ТЕОРИЯ ПРЫЖКОВОЙ ФОТОПРОВОДИМОСТИ ПРИ ДЛИННОВОЛНОВОМ ВОЗБУЖДЕНИИ

Рузин И. М., Шкловский Б. И.

Построена теория частотной зависимости низкотемпературной прыжковой фотопроводимости, возникающей под действием инфракрасного света в системе с локализованными состояниями (ЛС) вблизи уровня Ферми, например в аморфном полупроводнике. Большинство поглощающих свет близких пар ЛС не дает вклада в фотопроводимость, так как электрон и дырка рекомбинируют, не покидая такой пары. Показано, что фотопроводимость обусловлена лишь редкими поглощающими свет парами, которые обладают цепочками ЛС, позволяющими электрону и дырке разойтись на большое расстояние. Такую пару можно представить себе как фотоэлемент с «проводами», в то время как типичная поглощающая пара проводов лишена.

Во многих неупорядоченных системах, например в аморфном полупроводнике, все состояния вблизи уровня Ферми локализованы, так что при низких температурах T темновая проводимость имеет прыжковый характер. Настоящая работа посвящена фотопроводимости такого полупроводника, возникающей при $T=0$ под действием инфракрасного света с энергией кванта $\hbar\omega \ll \varepsilon_g$, где ε_g — щель подвижности. Такие кванты поглощаются лишь за счет переходов между локализованными состояниями (ЛС) вблизи уровня Ферми (рис. 1), где, за исключением довольно узкой области кулоновской щели, плотность состояний g можно считать постоянной величиной. Аналогичная задача возникает при исследовании прыжковой фотопроводимости в примесной зоне легированного кристаллического полупроводника. Это явление наблюдалось в работе [1].

Нас будет интересовать в основном зависимость статической фотопроводимости от частоты света $\hbar\omega$, т. е. спектр возбуждения фотопроводимости при малых ω. Ранее этот вопрос рассматривался Звягиным [2], который предположил, что при $\omega \to 0$

$$\sigma(\omega) \propto \exp\left[-C\,(T_0/\hbar\omega)^{1/3}\right], \tag{1}$$

где $T_0=\beta/ga^3$ — характерная температура в законе Мотта $\sigma=\sigma_0 \times \exp[-(T_0/T)^{1/4}]$ для темновой проводимости, a — радиус локализации состояний вблизи уровня Ферми, C и β — численные коэффициенты. Далее мы покажем, что в действительности $\sigma(\omega)$ больше (1) и значительно слабее убывает при уменьшении частоты ω:

$$\sigma(\omega) \propto \exp\left[-\frac{1}{6\ln 2}\ln^2\left(\frac{T_0}{\hbar\omega}\right)\right]. \tag{2}$$

Общий подход к вычислению прыжковой фотопроводимости был сформулирован в работах [3, 4], где решалась задача о фотопроводимости аморфного полупроводника при возбуждении электронов из хвоста валентной зоны в хвост зоны проводимости. Далее мы модифицируем теорию [3, 4] для интересующего нас случая длинноволнового возбуждения. Благодаря экспоненциальной зависимости интеграла перекрытия двух ЛС от расстояния между ними

$$I(r)=I_0\exp(-r/a) \tag{3}$$

основная часть возбуждающих квантов поглощается компактными парами ЛС с плечом [5]

$$r_\omega \simeq a \ln \frac{I_0}{\hbar\omega}. \tag{4}$$

Родившиеся рядом электрон (заполненное ЛС выше уровня Ферми) и дырка (пустое ЛС ниже уровня Ферми) после возбуждения начинают релаксировать по энергии, приближаясь к уровню Ферми и удаляясь друг от друга в пространстве. Время прыжка между ЛС вниз по энергии экспоненциально зависит от длины прыжка

$$\tau(r) = \tau_0 \exp(2r/a). \tag{5}$$

Будем считать, что a — наименьшая длина в задаче, так что электрон практически всегда прыгает на ближайшее ЛС. С каждым прыжком электрона концентрация доступных для него пустых ЛС уменьшается, грубо говоря, в 2 раза.

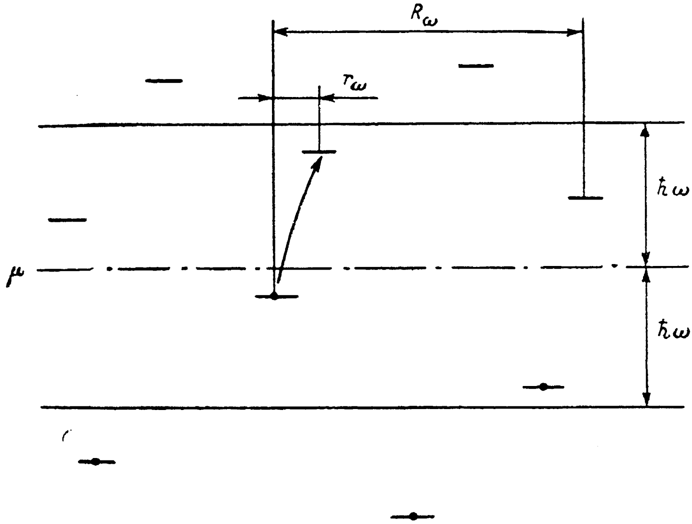

Рис. 1. Типичное окружение компактной пары.

Штрихпунктирная линия — уровень Ферми. Стрелкой показан переход под действием инфракрасного света.

Соответственно в геометрической прогрессии растет длина прыжка. В конце концов электрон оказывается ниже уровня Ферми, т. е. рекомбинирует. При этом у него есть две возможности: либо рекомбинировать со своей дыркой (близнецовая рекомбинация), либо, диффундируя, оторваться от нее и рекомбинировать с другой дыркой (междупарная рекомбинация). Электроны, рекомбинирующие близнецовым способом, не вносят вклада в ток, поскольку весь дипольный момент, созданный за счет влияния электрического поля на процесс релаксации, исчезает при рекомбинации. Таким образом, фотопроводимость определяется электронами, которые рекомбинируют междупарно. Согласно [3, 4], для вычисления σ надо прежде всего найти стационарную концентрацию неравновесных носителей n, которая возникает под действием света, создающего G электронно-дырочных пар в единице объема в 1 с. Это делается с помощью решения уравнения баланса междупарной рекомбинации

$$G\eta(n^{-1/3}) = n/\tau(n^{-1/3}), \tag{6}$$

где $\eta(R)$ — вероятность того, что электрон, не претерпев рекомбинации отойдет на расстояние R от дырки. Найдя n, мы узнаем концентрацию электронов $G\eta(n^{-1/3})$, междупарно рекомбинирующих в единицу времени. Тогда для фотопроводимости получаем

$$\sigma = G\eta(n^{-1/3})\, p_x/E, \tag{7}$$

где p_x — проекция на ось x дипольного момента, набранного электроном в процессе релаксации в электрическом поле E (поле направлено вдоль x) к моменту рекомбинации. Распределение вероятностей каждого шага асимметрично по оси x, поскольку концентрация состояний, доступных для электрона, меняется с x по закону

$$N(x) = N(0) + eExg. \tag{8}$$

Так как при релаксации электрона по энергии длины его шагов растут в геометрической прогрессии, величина суммарного дипольного момента p_x определяется его последним шагом перед междупарной рекомбинацией. На этом шаге $N(0) \sim n$, поэтому для среднего значения координаты x ближайшего ЛС получаем $\bar{x} = {}^1/_3 n^{-1/3} (eEn^{-1/3}) g n^{-1}$, т. е.

$$p_x = {}^1/_3 e^2 E n^{-5/3} g. \tag{9}$$

Подставив (9) в (7), получим

$$\sigma = {}^1/_3 G \eta (n^{-1/3}) e^2 n^{-5/3} g. \tag{10}$$

Видно, что дальнейшее вычисление σ требует конкретизировать выражение для функции $\eta(R)$, описывающей рекомбинацию и диффузию одной изолированной электронно-дырочной пары. Оставшаяся часть работы посвящена этой задаче.

Нас будут интересовать малые интенсивности света G, когда $n \ll g\hbar\omega$, т. е. полоса шириной $\hbar\omega$ вокруг уровня Ферми слабо заселена. Тогда $n^{-1/3} \gg R_\omega$, где

$$R_\omega = (g\hbar\omega)^{-1/3} \tag{11}$$

— среднее расстояние между ЛС указанной полосы. Таким образом, нас интересует $\eta(R)$ при $R \gg R_\omega$. Запишем $\eta(R)$ для таких R в виде

$$\eta(R) = \eta(R_\omega)\, \eta_1(R_\omega, R), \tag{12}$$

где $\eta_1(R_\omega, R)$ — вероятность того, что электрон, находящийся в начальный момент на расстоянии R_ω от своей дырки, уйдет от нее на расстояние $R \gg R_\omega$, не претерпев рекомбинации. Эта вероятность фактически вычислена в работах [3, 4] и равна

$$\eta_1(R_\omega, R) = (R_\omega/R)^\beta, \tag{13}$$

где β — критический индекс. Возникновение степенного поведения (13) связано с тем, что на первом и последующих шагах расстояние от электрона до дырки R и длина следующего возможного прыжка оказываются одного порядка, и благодаря флуктуациям этих длин ни один из этих процессов не доминирует. В рассматриваемой нами задаче радиусы локализации дырки и электрона одинаковы, поэтому обе частицы в среднем вносят одинаковый вклад в их диффузионное расхождение.[1] Для этого случая индекс $\beta \leqslant 0.95$ [3, 4].

Величина $\eta(R_\omega, R)$, таким образом, не вносит экспоненциально малых факторов в (12) и (10). Основной интерес для нас представляет величина $\eta(R_\omega)$, которая описывает вероятность выбраться из компактной пары с плечом r_ω на среднее расстояние R_ω. Ясно, что при малых ω

$$R_\omega \gg r_\omega. \tag{14}$$

Тогда из (5) вытекает, что электрон, родившийся в паре с плечом r_ω, с подавляющей вероятностью рекомбинирует до прыжка на расстояние R_ω. Вероятность того, что он все-таки сделает этот прыжок, есть

$$\eta(R_\omega) \propto \exp\left(-\frac{R_\omega}{a}\right) = \exp\left[-C\left(\frac{T_0}{\hbar\omega}\right)^{1/3}\right]. \tag{15}$$

У электрона имеется и другая возможность оказаться на расстоянии R_ω от дырки. Для этого он должен сразу под действием света родиться в паре с пле-

---

[1] На существование этой симметрии обратил наше внимание И. П. Звягин.

чом R_ω. Главный экспоненциальный множитель вероятности такого события также дается формулой (15). Таким образом, вклад типичных пар с плечом r_ω в $\eta(R_\omega)$ экспоненциально мал. Отсюда, естественно, может возникнуть предположение, что $\sigma(\omega)$ имеет вид (1). Однако это не так, поскольку существует еще одна возможность ухода электрона от дырки.

Как мы сейчас покажем, основной вклад в $\eta(R_\omega)$ дают очень редкие пары ЛС с плечом r_ω, обладающие цепочкой ЛС, по которой электрон, все время опускаясь по энергии, может уйти на расстояние R_ω. Если поглощающую пару представить в виде фотоэлемента, то такие цепочки можно сравнить с проводами, соединяющими фотоэлемент с внешней цепью. Опишем устройство такого «провода», предположив, что он состоит только из ЛС с энергией выше уровня Ферми, так что двигается только электрон, а дырка неподвижна и находится в начале координат. Позже мы обсудим, к чему приводит учет возможного движения дырки.

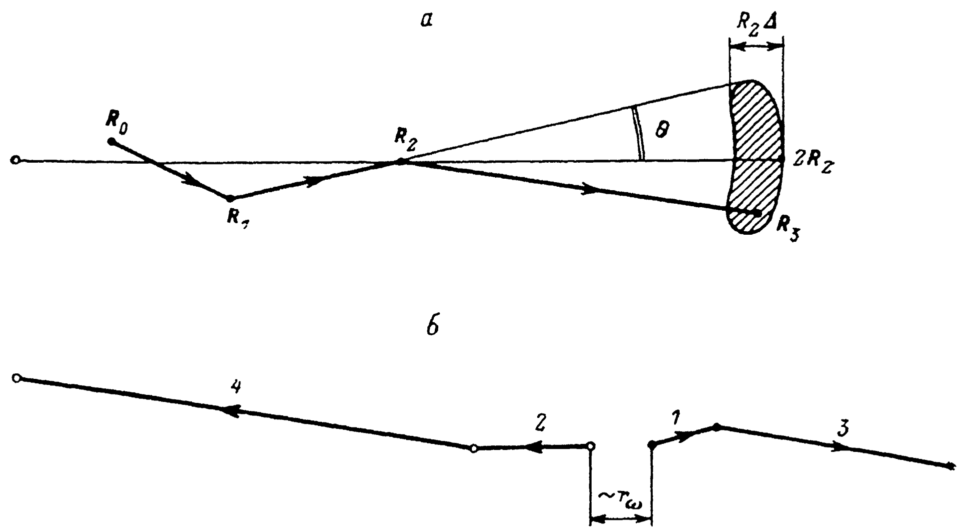

Рис. 2. Цепочки локализованных состояний — «провода».

Черными точками показаны локализованные состояния для электрона (расположенные выше уровня Ферми), светлыми — для дырки. Стрелки указывают направления прыжков частиц. *а* — провод, состоящий только из электронных состояний, *б* — провода из электронных и дырочных состояний. Номера у стрелок показывают последовательность прыжков.

Как уже говорилось, электрон в процессе релаксации всегда прыгает на ближайшее свободное ЛС. Если таковым оказывается дырка, он рекомбинирует. Иными словами, для того чтобы электрон мог дойти до конца провода, не рекомбинируя, для каждого k-го звена, состоящего из двух ЛС с координатами $\mathbf{R}_k$ и $\mathbf{R}_{k+1}$, должно выполняться неравенство

$$|\mathbf{R}_{k+1}-\mathbf{R}_k| < R_k. \tag{16}$$

Это неравенство в свою очередь может реализоваться только в случае, когда $R_{k+1} < 2R_k$. Таким образом, электрон уходит от дырки лишь по тем цепочкам, в которых расстояние от дырки до каждого следующего узла нарастает не слишком быстро, а именно $R_{k+1} < 2R_k$. Вероятности образования различных проводов, отвечающих этому условию, экспоненциально сильно различаются. Основной же вклад в уход электронов будут давать наиболее вероятные провода. Поскольку вероятность образования каждого звена, как мы видели, много меньше единицы, наиболее вероятные провода должны иметь возможно меньшее число звеньев. Идеальным в этом смысле проводом является вытянутая в линию последовательность узлов, представляющая собой точную геометрическую прогрессию со знаменателем 2: $\mathbf{R}_{k+1}=2\mathbf{R}_k$. Однако вероятность реализации провода, в точности совпадающего с идеальным, равна нулю, так как равен нулю соответствующий фазовый объем, поэтому уход электронов будет происходить в основном по проводам, слабо отличающимся от идеального. Это отличие мы будем приближенно характеризовать углом θ и допуском Δ (рис. 2, *a*). Тогда увеличение расстояния на k-м шаге можно описать соотношением

$$R_{k+1}=2(1-\theta^2-\Delta)R_k. \tag{17}$$

Далее мы убедится в том, что основной вклад в $\eta(R)$ дают сильно вытянутые провода с Δ, $\theta \ll 1$. Учитывая то, что $R_0 \sim r_\omega$, из (17) получаем

$$R_k=r_\omega \exp[k(\ln 2-\Delta-\theta^2)]. \tag{18}$$

Полное число звеньев m в проводе длиной R находится из условия $R_m=R$ и равно

$$m=\left(\frac{1}{\ln 2}+\frac{\theta^2+\Delta}{\ln^2 2}\right)\ln\frac{R}{r_\omega}. \tag{19}$$

Вероятность образования k-го звена провода определяется вероятностью $p_k \sim N_k R_k^3 \theta^2\Delta$ найти ЛС в характерном объеме $R_k^3\theta^2\Delta$, где N_k — концентрация доступных для электрона ЛС после k-го прыжка. Концентрация N_k сама является случайной величиной, поскольку убывает на каждом прыжке в случайное число раз: $N_{k+1}=\xi N_k$, где ξ равномерно распределено от нуля до единицы [4]. Таким образом, в среднем концентрация убывает на каждом прыжке в 2 раза. Ясно,, однако, что с точки зрения вероятности образования провода выгодно, чтобы N_k убывало с k медленнее. Этого можно добиться, выбирая каждый раз ЛС с энергией, близкой к энергии предыдущего узла. Потребуем, чтобы каждый раз величина ξ не выходила из заданного интервала $1-q<\xi<1$, где $q \ll 1$. Вероятность каждого такого события порядка q, при этом

$$N_k \sim R_\omega^{-3}(1-q)^k=R_\omega^{-3}\exp(-qk). \tag{20}$$

Тогда для вероятности образования провода из m звеньев w_m получаем

$$w_m=\prod_{k=1}^{m} qp_k=\prod_{k=1}^{m}(q\theta^2\Delta R_k^3 N_k). \tag{21}$$

После подстановки (18) и (20) в выражение (21) произведение по k в (21) легко вычисляется:

$$w_m=\exp\left[-3m\ln\left(\frac{R_\omega}{r_\omega}\right)+\frac{3m^2}{2}\left(\ln 2-\Delta-\theta^2-\frac{q}{3}\right)-m\ln\left(\frac{1}{q\theta^2\Delta}\right)\right]. \tag{22}$$

Искомая вероятность ухода $\eta(R)$ получается оптимизацией вероятности образования провода (22) по m, Δ, θ^2 и q с помощью (19). Максимум (22) достигается при

$$\theta^2 \sim \Delta \sim q \sim \frac{1}{m}, \quad m \simeq \frac{1}{\ln 2}\ln\left(\frac{R}{r_\omega}\right),$$

т. е. величины θ^2, Δ и q, как мы и предполагали, малы. Поскольку сами эти величины определены с точностью до численных коэффициентов, в показателе экспоненты мы должны опустить члены порядка $m \sim \ln(R/r_\omega)$. В результате с экспоненциальной точностью имеем

$$\eta(R) \sim \exp\left[-\frac{3}{\ln 2}\ln\left(\frac{R}{r_\omega}\right)\ln\left(\frac{R_\omega}{r_\omega}\right)+\frac{3}{2\ln 2}\ln^2\left(\frac{R}{r_\omega}\right)\right]. \tag{23}$$

Полученное выражение справедливо при не слишком больших $R \ll \tilde{R}$, когда вероятность образования каждого звена мала: $w_k/w_{k-1} \ll 1$. Характерный масштаб $\tilde{R} \sim r_\omega 2^m$ находится из условия $w_m/w_{m-1} \sim 1$, которое, учитывая экспоненциальную малость w_m, можно представить в виде $d\ln w_m/dm=0$, или $d\ln\eta/d\ln R=0$, откуда $\tilde{R} \sim R_\omega$. Такой результат неудивителен, так как за m прыжков концентрация доступных ЛС падает лишь в $\exp(qm) \sim e$ раз, так что электрон «догоняет» типичное ЛС на расстоянии $R \sim R_\omega$. Подставляя $R=R_\omega$ в (23), для $\eta(R_\omega)$ имеем

$$\eta(R_\omega) \sim \exp\left(-\frac{3}{2\ln 2}\ln^2\frac{R_\omega}{r_\omega}\right), \tag{24}$$

откуда для проводимости $\sigma(\omega) \propto \eta(r_\omega)$ получается формула (2) с $T_0 \sim 1/gr_\omega^3$, слабо зависящей от частоты ω.

До сих пор мы предполагали, что провод представляет собой цепочку ЛС для электрона. В действительности же каждое k-е ЛС может быть либо электронным (тогда оно наращивает цепочку со стороны электрона), либо дырочным (со стороны дырки). При этом в обоих случаях плечо пары по-прежнему увеличивается почти в 2 раза: $R_{k+1} \simeq 2R_k$ (рис. 2, *б*). Поэтому весь проделанный нами расчет остается в силе, следует лишь учесть возможность выбора из двух типов ЛС при образовании очередного звена, умножив вероятность образования цепочки (22) на фактор 2^m. В окончательном ответе, однако, это ничего не изменит, так как точность, с которой получено выражение (24), не позволяет удерживать в показателе экспоненты члены порядка $m \sim \ln(R_\omega/r_\omega)$.

Рассмотрим в заключение, как меняются полученные результаты при учете кулоновской щели в плотности состояний. Как известно [6], кулоновское взаимодействие электронов на ЛС приводит к тому, что по мере приближения к уровню Ферми плотность состояний g убывает по универсальному закону

$$g(\varepsilon) = \alpha\left(\frac{\varkappa}{e^2}\right)^3 \varepsilon^2, \tag{25}$$

где ε — энергия ЛС, отсчитанная от уровня Ферми, α — численный коэффициент, $\varkappa$ — диэлектрическая проницаемость. Характерная ширина щели Δ, в пределах которой реализуется зависимость (25), находится из условия $g(\Delta) \sim g_0$ и равна $\Delta \sim g_0^{1/2}(e^2/\varkappa)^{3/2}$, где g_0 — плотность состояний при больших энергиях, когда эффекты, приводящие к образованию щели, несущественны. Наиболее сильное влияние на фотопроводимость кулоновская щель оказывает в случае, когда ее ширина Δ является наибольшей энергией в задаче, так что $\Delta \geqslant e^2/\varkappa r_\omega \gg \hbar\omega$. Это условие может реализоваться при низких частотах ω в примесной зоне легированного полупроводника.[2]

Пусть в результате поглощения кванта с энергией $\hbar\omega$ произошел электронный переход между состояниями, обладавшими до перехода энергиями $\varepsilon_1 < 0$ и $\varepsilon_2 > 0$ соответственно. После перехода второй уровень должен опуститься до энергии $\varepsilon_2' = \varepsilon_2 - e^2/\varkappa R_0$, где $R_0 \sim r_\omega$ — плечо родившейся пары, откуда

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 - e^2/\varkappa R_0 = \hbar\omega.$$

Таким образом, $\varepsilon_2 \sim e^2/\varkappa R_0 \gg \hbar\omega$. Совершенно аналогично на каждом последующем прыжке из точки $\mathbf{R}_{k-1}$ в точку $\mathbf{R}_k \simeq 2\mathbf{R}_{k-1}$ энергия $k+1$-го ЛС перед прыжком есть $\varepsilon_k \simeq e^2/\varkappa R_k$. Это приводит к тому, что в выражении (20) концентрация ЛС в полосе $\hbar\omega$ при постоянной плотности состояний g_0, равная $R_\omega^{-3} = g_0\hbar\omega$, должна быть заменена на зависящую от R_k величину

$$g\left(\frac{e^2}{\varkappa R_k}\right)\hbar\omega = \frac{1}{R_\omega' R_k^2},$$

где среднее расстояние между ЛС R_ω' определяется теперь как $R_\omega' = e^2/\varkappa\hbar\omega$. В результате мы приходим к выражению вида (24) с R_ω' вместо R_ω и численным коэффициентом $^1/_2 \ln 2$ вместо $^3/_2 \ln 2$. Окончательное выражение для фотопроводимости имеет вид

$$\sigma(\omega) \propto \exp\left[-\frac{1}{2\ln 2}\ln^2\left(\frac{T_0'}{\hbar\omega}\right)\right], \tag{26}$$

где $T_0' = e^2/\varkappa r_\omega$. Как видно из сравнения формул (2) и (26), кулоновские эффекты приводят к значительному уменьшению низкочастотной фотопроводимости.

[2] В этом случае при $Na^3 \sim 1$, где N — концентрация примесей, величины Δ, $e^2/\varkappa r_\omega$ и характерная ширина примесной зоны оказываются порядка боровской энергии. В аморфном полупроводнике, напротив, из-за малости g_0 щель Δ очень узка (0.1 мэВ), $r_\omega \sim 10$ Å, так что приведенное условие не выполняется.

Список литературы

[1] Гершензон Е. М., Ильин В. А., Литвак-Горская Л. Б., Филанович С. Р. // ЖЭТФ. 1979. Т. 76. В. 2. С. 238—250.
[2] Zvyagin I. P. // Phys. St. Sol. 1978. V. B88. N 2. P. 149—157.
[3] Shklovskii B. I., Fritzsche H., Baranovskij S. D. // Phys. Rev. Lett. 1989.
[4] Барановский С. Д., Фрицше Х., Левин Е. И., Рузин И. М., Шкловский Б. И. // ЖЭТФ. 1989. Т. 96. В. 10. С. 1362—1380.
[5] Mott N. F., Davis E. A. Electronic processes in Non-Crystalline Materials. Oxford, 1979. 664 p.
[6] Шкловский Б. И., Эфрос А. Л. Электронные свойства легированных полупроводников. М., 1979. 416 с.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Получена 6.06.1989
Принята к печати 9.06.1989