О ВОЗМОЖНОСТИ ПОЯВЛЕНИЯ ХАОТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ В МОДЕЛИ УЗКОЗОННОГО ПОЛУПРОВОДНИКА В РЕЖИМЕ УДАРНОЙ ИОНИЗАЦИИ

Безручко Б. П., Ерастова Е. Н.

Микроволновое излучение из узкозонных полупроводниковых материалов, впервые обнаруженное в 1964 г. [1], имеет, как правило, непрерывный спектр, характерный для стохастических сигналов. Известно, что причинами стохастизации могут быть как непредсказуемое поведение системы очень большого количества элементов (классические шумы), так и сложное хаотическое поведение сильно нелинейных систем с малым (не менее 1.5) числом степеней свободы. Нелинейная хаотизация процессов в настоящее время обнаружена в целом ряде полупроводниковых систем [2–5]. Относительно большая интенсивность колебаний и наличие критических значений макропараметров (в эксперименте это постоянные ток или напряжение на образце), при которых в InSb возникает микроволновое излучение, позволяют предположить нелинейную природу стохастизации протекающих процессов. Целью работы является исследование возможности появления хаотических решений в простой нелинейной динамической модели InSb.

Исследована модель, описывающая неустойчивость пространственно однородных возмущений плотности неравновесной плазмы n, напряженности электрического поля E и скорости ударной ионизации γ, которая была рассмотрена в приложении к микроволновому излучению из узкозонных полупроводников в [6]. Учитываются процессы квадратичной объемной рекомбинации, лавинной генерации носителей электрическим полем и инерционность разогрева носителей, а также (дополнительно к модели [6]) наличие малого внешнего периодического воздействия, вводимого в качестве добавки в ток цепи. Для безразмерных переменных $\tau = \omega_0 t$, $x=(E-E_0)/E_1$, $y=(n-n_0)/n_0$, $z=(\gamma-\gamma_0)/\gamma_1$ исходная система уравнений имела вид

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A\,[I \sin \Omega\tau - V(x)(1+y) - y], \\ \dot{y} &= B\,(1+y)(z-\beta y), \\ \dot{z} &= C\,[G(x) - z], \end{aligned} \tag{1}$$

где $V(x)=[v_g(E)-v_g(E_0)]/v_g(E_0)$, $G(x)=[\gamma_0(E)-\gamma_0]/\gamma_1$, $\beta=\gamma_0/\gamma_1$, $A=ev_g(E_0)\gamma_0/\varepsilon r\omega_0 E_1$, $B=\gamma_1/\omega_0$, $C=(\omega_0\tau_\gamma)^{-1}$, E_0, n_0, γ_0 — значения в рабочей точке, E_1, γ_1 — произвольные нормировочные коэффициенты соответствующей размерности, ω_0 — частота на пороге возбуждения неустойчивости при $I=0$. Здесь e — заряд электрона, ε — диэлектрическая постоянная, r — коэффициент квадратичной объемной рекомбинации, $v_g(E)$ и $\gamma_0(E)$ — статические зависимости дрейфовой скорости носителей и коэффициента ударной ионизации от электрического поля, а τ_γ — характерное время запаздывания ударной ионизации, обусловленного инерционностью разогрева носителей, I и Ω — безразмерные амплитуда и частота внешнего воздействия. Известный для n-InSb эффект насыщения дрейфовой скорости в сильных электрических полях учитывался аппроксимирующей зависимостью

$$V(x)=\begin{cases} \mu_0 x, & x \geqslant x_2, \\ \mu_0 x - \alpha(x-x_2)^2, & x_1 \leqslant x < x_2, \\ \mu x - a, & x < x_1, \end{cases} \tag{2}$$

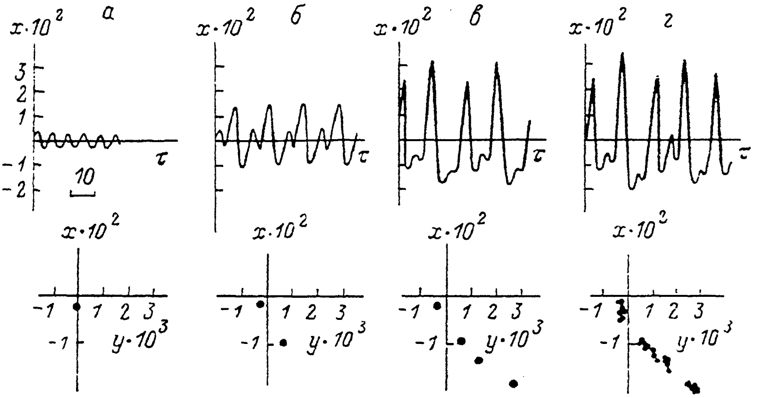
где $\alpha=(\mu-\mu_0)/2(x_2-x_1)$, $a=(\mu-\mu_0)(x_2+x_1)/2$. Конкретные значения x_1, $x_2 < 0$ выбирались таким образом, чтобы вблизи рабочей точки $x=0$ существовал короткий квадратичный участок, связывающий линейные участки с различными наклонами $\mu > \mu_0$. Зависимость коэффициента ударной ионизации для n-InSb [6] аппроксимировалась прямой с малым наклоном ξ в области слабых полей ($x < x_3$) и нарастающим участком параболы в рабочей области:

$$G(x) = \begin{cases} \xi_0 x + bx^2, & x \geqslant x_3, \\ \xi x - bx_3^2, & x < x_3, \end{cases} \tag{3}$$

$x_3 = (\xi - \xi_0)/2b$, ξ_0 — параметр, определяемый из экспериментальной зависимости.

Интегрирование системы (1) проводилось методом Рунге—Кутта 4-го порядка с параметрами, характерными для n-InSb [6]. Анализировались временные реализации, фазовые портреты и мультипликаторы предельных циклов.

Исследование модели в широкой области значений параметров и коэффициентов в аппроксимациях нелинейных функций при $I = 0$ (автономная система) выявило лишь нелинейные колебательные режимы, сходные с приведенными в [6], которые носили регулярный характер. Оценка временных масштабов



Временные зависимости переменной x (вверху) и положения изображающей точки на фазовой плоскости (x, y) в дискретные моменты времени через период воздействия (внизу), полученные для значений параметров системы (1): $A = 143.0$, $B = 0.063$, $C = 0.35$, $\beta = 0.01$, $\mu_0 = 0.0197$, $\mu = 0.25$, $x_1 = -0.0125$, $x_2 = -0.00125$, $\xi_0 = 1.0$, $\xi = 0.013$, $b = 30.0$, $\Omega = 1$.

Значения параметра I: $а$ — $1.4 \cdot 10^{-5}$, $б$ — $2.1 \cdot 10^{-4}$, $в$ — $4.895 \cdot 10^{-4}$, $г$ — $5.3147 \cdot 10^{-4}$.

возникающих колебаний имеет порядок 10^{-10} с, что соответствует данным экспериментов. В случае линейной зависимости дрейфовой скорости от E $[V(x) = \mu_0 x]$ в автономной системе имело место стационарное состояние либо решение неограниченно нарастало, т. е. система переставала быть автоколебательной.

Картина качественно меняется при $I \neq 0$. В области параметров, соответствующих слабому возбуждению автономной системы и частоте внешнего воздействия, отличной от частоты собственных колебаний, наблюдались квазипериодические режимы, а в области синхронизации частоты с увеличением I имела место последовательность колебательных режимов с удваивающимся периодом, заканчивающаяся хаосом. Этот переход показан на рисунке, где приведены соответствующие зависимости от времени переменной x и проекции на плоскость (x, y) положений, изображающей точки на фазовом портрете системы в последовательные моменты времени через период внешнего воздействия (стробоскопическое сечение). Число точек на таком фазовом портрете равно периоду колебаний в системе в единицах периода воздействия, а неповторяющаяся последовательность точек при больших I (рис. 1, $г$) свидетельствует о хаотическом поведении системы. Величина внешнего воздействия, соответствующая стохастизации колебаний, была на 4 порядка меньше постоянного смещения и меньше характерных величин колебательных процессов: $|I/[V(x) \times (1+y)+y]| \approx 10$, т. е. даже сравнительно небольшое периодическое воздействие приводило к усложнению динамики системы в соответствии с типовыми сценариями перехода к хаосу в нелинейных динамических системах. Это указывает на возможность нелинейной хаотизации процессов в системе (1) за счет слабых периодических колебаний, природа которых не учитывается моделью [6], например возбуждения резонансной моды внешней электродинамической системы или самого полупроводникового образца.

Выражаем признательность В. В. Владимирову за консультацию в процессе работы.

Список литературы

[1] Larrabee R. D., Hicinbothem W. A. // Simp. on plasma effects in solids. Paris, 1965. 181 p.
[2] Haller E. E., Teitsworth S. W., Westerwelt R. M. // Phys. Rev. Lett. 1983. V. 51. N 9. P. 825—828.
[3] Held G. A., Jeffries C., Haller E. E. // Phys. Rev. Lett. 1984. V. 52. N 12. P. 1037—1040.
[4] Пирагас К. А. // ФТП. 1983. Т. 17. В. 6. С. 1035—1039.
[5] Бумялене С. Б., Пирагас К. А., Пожела Ю. К., Томашявичюс Л. В. // ФТП. 1986. Т. 20. В. 7. С. 1190—1194.
[6] Владимиров В. В., Горшков В. Н. // ФТП. 1980. Т. 14. В. 3. С. 417—423.

Институт радиотехники и электроники
АН СССР
Москва

Получено 10.11.1988
Принято к печати 15.05.1989

ФТП, том 23, вып. 9, 1989

К ТЕОРИИ ПЛАЗМЕННЫХ ВОЛН В СЛОИСТЫХ СТРУКТУРАХ

Ермолин А. В., Кучма А. Е., Свердлов В. А.

Исследование условий распространения плазменных волн в неоднородных проводящих пленках и поверхностных слоях представляет интерес с точки зрения электронной теории как переходных слоев на границах раздела, так и искусственно создаваемых путем неоднородного легирования систем [1-3]. Изучаются, в частности, вопросы, связанные с возникновением в таких системах новых типов колебаний, обусловленных особенностями их диэлектрических свойств.

В настоящей работе в потенциальном приближении рассматриваются плазменные колебания в системе с неоднородным профилем электронной плотности $n(x)$. В отличие от подхода, принятого в [1, 2], исходным при получении дисперсионного уравнения является интегральное уравнение для возмущения электронной плотности ρ. Для волны вида $\exp(-i\omega t+iky)$ это уравнение имеет вид

$$\rho(x) = -\frac{\varepsilon'(x)}{2\varepsilon(x)} \int dx' \operatorname{sgn}(x-x') \exp(-k|x-x'|)\, \rho(x'), \tag{1}$$

где $\varepsilon(x)$ — локальная диэлектрическая проницаемость,

$$\varepsilon(x) = 1 + \frac{4\pi i}{\omega}\sigma(x).$$

Для проводимости $\sigma(x)$, как и в [1, 2], используется модель Друде

$$\sigma(x) = \frac{i n(x) e^2}{m\omega}.$$

Из (1) следует, что возмущение плотности отлично от нуля только в области изменения $\varepsilon(x)$. Если ширина L этой области мала, так что выполнено условие $kL \ll 1$, ядро в (1) можно разложить в ряд по степеням kL. Ограничиваясь в этом разложении линейными по kL членами, уравнение (1) переписываем в виде

$$\rho(x) = -\frac{\varepsilon'(x)}{2\varepsilon(x)} \int dx' \operatorname{sgn}(x-x')\, (1-k|x-x'|)\, \rho(x'). \tag{2}$$