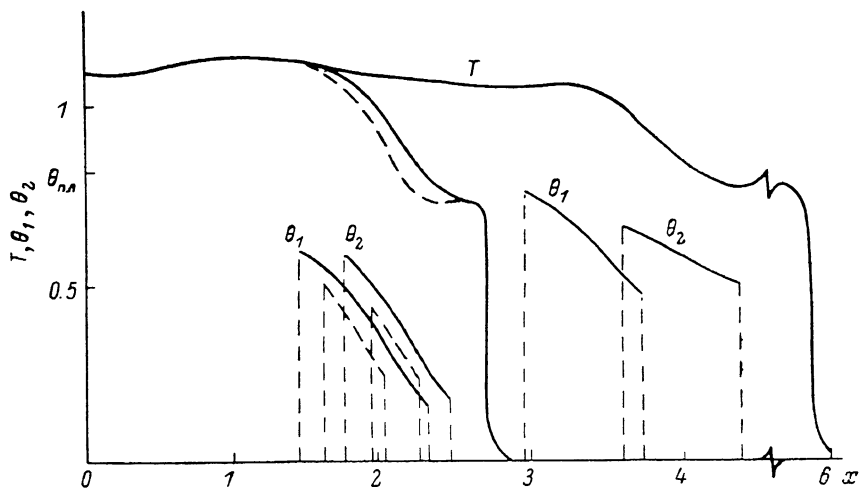


Рис. 3.

страняющаяся внутрь установки после выхода детонационной волны на срез трубы. В расчетах полагалось, что труба имеет бесконечную протяженность.

Сравнение результатов расчетов в рамках К- и КК-моделей с частицами молибдена, имеющими диаметры 165 и 145 мкм ($\rho_0^0 = 10.2 \cdot 10^3$ кг/м³, $c_{s,i} = (235 + 19.5 \theta_i / \theta_0)$ Дж/(кг·град), $\theta_{i,пл} = 2900$ К, $\varphi_{10} = 10^{-5}$, $\varphi_{20} = 5 \cdot 10^{-5}$), показывает, что для данных параметров частицы практически не оказывают влияния на несущий газ, рассматриваемые модели дают близкие результаты, «перехлестная» неустойчивость не развивается, к моменту времени $6t_0$ температура частиц достигает значения $\theta_{i,пл}$ и происходит их плавление.

Анализ проведенных расчетов позволил определить границы применимости К-модели для рассмотренных задач, которая ограничена малыми объемными долями ($\varphi \leq 10^{-4}$) частиц, имеющих диаметры больше 10^{-4} м; в остальных случаях на распределения газодинамических параметров потока заметное влияние оказывают эффекты, учитываемые лишь в КК-модели.

В заключение автор выражает благодарность за помощь и обсуждения результатов А. И. Жмакину, Ю. П. Лунькину, В. Ф. Мымрину и А. А. Шмидту.

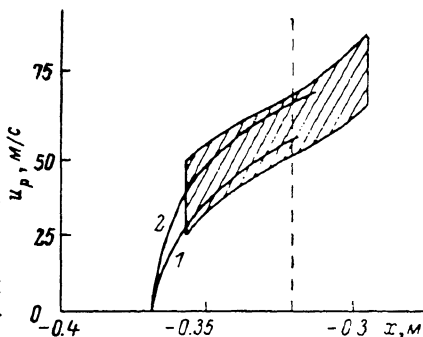


Рис. 4.

Литература

- [1] Ивандаев А. И., Кутушев А. Г., Нигматуллин Р. И. В кн.: Итоги науки и техники. Механика жидкости и газа. М.: ВИНТИ, 1981, т. 16, с. 209—287.
- [2] Мымрин В. Ф., Хоружников С. Э. Препринт № 864 ФТИ им. А. Ф. Иоффе АН СССР. Л., 1983. 35 с.
- [3] Матвеев С. К. Изв. АН СССР. МЖГ, 1983, № 6, с. 12—16.
- [4] Мымрин В. Ф., Хоружников С. Э. ЖТФ, 1981, т. 51, № 11, с. 2412—2414.
- [5] Янков Я. Д. Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 1, с. 128—132.
- [6] Carlson D. J., Hoglund R. F. AIAA J., 1964, v. 2, N 11, p. 1961—1981.
- [7] McCortak R. W. AIAA Paper, 1969, N 69-354. 15 p.
- [8] Жмакин А. И., Фурсенко А. А. ЖВМиМФ, 1980, т. 20, № 4, с. 1021—1031.
- [9] Губайдуллин А. А., Ивандаев А. И., Нигматуллин Р. И. ЖВМиМФ, 1977, т. 17, № 6, с. 1531—1544.
- [10] Миллер С. А. Ацетилен. М.: Химия, 1969, т. 1. 350 с.
- [11] Бойко В. М., Григорьев В. В., Ждан С. А. и др. ФГВ, 1983, т. 19, № 4, с. 133—136.

Ленинградский
институт точной механики и оптики

Поступило в Редакцию
16 мая 1986 г.