1988 PHYSICS AND TECHNICS OF SEMICONDUCTORS vol. 22, N 8

ТЕОРЕМА «ПЛОЩАДЕЙ» И МЕЖПОДЗОННОЕ БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ УЛЬТРАКОРОТКИХ ИМПУЛЬСОВ СВЕТА В КУБИЧЕСКОМ ПОЛУПРОВОДНИКЕ

Горбовицкий Б. М.

Рассматривается вопрос о бесстолкновительном поглощении ультракороткого импульса света за счет межподзонных переходов в валентной зоне кубических полупроводников в зависимости от его интенсивности. Получена теорема «площадей», из которой следует, что площадь импульса света не меняется в процессе его распространения в полупроводнике, если ее значение соответствует положению экстремумов функции Струве первого порядка.

1. В ряде работ [1-3] рассматривался вопрос о резонансном взаимодействии ультракоротких импульсов света с полупроводником. При этом рассматривались межзонные переходы, и в [3] был сделан вывод о принципиальной роли столкновений фотовозбужденных носителей между собой. Из результатов [3] следует, что уменьшение длительности импульса света не позволяет реализовать бесстолкновительный режим распространения коротких импульсов света, вызывающего межзонные переходы, так как уменьшение длительности импульса увеличивает число фотовозбужденных носителей (при условии сохранения площади импульса), так что отношение длительности импульса к времени между столкновениями не меняется.

В настоящей работе изучается поглощение коротких импульсов света в валентной зоне кубических полупроводников, описываемой гамильтонианом Латтинжера. В этой ситуации длительность импульса можно сделать меньше времени релаксации импульса дырок, так как число дырок в валентной зоне в процессе межподзонного поглощения не меняется.

2. Рассмотрим вопрос об изменении площади импульса света при его распространении в полупроводнике. Будем рассматривать импульс света с плавной огибающей, т. е. считать, что $E(z, t)=\mathscr{E}(z, t)\cos(\omega t-\varkappa z)$, где $\varkappa$ — волновой вектор света в среде, и пренебрегать эффектами фазовой модуляции. Всюду в дальнейшем используется резонансное приближение.

Волновую функцию электрона с импульсом $\hbar\mathbf{k}$ будем искать в виде

$$\psi_{\mathbf{k}}(t)=\sum_{\alpha=1,\,2}\left(A_{\mathbf{k},\,\alpha}\chi^{n}_{\alpha,\,\mathbf{k}}e^{-i\frac{\omega t}{2}}+B_{\mathbf{k},\,\alpha}\chi^{h}_{\alpha,\,\mathbf{k}}e^{i\frac{\omega t}{2}}\right)e^{-i\frac{(\varepsilon_{n,\,\mathbf{k}}+\varepsilon_{h,\,\mathbf{k}})\,t}{2\hbar}}, \tag{1}$$

где $\alpha=1, 2$ — два вырожденных состояния в каждой подзоне, $n=l, s$ в зависимости от того, с какой из подзон — подзоной легких дырок l или спин-орбитально отщепленной подзоной s имеется резонанс подзоны тяжелых дырок, спиноры $\chi^{n}_{\alpha,\mathbf{k}}$ — собственные функции, $\varepsilon_{n,\mathbf{k}}$ — собственные энергии состояний, отсчитываемые в глубь валентной зоны.

Уравнение Шредингера на коэффициенты $A_{\mathbf{k},\alpha}$, $B_{\mathbf{k},\alpha}$ удобно записать в форме уравнений Блоха [4]. Для этого введем величины $u=2\mathrm{Re}\,(A^*Bd_{hn})/|d_{hn}|$; $v=2\mathrm{Im}\,(A^*Bd_{hn})/|d_{hn}|$; $w=|A|^2-|B|^2$. Здесь и далее для упрощения записи индексы $\mathbf{k}$, α будем опускать. Величина d_{hn} есть матричный элемент оператора дипольного момента для перехода из подзоны тяжелых дырок в подзону легких дырок или спин-орбитально отщепленную подзону.

Эволюция электрического поля импульса E определяется волновым уравнением, в котором в коэффициент преломления η будут включены все нерезонансные взаимодействия, а усредненная поляризация среды, обусловленная резонансным взаимодействием света с полупроводником, будет определяться с помощью уравнений Блоха.

Тогда для медленной амплитуды поля $\mathscr{E}$ и величин u, v, w получается самосогласованная система уравнений, описывающая распространение ультракоротких импульсов света в полупроводнике с участием резонансных переходов:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\delta v, \tag{2}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \delta u + \frac{d\mathscr{E}}{\hbar} w, \tag{3}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{d\mathscr{E}}{\hbar} v, \tag{4}$$

$$\frac{\partial \mathscr{E}}{\partial z} + \frac{\eta}{c}\frac{\partial \mathscr{E}}{\partial t} = \frac{2\pi\omega^2}{c^2 \varkappa} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} vd, \tag{5}$$

$$\left(\varkappa^2 - \frac{\eta^2\omega^2}{c^2}\right)\mathscr{E} = \frac{2\pi\omega^2}{c^2\varkappa} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} ud, \tag{6}$$

где $\delta = (\varepsilon_{n,\mathbf{k}} - \varepsilon_{h,\mathbf{k}} - \hbar\omega)/\hbar$, $d = |d_{nh}|$. Возьмем в качестве столбцов $\chi^n_{1,\mathbf{k}}$, $\chi^n_{2,\mathbf{k}}$ состояния различной четности относительно отражения в плоскости, образованной вектором электрического поля $\mathbf{E}$ и волновым вектором дырки $\mathbf{k}$:

$$\chi^h_{1,\mathbf{k}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} e^{-i\frac{3}{2}\varphi} \\ 0 \\ \sqrt{3}\, e^{i\frac{1}{2}\varphi} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \chi^h_{1,\mathbf{k}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} a^{3/2}_n \begin{pmatrix} -\sqrt{3}\, e^{-i\frac{1}{2}\varphi} \\ 0 \\ e^{i\frac{3}{2}\varphi} \\ 0 \end{pmatrix} \\ a^{1/2}_n \begin{pmatrix} 0 \\ 2e^{i\frac{3}{2}\varphi} \end{pmatrix} \end{pmatrix}. \tag{7}$$

Состояния $\chi^h_{2,\mathbf{k}}$, $\chi^n_{2,\mathbf{k}}$ получаются из $\chi^h_{1,\mathbf{k}}$ и $\chi^n_{1,\mathbf{k}}$ соответственно с помощью преобразования инверсии времени. Тогда величина d будет определяться в сферическом приближении выражением $d = e\,(\sqrt{3}/2)\,|\,a^{3/2}_n(k)\sin\varphi\,|/k$, где φ — угол между векторами $\mathbf{E}$, $\mathbf{k}$. Коэффициенты $a^{3/2}_n$, $a^{1/2}_n$ удовлетворяют алгебраической системе уравнений [5]

$$\begin{gathered} \left(\frac{\gamma_1 + 2\gamma}{2m_0} p^2 - \varepsilon_n\right) a^{3/2}_n - \frac{\sqrt{2}\,\gamma}{m_0} p^2 a^{1/2}_n = 0, \\ \frac{\sqrt{2}\,\gamma}{m_0} p^2 a^{3/2}_n + \left(\frac{\gamma_1}{2m_0} p^2 + \Delta - \varepsilon_n\right) a^{1/2}_n = 0, \end{gathered} \tag{8}$$

где $p = \hbar k$; γ_1, γ — константы Латтинжера, Δ — величина спин-орбитального расщепления.

Так как величина дипольного момента перехода зависит от угла между волновым вектором дырки и электрическим полем, то система уравнений (2)—(6) описывает набор ∞-кратно вырожденных двухуровневых систем, резонансно взаимодействующих с импульсом света. Как известно, в такой ситуации при произвольном распределении величин дипольных моментов перехода из теоремы «площадей» не следует существование импульсов света со стационарным значением площади. В данном случае это не так.

Действительно, проводя интегрирование уравнения (5) по времени от $-\infty$ до некоторого момента времени $\bar{t}$, такого, что в этот момент времени импульс в точке z уже прошел, и используя уравнение (2), получим, что скорость изменения площади под огибающей импульса $S(\bar{t}, z)$ с расстоянием определяется уравнением $\left(S(\bar{t}, z)=\int\limits_{-\infty}^{\bar{t}} \mathscr{E}(t, z)\,dt\right)$

$$\frac{\partial S(\bar{t}, z)}{\partial z}=-\frac{2\pi\omega^2}{c^2\varkappa}\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\,u(\bar{t}, \delta, \varphi)\,\frac{d(k)}{\delta}. \tag{9}$$

Если считать, что импульс в точке z окончился в момент времени $t_0<\bar{t}$, так что при $\bar{t}>t_0$ поле $\mathscr{E}=0$, то из уравнений (2), (3) следует

$$u(\bar{t}, \delta, \varphi)=u(t_0, \delta, \varphi)\cos[\delta(\bar{t}-t_0)]-v(t_0, \delta, \varphi)\sin[\delta(\bar{t}-t_0)]. \tag{10}$$

Подставляя это выражение в (9) и используя предельные соотношения

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\sin xt}{x}=\pi\delta(x),\quad \lim_{t\to\infty}\frac{\cos xt}{x}=\frac{1}{x}-P\left(\frac{1}{x}\right), \tag{11}$$

получим

$$\frac{\partial S(\bar{t}, z)}{\partial z}=\frac{\pi^2\omega^2\hbar\rho}{c^2\varkappa}\int\limits_0^{\pi}\sin\varphi\, v(t_0, 0, \varphi)\,d(k_0, \varphi)\,d\varphi, \tag{12}$$

где ρ — приведенная плотность состояний при резонансном значении энергии, k_0 — резонансное значение волнового вектора, определяемое равенством $\delta(k_0)=0$, φ — угол между направлениями волнового вектора и электрического поля. Выражение для $v(t_0, 0, \varphi)$ найдем из решения уравнений (2)—(4) при $\delta=0$ и начальном условии $u=v=0$, $w=-1$ при $t=-\infty$:

$$v(t_0, 0, \varphi)=-\sin\left(\frac{d_0}{\hbar}S(t_0, z)\sin\varphi\right), \tag{13}$$

где $d_0=e(\sqrt{3}/2)\,|a_n^{3/2}(k_0)|/k_0$. Так как поле в точке z при $t>t_0$ равно нулю, то в (13) величину t_0 можно заменить на $\bar{t}$. Подставляя $v(t_0, 0, \varphi)$ из (13) в (12) и проводя интегрирование, получим окончательно теорему «площадей» для случая межподзонного поглощения мощного ультракороткого импульса света

$$\frac{\partial\theta}{\partial z}=-\frac{3\pi\alpha}{8}\frac{\partial \mathrm{H}_1(\theta)}{\partial\theta}. \tag{14}$$

Здесь «площадь» импульса θ определена равенством

$$\theta=\frac{d_0}{\hbar}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\mathscr{E}(t)\,dt. \tag{15}$$

Величина $\alpha=(8\pi^2/3)\,\omega^2\rho^2d_0^2/c^2\varkappa$ есть линейный коэффициент поглощения света, обусловленный межподзонными переходами, H_1 — функция Струве первого порядка.

Отметим, что вывод уравнения (14) справедлив при следующих предположениях: 1) длительность импульса света меньше времени сбоя фазы волновой функции дырки, 2) затухание оставшейся после прохождения импульса поляризации происходит из-за интерференции дипольных моментов, соответствующих различным расстройкам раньше, чем становится существенной релаксация.

Из теоремы «площадей» следует, что площадь импульса света не меняется в процессе его распространения в полупроводнике, если значение θ соответствует положению экстремумов функции $\mathrm{H}_1(\theta)$. Причем значения площадей, соответствующих минимумам функции $\mathrm{H}_1(\theta)$, устойчивы, а максимумам — неустойчивы относительно малых отклонений. Для импульсов малой площади $\theta\ll 1$ получаем обычный закон экспоненциального затухания площади с расстоянием: $\theta(z)=\theta_0\exp(-\alpha z/2)$. Заметим, что импульс света со стационарным значением площади может терять свою энергию $\mathscr{U}=(\eta/8\pi)\int\limits_{-\infty}^{\infty}\mathscr{E}^2(t)\,dt$ в процессе распространения, увеличивая при этом длительность.

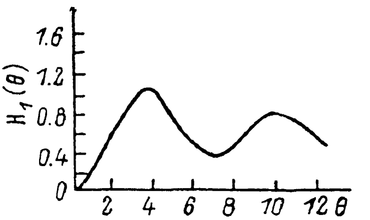
3. Рассмотрим задачу о межподзонном бесстолкновительном поглощении импульсов света заданной формы вида $\mathscr{E}=\mathscr{E}_0(t)\cos\omega t$, где $\mathscr{E}_0(t)=\mathscr{E}_m/\mathrm{ch}(t/\tau_0)$.

Для коэффициентов разложения волновой функции A, B по блоховским функциям невозмущенного кристалла (см. (1), (7)) имеют место уравнения, аналогичные уравнениям [3],

$$i\frac{\partial A}{\partial t}=\frac{\delta}{2}A+\frac{D\mathscr{E}_0(t)}{2\hbar}B,$$
$$i\frac{\partial B}{\partial t}=-\frac{\delta}{2}B+\frac{D^*\mathscr{E}_0(t)}{2\hbar}A, \tag{16}$$

где $D=-e(\sqrt{3}/2)a_n^{3/2}(k)\sin\varphi\exp(-i\varphi)/k$. Решая систему уравнений (16) при начальных условиях $A(-\infty)=0$, $|B(-\infty)|=1$, найдем вероятность перехода из подзоны тяжелых дырок в подзону легких дырок или в спин-орбитально отщепленную подзону:

$$\mathscr{P}_k=|A(\infty)|^2=\frac{\sin^2(\pi|D|\mathscr{E}_m\tau_0/2\hbar)}{\mathrm{ch}^2(\pi\delta\tau_0/2)}. \tag{17}$$



Функция Струве первого порядка.

Уравнения (16) записаны для $\alpha=1$. Уравнения для второй пары состояний ($\alpha=2$) аналогичны уравнениям (16) с дипольным моментом перехода, равным $-D^*$.

Из формулы (17) видно, что вероятность межподзонных переходов осциллирует так же, как и вероятность межзонных переходов [3], обращаясь в нуль при $|D|\mathscr{E}_m\tau_0/\hbar=2n$ ($n=0, 1, 2, \ldots$), и при точном резонансе ($\delta=0$) амплитуда осцилляций равна единице. Однако в отличие от межзонных переходов вероятность перехода зависит от угла между волновым вектором дырки и электрическим полем, что при заданных форме и длительности импульса размывает осцилляции поглощенной в единице объема энергии $\mathscr{U}$ [3].

Определим энергию $\mathscr{U}$ следующим образом:

$$\mathscr{U}=2\int(\hbar\delta_k+\hbar\omega)\,\mathscr{P}_k\frac{d^3k}{(2\pi)^3}. \tag{18}$$

Подставляя сюда $\mathscr{P}_k$ из (17) и приводя интегрирование, получим при условии, что $\hbar\omega-\delta_n\gg 2\hbar/\pi\tau_0$,[1]

$$\mathscr{U}=\frac{\hbar}{\tau_0}\rho_n(\hbar\omega-\delta_n)\,\hbar\omega H_1(\theta_n), \tag{19}$$

где $\delta_n=0$ для переходов из h в l и $\delta_n=\Delta$ для переходов из h в s; ρ — приведенная плотность состояний; $\theta_n=\pi d_0\mathscr{E}_m\tau_0/\hbar$, $d_0=e(\sqrt{3}/2)\,|a_n^{3/2}(k_0)|/k_0$; k_0 — резонансное значение волнового вектора. Интерпретация аналогичного результата приведена в работе [3]: $\rho\hbar/\tau_0$ — концентрация фотовозбужденных дырок, необходимая для того, чтобы насытить поглощение при спектральной ширине импульса $\hbar/\tau_0$. Так как функция Струве $\mathrm{H}_1(\theta)$ является колеблющейся функцией (см. рисунок), то поглощенная в единице объема энергия импульса также колеблется в зависимости от интенсивности и длительности импульса.

Приведем характерные оценки интенсивности света I, при которой эти колебания возможны для импульса длительностью $\tau_0=10$ пс. Для переходов из подзоны тяжелых дырок в подзону легких дырок рассмотрим случай $\hbar\omega\ll\Delta$,

[1] При резонансе между подзонами тяжелых и легких дырок это условие выполняется всегда, так как мы рассматриваем импульсы с $\omega\tau_0\gg 1$. Для переходов из h в s возможно и обратное условие: $2\hbar/\pi\tau_0\gg\hbar\omega-\Delta$. При этом поглощенная энергия определяется плотностью состояний на уровне $\hbar/\pi\tau_0$, что означает насыщение переходов до этого уровня [3].

так как при этом величина дипольного момента перехода максимальна. Тогда, например, для GaAs при $\hbar\omega=12$ мэВ ($\lambda=100$ мкм) получим $I=20\ \theta_l^2$ Вт/см^2, так что при $\theta_l=10$ интенсивность света $I=2$ кВт/см^2.

Значение интенсивности света при переходе из подзоны тяжелых дырок в спин-орбитально отщепленную подзону оценим на примере кремния. В этом случае можно исключить сбой фазы волновой функции за счет испускания оптических фононов дырками спин-орбитально отщепленной подзоны, так как величина спин-орбитального расщепления в кремнии $\Delta=44$ мэВ, а энергия оптофонона $\hbar\Omega_L=63$ мэВ. Тогда при $\hbar\omega=60$ мэВ ($\lambda=20$ мкм) $I=100\ \theta_s^2$ Вт/см^2 и при $\theta=10$ получим $I=10$ кВт/см^2.

Автор благодарен В. И. Перелю за интерес к работе и полезные обсуждения.

Литература

[1] Лисовец Ю. Л., Полуэктов И. А., Попов Ю. М., Ройтберг В. С. — Квант. электрон., 1971, № 5, с. 28—36.
[2] Полуэктов И. А., Попов Ю. М., Ройтберг В. С. — Квант. электрон., 1974, № 6, с. 1309—1344.
[3] Кумеков С. Е., Перель В. И. — ФТП, 1981, т. 15, в. 10, с. 1946—1950.
[4] McCall S. L., Hanh E. L. — Phys. Rev., 1969, v. 183, N 2, p. 457—485.
[5] Дьяконов М. И., Перель В. И. — ЖЭТФ, 1971, т. 60, в. 5, с. 1954—1965.

Получена 16.12.1987
Принята к печати 14.03.1988