

ВОЗБУЖДЕНИЕ ПРОДОЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ РЕШЕТКИ ДОМЕНАМИ ГАННА В ПЕРИОДИЧЕСКИ ЛЕГИРОВАННОМ ОБРАЗЦЕ

Баканас Р. К., Басс Ф. Г.

Рассмотрено возбуждение продольных акустических колебаний решетки движущимся доменом Ганна в периодически легированном образце. Показано, что при достаточно малом периоде легирования, когда возможно проявление сверхрешеточного спектра фононов, возбуждение определенных акустических мод является когерентным. Число таких мод, грубо говоря, равно числу сверхрешеточных акустических ветвей, а их излучение значительно интенсивнее излучения других мод, возбуждаемых доменом Ганна. Обсуждена возможность резонансного возбуждения когерентных колебаний при периодическом рождении доменов Ганна в образце.

В работе [1] рассмотрено рассеяние домена Ганна (ДГ) (слоев накопления и обеднения) на скоплениях заряженных примесей. Полагалось, что примесные атомы закреплены, т. е. пренебрегалось возможностью возбуждения атомных колебаний в процессе рассеяния. Между тем хорошо известно [2], что в условиях существования эффекта Ганна возбуждение колебаний решетки возможно даже в однородном образце. Возбуждение колебаний в таком случае имеет место лишь в пьезоэлектрических образцах и связано с деформацией кристаллической решетки образца полем движущегося ДГ. Оно происходит на ультразвуковых частотах. В настоящей работе обращено внимание на другой механизм возбуждения колебаний решетки, обусловленный воздействием поля ДГ на заряженную примесь и, следовательно, не связанный с пьезоэлектрическими свойствами образца. При периодическом расположении примесей можно ожидать существенного повышения амплитуд атомных колебаний из-за интерференции волн соответствующей длины, возбуждаемых ДГ. В связи с этим рассматривается кристаллическая решетка, легированная моноатомными слоями примесей, образующих одномерную сверхрешетку (СР).

Грубо можно представить ДГ образованным из слоя накопления (СН) толщиной l_1 и слоя обеднения (СО) толщиной l_2 , передвигающихся со скоростью c . Так как величины l_1 и l_2 могут существенно различаться [3], характерные времена воздействия полей СН и СО на отдельную примесь $\tau_1 = l_1/c$ и $\tau_2 = l_2/c$ различны. Наиболее эффективного возбуждения колебаний слоями накопления и обеднения следует ожидать для частот атомных колебаний $\Omega_q \leq \leq \omega^* = \tau_1^{-1}, \tau_2^{-1}$. В практически реализуемых случаях величина ω^* не превышает $10^{12} - 10^{13} \text{ с}^{-1}$, в связи с чем будут рассматриваться лишь возбуждения акустической ветви колебаний.

Рассмотрим простейший случай кубической решетки с одномерной СР заряженной примеси периода $d = pa$ (a — период основной решетки, p — натуральное число, определяющее период СР), расположенной вдоль оси x . Тогда при движении ДГ вдоль этой оси могут возбуждаться лишь продольные колебания решетки, и задача сведется к рассмотрению возбуждения атомных колебаний в периодически «легированной» линейной цепочке.

Пусть на r -й атом из m -й сверхрешеточной ячейки, находящийся в положении $X_{mr} = X_m + x_r + u_{mr}$ ($X_m = md$, $x_r = (r-1)a$, $r = 1, 2, \dots, p$), действует сила $F_{mr}(t)$. Тогда динамику возбуждения атомных колебаний можно описать известным образом:

$$M_r \ddot{u}_{mr} + \sum_{m', r'} x(m, r; m', r') u_{m'r'} = F_{mr}(t). \quad (1)$$

Здесь M_r — масса r -го атома в произвольной СР ячейке, u_{mr} — отклонение r -го атома из m -й СР ячейки от положения равновесия $X_{mr}^0 = X_m + x_r$. Без ограничения общности примем

$$\begin{aligned} M_r &= M + \Delta M \delta_{r, 1}, \\ F_{mr} &= F(X_{mr}, t) \delta_{r, 1}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь M — масса основного атома решетки, ΔM — разность масс примесного СР атома и основного атома решетки. Для примесного атома с зарядом Q сила $F(X_{mr}, t)$ выражается следующим образом:

$$F(X_{mr}, t) = Q \tilde{E}(X_{mr}, t). \quad (3)$$

Электрическое поле \tilde{E} есть микроскопическое поле движущегося ДГ при наличии СР примесей. Оно может быть представлено в виде

$$\tilde{E} = \tilde{E}_0 + \tilde{E}_{\text{СР}}, \quad (4)$$

где \tilde{E}_0 — поле ДГ в однородном образце, а $\tilde{E}_{\text{СР}}$ — поправка поля из-за наличия СР примесей. Полагается (критерии см. далее), что воздействие СР примесей на ДГ незначительное, так что $\tilde{E}_{\text{СР}} \ll \tilde{E}_0$, т. е. $\tilde{E} \approx \tilde{E}_0$.

Обсудим возможность использования макроскопического (усредненного) поля E_0 (вместо \tilde{E}_0) в выражении (3), так как нахождение явного выражения для поля $\tilde{E}_0 = \tilde{E}_0(x, t)$ связано с известными трудностями.

Поле \tilde{E}_0 создается в результате перераспределения электронов между областями обеднения и накопления при образовании ДГ. Напряженность поля \tilde{E}_0 в точке X_{mr} флуктуирует как из-за теплового движения зарядов (электронов и положительных ионов неупорядоченного легирования), образующих ДГ, так и из-за дрейфа ДГ. Характерное время флуктуаций поля \tilde{E}_0 из-за теплового движения электронов $\tau_e \approx l_e / v_{Te}$, где $l_e = n_e^{-1/3}$ — среднее расстояние между электронами, $v_{Te} = (2kT_e/m_e)^{1/2}$ — тепловая скорость электронов, n_e — концентрация электронов, T_e — электронная температура. Флуктуациями поля \tilde{E}_0 из-за теплового движения ионов неупорядоченного легирования можно пренебречь, так как они малы из-за малости амплитуд тепловых колебаний ионов по сравнению со средним расстоянием между ними $l_0 = n_0^{-1/3}$ (n_0 — концентрация ионов неупорядоченного легирования). Характерное время флуктуаций поля \tilde{E}_0 в точке X_{mr} , связанное с дрейфом электронов, образующих ДГ, $\tau_c \approx l_e / c$. Из-за разогрева электронного газа, как правило, имеем $v_{Te} > c$, так что $\tau_e < \tau_c$, и наиболее быстрым процессом усреднения поля \tilde{E}_0 является тепловое движение электронов. Характерное время флуктуаций поля \tilde{E}_0 , связанное с дрейфом ДГ относительно фона неупорядоченного легирования, $\tau_0 \approx l_0 / c$. Использование усредненного (макроскопического) поля E_0 в выражении (3) оправдано, если частота атомных колебаний, возбуждаемых ДГ, Ω_q мала по сравнению с частотой флуктуаций поля \tilde{E}_0 в точке X_{mr} , т. е. при

$$\Omega_q \ll \tau_e^{-1}, \quad \tau_0^{-1}. \quad (5)$$

При соблюдении условий (5) поле ДГ можно определить из уравнений [1]

$$\begin{aligned} e \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial j}{\partial x} &= 0, \\ j &= env(E) - eD \frac{\partial n}{\partial x}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{4\pi e}{\epsilon} \{n - Z[n_0 + \Delta n(x - X_{mr}^0)]\}.$$

Здесь $\Delta n = \nu \sum_m \delta(x - X_{m1}^0)$ — концентрация СР примесей, ν — поверхностная плотность примеси в отдельном СР слое, $Z = Q/e$. В выражениях (6) уже учтена малость амплитуд колебаний примеси $u_{mr} \ll l_i$ ($i = 1, 2$). При $d \gg l_i$ и $\nu Q \ll \ll E_0$ из уравнений (6) следует [1]

$$E = E_0 + E_p + \Phi, \quad (7)$$

где E_0 — поле ДГ в однородном образце, $E_p = E_p(x - X_{m1}^0)$ — экранированное поле примеси при бесконечном удалении ДГ от примеси, Φ — малая поправка поля из-за взаимодействия ДГ со СР. Условие $d \gg l_i$ означает, что взаимодействие между СР примесью и ДГ является непродолжительным, т. е. подавляющую часть времени ДГ движется «свободно», а условие $vQ \ll E_0$ обеспечивает малость поправки к полю E_0 при взаимодействии ДГ с отдельным слоем СР примеси [1]. Соблюдение обоих условий позволяет использовать поле E_0 при определении силы F согласно выражению (3). Форма ДГ $E_0 = E_0(x - ct)$ и его характерный размер, как известно [3], зависят от параметра $\beta = l_{CH}/L_D$, определяемого сносовой длиной $l_{CH} = c\tau_M$ и дебаевской длиной экранирования $L_D = (D\tau_M)^{1/2}$ ($\tau_M = \epsilon/4\pi\sigma$ — максвелловское время релаксации), а также от кон-

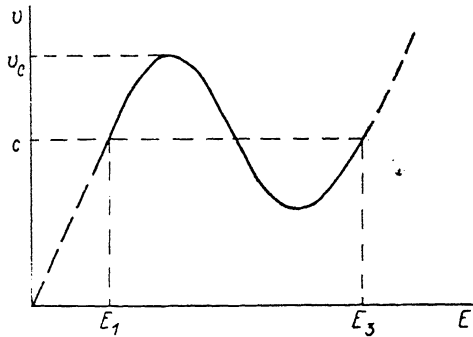


Рис. 1. Вольтамперная характеристика.

Сплошной линией Гизображена зависимость, определяемая соотношением (8).

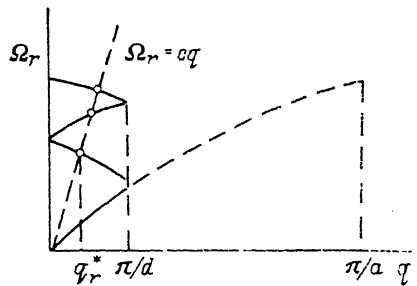


Рис. 2. Акустические ветви колебаний в сверхрешетке.

Штриховая кривая — акустическая ветвь однородного кристалла; точки соответствуют когерентному возбуждению волн.

кретной формы зависимости $v = v(E)$ в нелинейной части вольтамперной характеристики. С использованием этой зависимости вида (рис. 1)

$$v = c + (v_c - c) \sin [2\pi (E_0 - E_1)/(E_3 - E_1)] \quad (8)$$

в работе [1] были получены явные выражения для полей СН и СО $E_0 = E_0(x - ct)$ при $\beta \ll 1$ и $\beta \gg 1$. Позже мы воспользуемся этими результатами.

Приступим к решению уравнения (1), учитывая, что $E_0 = E_0(x - ct)$. Осуществим стандартный переход к q -представлению в уравнении (1) посредством преобразования

$$u_{mr} (N_d M_r)^{-1/2} \sum_q u_r(q) e^{-iqX_m}, \quad q = \frac{2\pi}{Na} l, \quad l = 1, 2, \dots, N_d, \quad (9)$$

где N и N_d — полное число атомов и число сверхрешеточных примесей в линейной цепочке. Принимая во внимание то, что $\alpha = \alpha(m - m', r - r')$, уравнение (1) в этом представлении запишем следующим образом:

$$\ddot{u}_q + \|\omega_r^2\| u_q = F(q, t). \quad (10)$$

Здесь u_q — p -мерный вектор-столбец, а $\|\omega_r^2\|$ — матрица p -го порядка,

$$\omega_{rr'}^2(q) = M_r^{-1} \sum_{\Delta m} \alpha(\Delta m, r - r') e^{i\Delta m q d}, \quad \Delta m = m - m'; \quad (11)$$

r -я компонента «силы» $F(q, t)$ в выражении (10) имеет вид

$$F_r(q, t) = (M_r N_d)^{-1/2} \sum_m F(X_{m1} - ct) e^{iqX_m}. \quad (12)$$

Пусть переход к нормальным координатам в уравнении (10) осуществляется при помощи преобразования $Q(q) = \|R(q)\| u_q$, т. е.

$$\Omega_{rr'}^2(q) = (\|R\| \cdot \|\omega_r^2\| \cdot \|R^{-1}\|)_{rr'} = \Omega_r^2(q) \delta_{r, r'}. \quad (13)$$

Тогда уравнение (1) в нормальных координатах может быть представлено так:

$$\begin{aligned}\ddot{Q}(q) + \|\Omega^2(q)\| Q(q) &= \tilde{F}(q, t), \\ \tilde{F}(q, t) &= \|R(q)\| F(q, t).\end{aligned}\quad (14)$$

Уравнение (14) описывает динамику возбуждения нормальных мод в периодически легированном образце. Так как мы интересуемся лишь возбуждением акустических колебаний, $\Omega_r = \Omega_r(q)$ здесь представляет собой p акустических ветвей в сверхрешетке (рис. 2).

Нас интересует энергия возбуждаемых ДГ колебаний H по окончании процесса возбуждения, т. е. после ухода ДГ из образца:

$$H = \sum_{r,q} h_{r\infty}(q). \quad (15)$$

$$h_r(q, t) = \frac{N_1}{2} (\dot{Q}_r(q, t)^2 + \Omega_r^2(q) |Q_r(q, t)|^2).$$

Здесь $h_{r\infty}(q)$ означает энергию колебательной моды (r, q) после завершения процесса возбуждения $h_{r\infty}(q) = h_r(q, t = \infty)$, а величина N_1 есть число примесей в моноатомном СР слое. В дальнейшем удобно использовать «координаты»

$$\xi_r(q, t) = \dot{Q}_r(q, t) + i\Omega_r(q) Q_r(q, t). \quad (16)$$

Легко убедиться в справедливости соотношения

$$h_r(q, t) = \frac{N_1}{4} (|\xi_r(q, t)|^2 + |\xi_r(-q, t)|^2). \quad (17)$$

Динамические уравнения (14) в новых координатах имеют следующий вид:

$$\dot{\xi}_r(q) - i\Omega_r(q) \xi_r(q) = \tilde{F}_r(q, t). \quad (18)$$

Далее будем интересоваться лишь когерентным возбуждением колебаний, так что наличием тепловых колебаний можно пренебречь и принять $\xi_r(q, t = -\infty) = 0$. Тогда из уравнения (18) следует

$$\xi_r(q, t) = e^{i\Omega_r(q)t} \int_{-\infty}^t \tilde{F}_r(q, t') e^{-i\Omega_r(q)t'} dt'. \quad (19)$$

Принимая во внимание то, что $F(X_{mr}, t) = F(X_{mr} - ct)$, оценим энергию возбуждения моды (r, q) при помощи выражения (17). Учитывая соотношения (2), (14), (19), получаем

$$h_{r\infty}(q) = \frac{N_1 |R_{r1}(q)|^2}{4M_1 N_d} |J_r(q)|^2 (|\Sigma_m(q)|^2 + |\Sigma_m(-q)|^2), \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned}J_r(q) &= \int_{-\infty}^{\infty} d\tau e^{i\Omega_r(q)\tau} F(c\tau), \\ \Sigma_m(q) &= \sum_{m=1}^{N_d} e^{i(q-\Omega_r(q)/c)X_m}.\end{aligned}\quad (21)$$

Можно видеть, что при произвольном значении q величина $|\Sigma_m|^2 \simeq N_d$ и энергия $h_{r\infty}(q)$ не зависит от N_d , как и следовало ожидать. Однако для определенных $q = q_r^*$, удовлетворяющих условию (рис. 2)

$$c q_r^* - \Omega_r(q_r^*) = 0, \quad (22)$$

величина $|\Sigma_m(q)|^2$ (либо $|\Sigma_m(-q)|^2$, в зависимости от знака c) существенно возрастает до значения порядка N_d^2 , так что $h_{r\infty}(q_r^*)$ становится равной

$$h_{r\infty}(q_r^*) = \frac{N_1 N_d}{4M_1} |R_{r1}(q_r^*)|^2 |J_r(q_r^*)|^2. \quad (23)$$

Такое увеличение $h_{r\infty}(q)$ связано с интерференционным наложением амплитуд колебаний, возбуждаемых ДГ при взаимодействии с различными слоями СР примеси. По сути дела здесь имеется явление когерентного излучения фононов, аналогичное излучению Вавилова—Черенкова. В связи с тем что фазовая скорость излучаемых волн совпадает со скоростью дрейфа ДГ, как это видно из соотношения (22), угол раствора черенковского конуса равен π и волны излучаются вперед. Из выражения (23) следует, что энергия излучения пропорциональна N_d , т. е. пройденному ДГ пути, как это имеет место при излучении Черенкова. Из выражения (23) легко оценить среднюю интенсивность излучения фононов:

$$w_r(q_r^*) = \frac{ch_{r\infty}(q_r^*)}{LS\hbar\Omega_r(q_r^*)} = \frac{v|R_{r1}(q_r^*)|^2}{4\tau_d M_1 \hbar \Omega_r(q_r^*)} |J_r(q_r^*)|^2, \quad (24)$$

где S — площадь поперечного сечения образца, L — его длина, $v = N_1/S$ — поверхностная плотность СР примеси, $\tau_d = d/c$.

При получении выражений (21), (24) подразумевалось, что величина $F = F(X_{mr} - ct)$ представляет собой возбуждающую силу одиночного ДГ, передвигающегося по образцу. В условиях же существования эффекта Ганна имеет место последовательность передвигающихся друг за другом ДГ, разделенных временным интервалом $T = L/c$, т. е. возбуждающая сила является периодической функцией времени: $F[X_{mr} - c(t + T)] = F(X_{mr} - ct)$. В связи с этим появляется возможность резонансного возбуждения колебаний. Разлагая периодическую функцию $F(c\tau)$ в ряд Фурье и проводя интегрирование в выражении (21), получаем

$$J_r(q) = \text{Im} \sum_n F_n[\Omega_r(q) - n\omega + i\gamma]^{-1}, \quad (25)$$

$$F_n = \frac{1}{T} \int_0^T d\tau e^{-in\omega\tau} F(c\tau).$$

Здесь введена величина γ — обратное время затухания колебаний моды (r, q) . Для когерентного возбуждения колебаний в непосредственной близости от резонанса $[\Delta\omega = n\omega - \Omega_r(q_r^*) \rightarrow 0]$ из выражений (23), (25) следует

$$h_{r\infty}(q_r^*) \approx \frac{N_1 N_d |R_{r1}(q_r^*)|^2}{4M_1} \frac{|F_n|^2 \gamma^2}{(\Delta\omega^2 + \gamma^2)^2}. \quad (26)$$

Энергия $h_{r\infty}(q_r^*)$ в этом случае отражает степень возбуждения моды (r, q) , и связанная с ней интенсивность генерируемого потока фононов J выражается следующим образом:

$$J = \frac{v(q_r^*) h_{r\infty}(q_r^*)}{LS\hbar\Omega_r(q_r^*)} = \frac{v|R_{r1}(q_r^*)|^2}{4M_1\tau_d\hbar\Omega_r(q_r^*)} \frac{|F_n|^2 \gamma^2}{(\Delta\omega^2 + \gamma^2)^2}. \quad (27)$$

Здесь $v = \Omega_r(q_r^*)/q_r^*$, $\tau_d = d/v$. Для сравнения отметим, что некогерентное возбуждение фононов в $\delta = T/\tau_d$ раз слабее, т. е. правую часть выражения (27) следует помножить на величину δ^{-1} .

Обсудим возможность наблюдения. Условия когерентного излучения могут соблюдаться, если фаза волны, возбуждаемой ДГ, не сбивается рассеянием на расстояниях, превышающих размер СР ячейки: $d \ll v\gamma^{-1}$. Частоты и волновые числа когерентно возбуждаемых акустических фононов в таком случае определяются из соотношения (22). Грубую оценку этих величин можно получить с учетом того, что скорость ДГ значительно превышает скорость звука s : $\Omega_r(q_r^*) \approx (2\pi s/d)r$, $q_r^* \approx (2\pi s/dc)r$, $s = 1, 2, \dots, p/2$ (рис. 2). Если учесть, что в практически реализуемых случаях период сверхрешетки $d \leq 10^{-5}$ см, то $\Omega_r(q_r^*) \geq 10^{10}$ с $^{-1}$. Таким образом, излучение относится к области более высоких частот, чем это имеет место при пьезоэлектрическом механизме возбуждения колебаний [2].

Оценим величину $w_r(q_r^*)$, пользуясь зависимостью $E_0 = E_0(x - ct)$, полученной в работе [1]. Для СН в случае $\beta \gg 1$ там было получено

$$E_0 = E_1 + \frac{E_3 - E_1}{\pi} \operatorname{arccotg} \frac{ct - x}{l_1}, \quad (28)$$

где E_1, E_3 — значения электрического поля по обе стороны СН на бесконечно больших расстояниях от центра СН. Здесь, по-видимому, следует отметить, что поле E_0 , определяемое выражением (28), есть макроскопическое поле ДГ и его использование, как можно легко убедиться, оправдано вплоть до частот $\Omega_r(q) \approx 10^{12} \text{ с}^{-1}$, если принять $n_0 \approx 10^{15} \text{ см}^{-3}$ и $l_1 \ll l_2$. Подставляя выражение (28) в (21) и учитывая (24), после соответствующего интегрирования получаем

$$w_r(q_r^*) \approx \frac{\pi^2 e^2 v \tau_1^2 (E_3 - E_1)^2 |R_{r1}(q_r^*)|^2}{16 M_1^2 d^2 \hbar \Omega_r(q_r^*)}. \quad (29)$$

При получении этого выражения учитывалось, что $\Omega_r(q_r^*) \ll \tau_1^{-1}$. Примем $E_3 - E_1 \approx 10 \text{ кВ/см}$, тогда величина v , удовлетворяющая условию $vQ \ll E_0$, может быть порядка 10^{10} см^{-2} (при $Q=e$). Возьмем $d \approx 10^{-5} \text{ см}$, что соответствует $\Omega_1(q_1^*) \approx 10^{10} \text{ с}^{-1}$, если $s=10^5 \text{ см/с}$. Положим $M_1 \approx 10^{-23} \text{ г}$, при оценке величины τ_1 будем считать $l_1 \approx 10^{-5} \text{ см}$, $c \approx 10^7 \text{ см/с}$. Принимая $|R_{11}(q_1^*)|^2 \approx 1$, из выражения (29) получаем $w_1(q_1^*) \approx 10^{19} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$. Поток возбужденных фононов будет слабо деградировать вплоть до расстояния порядка длины свободного их пробега, что при комнатных температурах для рассматриваемой здесь частоты $\Omega_1(q_1^*)$, по-видимому, составляет величину порядка $10^{-2} - 10^{-1} \text{ см}$ [4].

Условия для проявления резонансного возбуждения когерентных волн менее благоприятны. Действительно, при длине образца, скажем, 10^{-1} см имеем $T \approx 10^{-8} \text{ с}$, что соответствует области частот сильного излучения акустических колебаний из-за пьезоэлектрического механизма возбуждения [2]. В связи с этим наиболее благоприятных условий для наблюдения резонансного излучения когерентных фононов, по-видимому, следует ожидать лишь в обычных (непьезоэлектрических) материалах.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Bakanas R. K., Bass F. G., Konotop V. V. // Phys. St. Sol. (b). 1988. V. 150. N 2. P. 611—617.
 [2] Левинштейн М. Е., Пожела Ю. К., Шур М. С. Эффект Ганна. М., 1975. 288 с.
 [3] Волков А. Ф., Коган Ш. М. // УФН. 1968. Т. 96. В. 4. С. 633—672.
 [4] Акустические кристаллы / Под ред. М. П. Шоскольской. М., 1982. 632 с.

Институт физики
 полупроводников АН ЛитССР
 Вильнюс

Получена 17.02.1989
 Принята к печати 7.03.1989