

ЛОКАЛИЗАЦИЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ КАРТИНЫ В СПЕКЛ-ФОТОГРАФИИ ПРОДОЛЬНО СМЕЩАЕМЫХ ОБЪЕКТОВ

И. В. Мархвида, Л. В. Танин, И. А. Уткин

Исследованы условия формирования кольцевых спекл-интерферограмм, возникающих при измерении продольного смещения диффузного объекта методом двухимпульсной спекл-фотографии. Определены плоскость наилучшего контраста и область локализации таких интерферограмм. Получены условия, необходимые для их наблюдения, в частности оптимальные размеры апертуры оптической системы. Рассмотрена зависимость размера интерференционных колец от параметров оптической схемы. Приводится сравнение теоретических расчетов с экспериментальными зависимостями.

Как известно, двухэкспозиционная спекл-фотография применяется в основном для измерения поперечных смещений, чувствительность к которым у нее наибольшая [1, 2]. Фурье-преобразование негатива, на котором зарегистрировано изображение объекта, покрытое спеклами, в исходном и смещенном

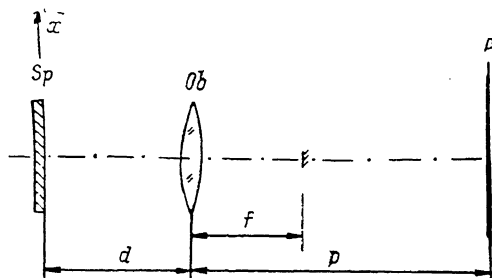


Рис. 1. Оптическая схема наблюдения спекл-интерферограмм.

Sp — спеклограмма; Ob — оптическая система с фокусным расстоянием f и эффективным радиусом q , в фокусе которой расположен малый блокирующий экран; P — плоскость наблюдения, отстоящая от объектива на расстоянии p .

состояниях позволяет получить эквидистантные интерференционные полосы, называемые иногда полосами Юнга, по которым легко вычисляется искомый поперечный сдвиг. Вместе с тем спекл-фотография позволяет определить и продольное перемещение диффузного предмета [3, 4]. Однако как сами спекл-интерферограммы, так и условия их формирования существенно отличаются в этих двух случаях.

В данной работе рассматривается процесс образования интерференционных колец, соответствующих продольному сдвигу объекта. Пусть на фотоматериале Sp линейно зарегистрированы два спекл-поля с распределением интенсивности $I_1(x)$ и $I_2(x)$, а его коэффициент пропускания описывается выражением

$$t = t_0 - t_1 [I_1(x) - I_2(x)], \quad (1)$$

где t_0, t_1 — постоянные; x — двумерный вектор в плоскости Sp. Осветим такую спеклограмму плоской волной u_0 , а за ней на расстоянии d расположим оптическую систему Ob с импульсным откликом $K(x, X; d, p)$, где X — координата в плоскости наблюдения P, p — расстояние от объектива до P (рис. 1).

Часть света $t_0 u_0$, прошедшего спеклограмму без дифракции, можно отфильтровать, располагая в фокусе малый блокирующий экран. Интенсивность волны, дифрагировавшей на спекл-структурах, будет равна

$$I_p(\mathbf{X}) = |u_0|^2 t_1^2 \int \int |I_1(\mathbf{x}) + I_2(\mathbf{x})| [I_1(\mathbf{x}') + I_2(\mathbf{x}')] \times \\ \times K(\mathbf{x}, \mathbf{X}; d, p) K^*(\mathbf{x}', \mathbf{X}; d, p) d^2 \mathbf{x} d^2 \mathbf{x}'. \quad (2)$$

Выражение (2) распадается на три слагаемых, два из которых описывают интенсивность волн, дифрагировавших на стеклах, зарегистрированных соответственно во время первой и второй экспозиций, а третье — их интерференцию. Поскольку $I_1(\mathbf{x})$ и $I_2(\mathbf{x})$ — случайные функции, то и результирующее распределение $I_p(\mathbf{X})$ в плоскости наблюдения будет стохастическим. Для устранения этого шума и выделения интерференционных полос усредним (2) по ансамблю спеклограмм.

Проанализируем последнее слагаемое (2), которое описывает формирование интерференционных полос

$$I(\mathbf{X}) = 2 \operatorname{Re} \int \int \langle I_1(\mathbf{x}) I_2(\mathbf{x}') \rangle K(\mathbf{x}, \mathbf{X}; d, p) K^*(\mathbf{x}', \mathbf{X}; d, p) d^2 \mathbf{x} d^2 \mathbf{x}'. \quad (3)$$

Вид спекл-интерферограммы определяется корреляцией между спекл-структурами $I_1(\mathbf{x})$ и $I_2(\mathbf{x})$ и свойствами оптической системы. Выражения (2), (3) описывают фактически любую спекл-интерферограмму. В рассматриваемом случае объект между экспозициями испытывает продольное смещение, два спеклополя $I_1(\mathbf{x})$ и $I_2(\mathbf{x})$ подобны между собой, но радиально сдвинуты. Общее выражение корреляционной функции $\langle I_1(\mathbf{x}) I_2(\mathbf{x}') \rangle$ приведено в [5]. Однако для формирования спекл-интерферограммы продольного сдвига и выяснения основных условий их наблюдения наиболее существенным является радиальное «разбегание» спеклов. Пренебрегая декорреляцией спеклов и их конечным размером, корреляционную функцию интенсивности можно записать

$$\langle I_1(\mathbf{x}) I_2(\mathbf{x}') \rangle = \langle I \rangle^2 \delta(\mathbf{x} - \alpha \mathbf{x}'), \quad (4)$$

где α — коэффициент, описывающий радиальное расширение спекл-картины, величина которого в реальных условиях близка к единице и определяется продольным сдвигом объекта; $\langle I \rangle$ — среднее значение освещенности фотоматериала во время экспозиции. Для вычисления (3) положим также, что оптическая система является тонкой линзой с аподизирующей гауссовой диафрагмой. Следует отметить, что результаты вычислений, использующие эту модель, находятся в хорошем согласии с данными экспериментальных исследований спеклополей [6]. Тогда в соответствии, например, с [7]

$$K(\mathbf{x}, \mathbf{X}, d, p) = \exp \left\{ i \frac{k}{2d} (|\mathbf{x}|^2 + |\mathbf{X}|^2 / M) - \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{X}/M|^2}{\frac{4d^2}{k^2 d^2} - i \frac{2d^2}{k} \left(\frac{1}{d} + \frac{1}{p} - \frac{1}{f} \right)} \right\}, \quad (5)$$

где $M = p/d$, $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, q — эффективный радиус линзы. Подставляя (4) и (5) в (3) и вычисляя нормированное распределение интенсивности в плоскости регистрации, можно получить контраст γ интерференционной картины

$$\gamma = \left\{ \frac{a^2 + 1}{4a^2} + \left[\frac{a^4 - 1}{2a} \left(\frac{ka^2}{2d} (1 + \beta^2) - \beta \right) \right]^2 \right\}^{-1/2} \times \\ \times \exp \left\{ - \frac{(x-1)^2 \left[1 + (a+1)^2 (a^2 + 1)^{-1} \frac{ka^2}{d} \left(\frac{ka^2}{2d} (1 + \beta^2) - \beta \right) \right] |\mathbf{X}|^2}{(a^2 + 1) \left[1 + (a^2 - 1)^2 (a^2 + 1)^{-2} \left(\frac{ka^2}{2d} (1 + \beta^2) - \beta \right)^2 \right] a^2 M^2} \right\}, \quad (6)$$

$$a = 2d/kq, \quad \beta = \frac{kq^2}{2} \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{d} - \frac{1}{f} \right) = \frac{\Delta p}{\delta} \frac{p_0}{p},$$

p_0 находится из условия $1/p_0 + 1/d - 1/f = 0$; $\Delta p = p_0 - p$ характеризует положение плоскости наблюдения P ; $\delta = \lambda p_0^2 / \pi q^2$ — глубина резкости Ob в пространстве изображений. Физический смысл a — разрешаемое объективом Ob расстояние в пространстве предметов.

Распределение интенсивности в кольцевой интерференционной картине описывается фазовым множителем в (3)

$$I(X) = I_0 \gamma \operatorname{Re} \times \left\{ \exp \left[i \frac{(\alpha - 1)^2 (\alpha + 1)^2 k |X|^2}{(\alpha^2 + 1)^2 2dM^2} \frac{1 - (\alpha - 1)^2 (\alpha + 1)^2 \beta (\beta - 2d/ka^2)}{1 - (\alpha^2 - 1)^2 (\alpha^2 + 1)^{-2} \left(\frac{ka^2}{2d} (1 + \beta^2) - \beta \right)^2} \right] \right\}, \quad (7)$$

I_0 — нормировочный множитель.

Рассмотрим подробнее контраст интерференционной картины. Нетрудно показать, что максимальное значение γ определяется соотношением

$$\beta ka^2/d - 1 = 0, \quad (8)$$

откуда находим условие для плоскости локализации интерференционных колец

$$p_L = 2df/(2d - f). \quad (9)$$

Таким образом, видно, что плоскость локализации оптически сопряжена с плоскостью, отстоящей от объектива в два раза дальше, чем анализируемая спеклограмма. Результаты экспериментальной проверки соотношения (9) представлены на рис. 2. По оси абсцисс откладывалось расстояние d от спекл-фотографии до объектива, по оси ординат — расстояние p от объектива до плоскости наблюдения колец с максимальным контрастом.

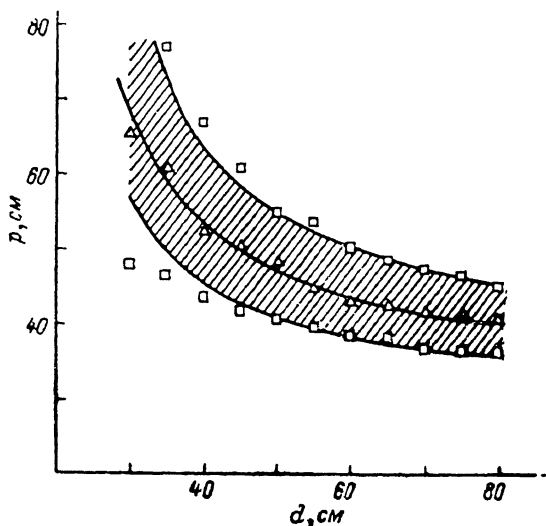


Рис. 2. Зависимость положения плоскости локализации спекл-интерферограммы от расстояния между спеклограммой и объективом.

Сплошная кривая — теория, треугольники — экспериментальные данные. Наблюдаемая область локализации ограничена квадратами, а рассчитанная для контраста $\gamma \geq 0.1$ заштрихована ($f=32$ см, $\alpha=1.033$).

Обозначая β_0 решение уравнения (8), $\Delta\beta = \beta - \beta_0$ и учитывая, что α близко к единице, можно переписать (6) в виде

$$\gamma = \left\{ 1 + (\alpha - 1)^2 \left(\frac{ka^2}{2d} \right)^2 \left[\left(\frac{d}{ka^2} \right)^2 - \Delta\beta^2 \right]^2 \right\}^{-1/2} \times \exp \left\{ - \frac{2(\alpha - 1)^2 |X|^2}{q^2 M^2} \frac{1 + \Delta\beta^2}{1 + (\alpha - 1)^2 \left(\frac{ka^2}{2d} \right)^2 \left[\left(\frac{d}{ka^2} \right)^2 - \Delta\beta^2 \right]^2} \right\}. \quad (10)$$

Анализ (10) показывает, что контраст на периферийных участках интерференционной картины уменьшается. Для наблюдения с хорошим контрастом хотя бы центральных колец необходимо, чтобы множитель перед экспонентой не сильно отличался от единицы, откуда следует, что

$$q^2 < 2\lambda d/(\alpha - 1), \quad (11)$$

при этом было предположено, что $\Delta\beta \ll d/ka^2$ — условие, обычно выполняющееся в реальных схемах. Для получения в плоскости наилучшего контраста $\Delta\beta=0$ всех возможных колец должно выполняться и другое условие

$$(\alpha - 1)L \ll q, \quad (12)$$

где L — размер спеклограммы, а $(\alpha-1)L$ — максимальное расхождение спеклов. Неравенства (11) и (12) позволяют оценить диапазон возможных значений q . Переписывая (10) как функцию от апертуры объектива и определяя максимум γ , можно получить уравнение для определения оптимальной апертуры q_0

$$\left(\frac{\pi}{4\lambda d}\right)^2 q^6 \left[1 + \left(\frac{(\alpha-1)\pi}{4\lambda d}\right) q^4\right]^{1/2} + 2L^2 \left[1 + 3\left(\frac{(\alpha-1)\pi}{4\lambda d}\right)^2 q^4\right] = 0. \quad (13)$$

Для оценки q_0 пренебрежем вторыми слагаемыми в скобках по сравнению с единицей, принимая во внимание условие (11). Тогда

$$q_0 \approx 1.48 (\lambda d L)^{1/3}. \quad (14)$$

Наконец, определим область, в которой будет локализована интерференционная картина. При $\Delta\beta \ll d/ka^2$ контраст γ меняется пропорционально

$$\exp\{-\Delta\beta^2/A\}, \text{ где } A = q^2 [1 + (\alpha-1)^2 d^2 / (2ka^2)^2] / 2(\alpha-1)^2.$$

Приближенно значения p , при которых наблюдаются кольца с контрастом, превышающим заданное значение γ_0 , с учетом (11) и (12) находится из условия

$$\left| \frac{1}{p} - \frac{1}{p_0} \right| \frac{\sqrt{-2 \ln \gamma_0}}{(\alpha-1) k q L}. \quad (15)$$

Расчитанная по (15) область локализации для $\gamma_0 = 0.1$ на рис. 2 заштрихована.

Обратимся к уравнению (7), описывающему непосредственно сами интерференционные полосы. Условия формирования n -го кольца

$$\frac{(\alpha-1)^2 k |X|^2}{2dM^2} \frac{1 - \frac{(\alpha-1)^2}{4} \beta \left(\beta - \frac{2d}{a^2}\right)}{1 - (\alpha-1)^2 \left[\frac{ka^2}{2d} (1 + \beta^2) - \beta\right]^2} = \begin{cases} 2n\pi & \text{для светлого,} \\ (2n+1)\pi & \text{для темного} \end{cases} \quad (16)$$

или, записывая через $\Delta\beta$,

$$\frac{k(\alpha-1)^2 |X|^2}{2dM^2} \frac{1 + \frac{(\alpha-1)^2}{4} \left[\left(\frac{d}{ka^2}\right)^2 - \Delta\beta^2\right]}{1 + \frac{(\alpha-1)^2}{4} \left(\frac{ka^2}{d}\right)^2 \left[\left(\frac{d}{ka^2}\right)^2 - \Delta\beta^2\right]^2} = \begin{cases} 2n\pi & \text{для светлого,} \\ (2n+1)\pi & \text{для темного.} \end{cases} \quad (17)$$

В плоскости локализации радиус n -го светлого кольца равен

$$X_n = M \sqrt{dn/(\alpha-1)}. \quad (18)$$

Расстояние между кольцами T_n из (17)

$$T_n = X_{n+1} - X_n = \frac{2M^2 d \lambda}{\langle X \rangle (\alpha-1)}, \quad (19)$$

где $\langle X \rangle = (X_{n+1} + X_n)/2$. Характеристики интерференционной картины (18) и (19) совпадают с результатами, приведенными в [1, 3]. Заметим также, что параметр $\sigma-1$, входящий в (18) и (19), определяется сдвигом объекта между экспозициями, и измеряя радиусы колец, можно вычислить искомое смещение.

Выводы

В работе теоретически рассмотрены и экспериментально проверены условия формирования кольцевых спекл-интерферограмм, соответствующих продольному сдвигу диффузного объекта при помощи линзовой системы. Найдены плоскость наилучшего контраста и область локализации интерферограмм. Получена зависимость контраста от апертуры оптической системы и найдены оптимальные радиусы диафрагмы. Исследовано также изменение параметров интерференционной картины по мере удаления плоскости наблюдения от плоскости максимального контраста. Отметим также, что исследованные линзовые системы для полу-

чения спекл-интерферограмм продольного сдвига имеют значительные преимущества по сравнению с безлинзовыми [8] прежде всего в светосиле и возможности управлять размерами интерференционной картины. Подобный анализ поможет, по-видимому, оптимизировать и более совершенные схемы с кольцевыми апертурами [1]. Полученные результаты могут быть использованы также для исследования радиально расширяющихся сферических и цилиндрических объектов, в том числе биологического происхождения, например мышц, нервных стволов, сосудов и т. п., а также для определения степени шероховатости поверхности [9]. Хотя за рамками статьи остались пока вопросы чувствительности метода, полученные результаты могут помочь становлению спекл-фотографии продольного сдвига как бесконтактного метода, используемого в метрологии и неразрушающем контроле наряду с другими методами голографической и спекл-интерферометрии.

Литература

- [1] *Клименко И. С.* Голография сфокусированных изображений и спекл-интерферометрия. М.: Наука, 1985. 222 с.
- [2] *Джоунс Р., Уайкс К.* Голографическая спекл-интерферометрия. М.: Мир, 1986. 327 с.
- [3] *Archbold E., Ennos A. E.* Opt. Acta, 1972, v. 19, N 4, p. 253—271.
- [4] *Клименко И. С., Рябухо В. П.* ЖТФ, 1982, т. 52, № 5, с. 896—900.
- [5] *Markhvida I. V., Tanin L. V.* Optik, 1986, v. 72, N 4, p. 168—170.
- [6] *Ohtsubo J.* Opt. Commun., 1980, v. 34, N 2, p. 147—152.
- [7] *Ohtsubo J.* Optik, 1980, v. 57, N 2, p. 183—189.
- [8] *Франсон М.* Оптика спеклов. М.: Мир, 1980. 171 с.
- [9] *Iwai T., Asakura T., Takai N.* Jpn. J. Appl. Phys., 1983, Pt 1, v. 22, N 12, p. 1860—1865.

Институт физики АН БССР
Минск

Поступило в Редакцию
15 декабря 1986 г.