1988 ЖУРНАЛ ТЕХНИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ Том 58, в. 1
1988 JOURNAL OF TECHNICAL PHYSICS Vol. 58, № 1

УДК 539.186.2

РАССЕЯНИЕ, РАСПАД И ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПОЗИТРОНИЯ НА АТОМАХ МАЛОГО РАДИУСА

М. Я. Амусья, А. С. Балтенков

В приближении потенциалов нулевого радиуса рассчитаны сечения процессов упругого рассеяния медленных атомов позитрония, распада при столкновении метастабильного $2\,^3S_1$-состояния Ps, развала и тормозного излучения позитрония при рассеянии на атомах инертных газов.

1. Замедление позитронов в газообразных средах сопровождается интенсивно протекающими процессами образования атомов позитрония [1]. Согласно оценкам, приведенным в [2], примерно треть всех позитронов, попадающих в газ, образует атомы позитрония, причем вероятность нахождения Ps в среде в возбужденном состоянии довольно велика [3-7]. В связи с этим представляют интерес расчеты сечений элементарных процессов столкновений медленных атомов позитрония (в основном в возбужденных состояниях) с атомами инертных газов, поскольку этими сечениями определяется кинетика замедления и аннигиляции Ps в атмосфере благородных газов, в которых обычно осуществляется поиск возбужденных состояний позитрония.

В настоящей работе в рамках модели потенциалов нулевого радиуса рассчитываются сечения следующих процессов: упругого рассеяния Ps, разрушения при столкновении метастабильного $2\,^3S_1$-состояния, распада позитрония и его тормозного излучения при столкновениях с атомами малого радиуса. Аналогичное приближение использовалось в работе [8] для расчета сечения возбуждения Ps при энергиях столкновения порядка нескольких десятков электрон-вольт. Нами рассматривается иной энергетический диапазон, а именно кинетические энергии от долей до нескольких эВ. В этом случае переходы между внутренними состояниями позитрония обусловлены изменением энергии его поступательного движения, а сечения процессов определяются длинами рассеяния электронов и позитронов на атомах.

Уравнение Шредингера, описывающее рассеяние Ps на бесконечно тяжелом атоме малого радиуса, помещенном в начало координат, имеет вид [9] (используется атомная система единиц)

$$\left(-\frac{1}{2}\Delta_1-\frac{1}{2}\Delta_2-\frac{1}{|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2|}-E\right)\psi_E(\mathbf{r},\ \mathbf{R})=$$
$$=2\pi\Big[f_1\delta(\mathbf{r}_1)\frac{\partial}{\partial r_1}(r_1\psi_E)\underset{r_1\to 0}{}+f_2\delta(\mathbf{r}_2)\frac{\partial}{\partial r_2}(r_2\psi_E)\Big]. \tag{1}$$

Здесь $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$ — радиус-векторы соответственно электрона и позитрона; f_1, f_2 — амплитуды рассеяния этих частиц на атоме. Переходя к координатам центра инерции $\mathbf{R}=(\mathbf{r}_1+\mathbf{r}_2)/2$ и взаимного расстояния в Ps $\mathbf{r}=\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2$, запишем уравнение (1) следующим образом:

$$\left(-\frac{1}{4}\Delta_R-\Delta_r-\frac{1}{r}-E\right)\psi_E(\mathbf{r},\ \mathbf{R})=\hat{U}(\mathbf{r},\ \mathbf{R})\,\psi_E(\mathbf{r},\ \mathbf{R}), \tag{2}$$

где $\hat{U}(\mathbf{r}, \mathbf{R})$ — оператор потенциальной энергии взаимодействия с атомом нулевого радиуса, стоящий в правой части уравнения (1).

Общее решение уравнения Шредингера (2) представим в виде

$$\psi_E(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \Phi_i(\mathbf{r}, \mathbf{R}) + \sum \varphi_n(\mathbf{r})\, a_n(\mathbf{R}) \tag{3}$$

разложения по полному набору собственных функций атома Ps — $\varphi_n(\mathbf{r})$, удовлетворяющих уравнению

$$\left(-\Delta_r - \frac{1}{r} - \varepsilon_n\right)\varphi_n(\mathbf{r}) = 0. \tag{4}$$

Решение однородного уравнения (2) — $\Phi_i(\mathbf{r}, \mathbf{R})$, описывающее начальное состояние рассеивающегося позитрония, определяется выражением

$$\Phi_i(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = e^{i\mathbf{k}_i\mathbf{R}}\varphi_i(\mathbf{r}), \tag{5}$$

в котором $\mathbf{k}_i$ — импульс Ps как целого, $k_i^2/4+\varepsilon_i=E$.

Подставляя (3) в (2) и пользуясь обычным образом ортонормированностью функций $\eta_n(\mathbf{r})$, получим уравнение для коэффициентов $a_n(\mathbf{R})$

$$-\frac{1}{4}(\Delta_R + k_n^2)\, a_n(\mathbf{R}) = \int \varphi_n^*(\mathbf{r})\,\hat{U}(\mathbf{r}, \mathbf{R})\,\psi_E(\mathbf{r}, \mathbf{R})\, d\mathbf{r} = V_n(\mathbf{R}). \tag{6}$$

Это уравнение определяет движение центра инерции Ps в состоянии $\varphi_n(\mathbf{r})$. Его решение, имеющее вид расходящихся сферических волн, записывается с помощью функции Грина свободного движения. Общее решение уравнения (2) имеет вид

$$\psi_E(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = e^{i\mathbf{k}_i\mathbf{R}}\varphi_i(\mathbf{r}) + \frac{1}{\pi}\sum \varphi_n(\mathbf{r}) \int \frac{e^{ik_n|\mathbf{R}-\mathbf{R}'|}}{|\mathbf{R}-\mathbf{R}'|} V_n(\mathbf{R}')\, d\mathbf{R}'. \tag{7}$$

Амплитуда рассеяния Ps в состоянии $\varphi_n(\mathbf{r})$ определяется выражением

$$A_{in}(\Theta) = \frac{1}{\pi}\int e^{-i\mathbf{k}_n\mathbf{R}} V_n(\mathbf{R})\, d\mathbf{R}, \tag{8}$$

в котором Θ — угол рассеяния. Амплитуда $A_{in}(\Theta)$ рассчитывается в борновском приближении, поэтому «потенциал» $V_n(\mathbf{R})$ в правой части уравнения (6) должен удовлетворять условиям применимости этого приближения при малых скоростях столкновения Ps [10]. Это приводит к следующим ограничениям на импульсы позитрония и его главное квантовое число n

$$k_i \approx k_n \ll 1, \quad 2|f_1 + f_2| \ll n^2. \tag{9}$$

При малых скоростях амплитуды f_1 и f_2 совпадают с длинами рассеяния электронов и позитронов на атоме и, например, в He имеют разные знаки, что облегчает выполнение неравенств. Таким образом, приближение потенциалов малого радиуса может использоваться для расчета сечений рассеяния медленного Ps в возбужденных состояниях и для оценок сечений в основном состоянии.

Согласно (6) и (8), амплитуда рассеяния позитрония в борновском приближении определяется выражением

$$A_{in}(\Theta) = 2\left[f_1 \int e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}}\varphi_i(\mathbf{r})\,\varphi_n^*(\mathbf{r})\, d\mathbf{r} + f_2 \int e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}}\varphi_i(\mathbf{r})\,\varphi_n^*(\mathbf{r})\, d\mathbf{r}\right], \tag{10}$$

где $\mathbf{q}=(\mathbf{k}_i-\mathbf{k}_n)/2$ — переданный при столкновении импульс.

2. Рассмотрим упругое рассеяние Ps. Из формулы (10) получаем для амплитуды рассеяния Ps в i-состоянии

$$A_{ii}(\Theta) = 2\left[f_1 \int e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}}|\varphi_i(\mathbf{r})|^2\, d\mathbf{r} + f_2 \int e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}}|\varphi_i(\mathbf{r})|^2\, d\mathbf{r}\right]. \tag{11}$$

Согласно (9), величина $q \ll 1$, поэтому $A_{ii}(\Theta)=2(f_1+f_2)$, т. е. амплитуда упругого рассеяния Ps в два раза больше суммы амплитуд рассеяния свободных частиц — электрона и позитрона. Дифференциальное сечение рассеяния Ps изотропно и не зависит от того, в каком состоянии он находится, а полное сечение равно

$$\sigma_{ii} = 16\pi \, |f_1 + f_2|^2. \tag{12}$$

Вычислим по этой формуле сечение рассеяния Ps на атомах гелия. Согласно результатам работ [11, 12], длины рассеяния электронов и позитронов на атомах He равны $f_1 \approx 1.48$, $f_2 \approx -0.43$ и $\sigma_{ii} \approx 17.7 \; \pi a_2^0$ (a_0 — боровский радиус), что совпадает с результатом работы [13], в которой рассчитывалось сечение упругого рассеяния на He медленного позитрония в основном состоянии ($\sigma_{00} \approx$ $\approx 17.7 \; \pi a_0^2$).

Рассмотрим движение Ps в плотной среде, состоящей из большого числа рассеивающих центров, например в жидком инертном газе. Межатомное расстояние в этой среде [14] значительно превосходит величину амплитуды рассеяния $A_{ii}(\Theta)$, и поэтому упругое рассеяние на каждом из атомов можно рассматривать в отдельности, не принимая во внимание внутренней структуры Ps. Это позволяет ввести представление об эффективном потенциале взаимодействия Ps со средой [10, 15]. Этот потенциал определяется выражением

$$U_{\text{эфф}} = -\pi \rho A_{ii}(\Theta) = -2\pi\rho \, (f_1 + f_2), \tag{13}$$

в котором ρ — плотность атомов среды. С помощью $U_{\text{эфф}}$ могут быть рассчитаны «оптические» характеристики среды, определяющие в значительной степени поведение термализованных атомов Ps внутри пузырьков жидких инертных газов [16]. Так, в частности, коэффициент отражения позитрония от поверхности среды дается выражением [17]

$$R = \left[\frac{(n^2 - \sin^2\chi)^{1/2} - \cos\chi}{(n^2 - \sin^2\chi)^{1/2} + \cos\chi} \right]^{1/2}, \tag{14}$$

где χ — угол падения пучка Ps, а «показатель преломления» среды $n\,(k_i)$ связан с эффективным потенциалом соотношением

$$n^2(k_i) = 1 - \frac{4U_{\text{эфф}}}{k_i^2} = 1 + \frac{8\pi\rho}{k_i^2}(f_1 + f_2). \tag{15}$$

3. Рассмотрим теперь рассеяние позитрония в возбужденном состоянии. Возбужденное 2^3S_1-состояние является самым долгоживущим состоянием атома Ps. Время его жизни относительно трехквантовой аннигиляции составляет $\tau \approx 1.1 \cdot 10^{-6}$ с [1]. Поиску и исследованию этого состояния посвящен ряд экспериментальных работ [3–5]. Столкновения возбужденного Ps с атомами сопровождаются переходом его в $2P$-состояние, быстро распадающееся с излучением света в основное состояние, что приводит к так называемому «тушению» метастабильного позитрония. Рассчитаем сечение этого процесса. Согласно (10), амплитуда «тушения» имеет вид

$$A_{in}(\Theta) \approx 2i\,(f_2 - f_1) \int (\mathbf{qr})\, \varphi_i(\mathbf{r})\, \varphi_n^*(\mathbf{r})\, d\mathbf{r}, \tag{16}$$

где $\varphi_i(\mathbf{r})$ и $\varphi_n(\mathbf{r})$ волновые функции Ps в $2S$- и $2P$-состояниях. Дифференциальное сечение процесса определяется выражением

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 36 \frac{k_n}{k_i} |f_1 - f_2|^2 (\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_n)^2. \tag{17}$$

Сечение (17), как и должно быть для сечения неупругого процесса рассеяния, при малых скоростях столкновения обратно пропорционально k_i [10]. Расщепление $2S$- и $2P$-состояний долгоживущего ортопозитрония $\sim 10^{-4}$ эВ [18] и существенно меньше $k_i^2 \approx k_n^2$. Поэтому сечение разрушения метастабильного состояния при рассеянии Ps вперед близко к нулю, а при рассеянии в заднюю полусферу максимально. Полное сечение процесса равно

$$\sigma_{in} = 9 \cdot 2^7 \pi \, |f_1 - f_2|^2 \, E_{\text{Ps}}, \tag{18}$$

где $E_{\text{Ps}} = k_i^2/4$ — энергия рассеивающегося позитрония. В случае атомов гелия при $E_{\text{Ps}} \sim 1$ эВ имеем $\sigma_{in} \approx 155 \; \pi a_0^2$. Таким образом, сечение «тушения»

$2S$-состояния при этой энергии почти на порядок больше сечения упругого рассеяния Ps. Оценим максимальную концентрацию атомов n_{He}, при которой метастабильное состояние Ps не разрушается. При этой концентрации время между двумя последовательными столкновениями, приводящими к «тушению», должно быть больше времени жизни Ps в 2^3S_1-состояния. Отсюда следует, что $n_{\mathrm{He}} < [\tau\sigma_{in}k_i/2]^{-1} \sim 1.5\cdot 10^{12}$ см$^{-3}$.

4. Рассчитаем теперь сечение развала позитрония на электрон и позитрон при столкновении с атомом малого радиуса. Для осуществления этого процесса необходимо, чтобы энергия поступательного движения Ps была больше потенциала его ионизации. В случае основного состояния такие энергии находятся на границе применимости используемого приближения. Поэтому проводимый расчет дает порядок величины сечения развала вблизи порога этого процесса. В амплитуде (10) теперь $\varphi_n(\mathbf{r})$ — волновая функция сплошного спектра Ps, а экспонента, содержащая переданный импульс, учитывается точно. Расчет соответствующих интегралов проводится в параболических координатах [10], а сечение развала Ps в основном состоянии вблизи порога определяется выражением

$$\sigma_{in} = \frac{2^{15}\pi}{3\cdot 5^4} e^{-4/5} |f_1 + f_2|^2 (E_{\mathrm{Ps}} - I_{1s})^{5/2} \approx 7.8\pi |f_1 + f_2|^2 (E_{\mathrm{Ps}} - I_{1s})^{5/2}, \tag{19}$$

в котором e — основание натуральных логарифмов, $I_{1s}=6.8$ эВ — потенциал ионизации Ps. Как и должно быть для реакции, идущей с образованием двух заряженных и одной нейтральной частицы [19], сечение процесса пропорционально $E^{5/2}$ (E — превышение энергии системы над порогом реакции). Для Ps в основном состоянии с $E \sim 0.1$ эВ сечение развала при столкновении с атомом гелия

$$\sigma_{in} \approx 2\cdot 10^3 \pi a_0^2. \tag{20}$$

Таким образом, сечение развала на пороге равно нулю, а вблизи него существенно меньше газокинетического. Длина пробега Ps до развала в He при атмосферном давлении порядка нескольких миллиметров, а время между столкновениями, приводящими к развалу, $\sim 10^{-8}$ с. Эта величина приближается к времени жизни ортопозитрония, поэтому процесс развала Ps должен существенно сказываться на отношении скоростей счета числа двух- и трехквантовых аннигиляционных распадов.

5. Рассмотрим тормозное излучение Ps, сталкивающегося с атомом нулевого радиуса. Согласно результатам [20, 21], процессы рассеяния электронейтральных атомных частиц могут сопровождаться излучением фотонов непрерывного спектра, генерируемых деформированными при столкновении атомными оболочками. При этом излучаемая энергия черпается из кинетической энергии сталкивающихся частиц, а их внутренние состояния могут оставаться неизменными. Сечение тормозного излучения быстрых атомов, согласно [20, 21], определяется динамическими поляризуемостями и форм-факторами сталкивающихся частиц. Рассмотрение процесса тормозного излучения позитрония на атомах малого радиуса позволяет, оставаясь в рамках борновского приближения, проанализировать это явление при малых скоростях столкновения.

Сечение тормозного излучения определяется выражением

$$d\sigma_{if} = \frac{\omega^3}{2\pi c^3} |\mathbf{e}\cdot\mathbf{r}_{if}|^2 d\mathbf{k}_f d\Omega, \tag{21}$$

в котором c — скорость света, $\omega = E_i - E_f$ — энергия испускаемого кванта, $d\mathbf{k}_f$ — элемент объема в пространстве импульсов Ps в конечном состоянии, $d\Omega$ — телесный угол вылета тормозного кванта с поляризацией $\mathbf{e}$. Матричный элемент от оператора $\mathbf{r}$ вычисляется с волновыми функциями рассеивающегося Ps (7), асимптотически содержащими в себе плоскую и сферическую волны, причем в $\psi^+_{E_i}$ сферическая волна должна быть расходящейся, а в $\psi^-_{E_f}$ — сходящейся. Эти функции определяются формулой (7), в которой показатель экспоненты под интегралом берется с соответствующим знаком. Волновые функции нормируются: падающая волна на поток атомов Ps, рассеянная на δ-функцию от $\mathbf{k}_f$.

Рассмотрим тормозное излучение Ps в основном состоянии без изменения его внутренней энергии. В этом случае $\omega=(k_i^2-k_f^2)/2$, а $\varphi_i(r)$ в (7) есть волновая функция $1s$-состояния Ps. Вычисление дипольного матричного элемента приводит в случае длинноволновых фотонов ($\omega \ll k_i^2 \sim k_f^2$) к следующему выражению:

$$(\mathbf{e}\mathbf{r}_{if}) \approx 2\pi i (f_1 - f_2)\, \alpha(\omega)\, (\mathbf{q}\mathbf{e}), \tag{22}$$

где $\alpha(\omega)$ — динамическая поляризуемость атома Ps в основном состоянии. При выводе (22) учтено, что переданный импульс $\mathbf{q}$ мал в сравнении с единицей. Согласно (22), дипольный момент при рассеянии Ps на атоме малого радиуса прямо пропорционален q, тогда как в случае кулоновского взаимодействия эта зависимость иная: $r_{if} \sim 1/q$ [20]. Подставляя (22) в (21), интегрируя по всем направлениям вылета кванта и суммируя по его поляризациям, получим следующее выражение для полного сечения тормозного излучения позитрония на атоме малого радиуса:

$$\omega \frac{d\sigma}{d\omega} = \frac{32}{3} \frac{\omega^4}{c^3} \alpha^2(\omega) |f_1 - f_2|^2 E_{\mathrm{Ps}} (2 - \omega/E_{\mathrm{Ps}}) (1 - \omega/E_{\mathrm{Ps}})^{1/2}. \tag{23}$$

Согласно (23), сечение излучения кванта $\omega \sim 5$ эВ позитронием с $E_{\mathrm{Ps}} \sim$ ~ 10 эВ при рассеянии на атоме гелия $\omega (d\sigma/d\omega) \sim 2.4 \cdot 10^{-22}$ см^2, т. е. почти на порядок больше характерных сечений тормозного излучения электронов [18]. При энергиях излучаемого света, близких к энергиям дипольных переходов в атоме Ps, E_{Ps} возрастает на много порядков, поэтому и сечение тормозного излучения (23) при соответствующих частотах имеет особенности.

6. Обсудим в заключение особенности в процессах рассеяния быстрых атомов позитрония на μ-водороде. Радиус орбиты атома H_μ в основном состоянии в 200 раз меньше a_0. Поэтому для всех состояний позитрония, включая основное, эти атомы могут рассматриваться в приближении нулевого радиуса. Для быстрого Ps ($k_i \approx k_n \gg 1$) амплитуды рассеяния электрона и позитрона на H_μ, рассчитанные в первом борновском приближении, равны по абсолютной величине и противоположны по знаку. Следовательно, сечения процессов упругого рассеяния (12) и развала Ps (19), а также любых других процессов, не сопровождающихся изменением четности Ps при рассеянии, равны нулю. В то же время сечения процессов с изменением четности при рассеянии — (18) и (23) — вместо разности $f_1 - f_2$ содержат удвоенную амплитуду одночастичного рассеяния. Отметим, что эта кинематическая особенность рассеяния Ps на атомах обсуждалась в работе [8].

Таким образом, использование приближения потенциалов нулевого радиуса при рассмотрении различных процессов взаимодействия позитрония с атомами инертных газов позволяет связать непосредственно сечения этих процессов с одночастичными амплитудами рассеяния на атомах электронов и позитронов.

Авторы благодарны М. Ю. Кучиеву за многочисленные полезные обсуждения.

Литература

[1] *Гольданский В. И.* Физическая химия позитрона и позитрония. М.: Наука, 1968. 173 с.
[2] *Pond T. A.* Phys. Rev., 1952, v. 85, N. 3, p. 489—489.
[3] *Huges V., Marder S., Wu C.* Phys. Rev., 1955, v. 98, N 6, p. 1840—1848.
[4] *Duxon W., Trainor L.* Phys. Rev., 1955, v. 97, N 2, p. 733—736.
[5] *Ferrell R. A.* Der. Mod. Phys., 1956, v. 28, N 3, p. 308—337.
[6] *Власов Н. А.* Антивещество. М.: Наука, 1966. 180 с.
[7] *Урбанович С. И.* Письма в ЖЭТФ, 1969, т. 9, № 12, с. 683—685.
[8] *Далидчик Ф. И.* ХВЭ, 1976, т. 10, № 3, с. 282—284.
[9] *Демков Ю. Н., Островский В. Н.* Метод потенциалов нулевого радиуса в атомной физике. Л., 1975. 240 с.
[10] *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Квантовая механика. Нерелятивистская теория. М.: ГИФМЛ, 1963. 702 с.
[11] *Петеркоп Р. К.* ЖЭТФ, 1968, т. 54, № 5, с. 1581—1589.
[12] *Amusia M. Va., Cherepkov N. A., Chernysheva L. V., Shopiro S. G.* J. Phys. B, 1976, v. 9, N 17, p. L531—L535.

[13] *Fraser P.* Proc. Phys. Soc., 1962, v. 79, N 510, p. 721—731.
[14] *Киттель Ч.* Введение в физику твердого тела. М.: Наука, 1978. 791 с.
[15] *Юз Д.* Нейтронные исследования на ядерных котлах. М.: ИЛ, 1954. 480 с.
[16] *Храпак А. Г., Якубов И. Т.* УФН, 1979, т. 129, в. 1, с. 45—86.
[17] *Goldberger M. L., Seitz F.* Phys. Rev., 1947, v. 71, N 5, p. 294—310.
[18] *Бете Г., Солпитер Э.* Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами. М.: ГИФМЛ, 1960. 562 с.
[19] *Hart R. W., Gray E. P., Guire W. H.* Phys. Rev. 1957, v. 108, N 6, p. 1512—1522.
[20] *Амусья М. Я., Кучиев М. Ю., Соловьев А. В.* ЖЭТФ, 1985, т. 89, № 5, с. 1512—1521.
[21] *Амусья М. Я., Кучиев М. Ю., Соловьев А. В.* Письма в ЖТФ, 1985, т. 11, № 22, с. 1401—1405.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Поступило в Редакцию
1 декабря 1986 г.