ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ТЕОРИЯ ИНЖЕКЦИОННОГО ЛАЗЕРА С ОДНИМ ГЕТЕРОПЕРЕХОДОМ

Гельмонт Б. Л., Зегря Г. Г.

Найдено пространственное распределение концентрации носителей для одиночного гетероперехода при больших уровнях инжекции. Показано, что из-за неоднородного распределения электронов в n-области вблизи границы возникает узкий слой порядка ширины активной области, в котором мнимая часть диэлектрической проницаемости отрицательна. Поле волны локализовано в этом слое. Получена связь концентрации носителей и плотности тока на пороге генерации.

В условиях сильной инжекции электрон-дырочная плазма в узкозонной n-области гетероперехода, прилегающей к широкозонной p-области, квазинейтральна. В этих условиях концентрации электронов и дырок равны $n=p=N/2$, если $N \gg N_d$, где N_d — концентрация доноров. В [1] приведена система уравнений, определяющая связь между концентрацией носителей N и плотностью тока J при инверсной заселенности. Чтобы решить задачу о величине порогового тока и найти связь между плотностью тока и концентрацией носителей на пороге генерации, следует рассмотреть электромагнитную теорию такого лазера. Это и является целью настоящей работы.

Как и в [1], рассмотрим классическую модель инжекционного гетеролазера, состоящего из одиночного гетероперехода n-GaAs и p-$Al_xGa_{1-x}As$ (n-область расположена при $x>0$, а p-область — при $x<0$). При больших уровнях инжекции ввиду наличия энергетического барьера для электронов со стороны p-области концентрация электронов в узкозонной n-области вблизи гетерограницы возрастает до значений, бóльших, чем в объеме. При этом расстояние между квазиуровнями Ферми электронов ζ_n и дырок ζ_p может стать больше ширины запрещенной зоны E_g узкозонного полупроводника. В этих условиях возникают инверсная заселенность в тонкой активной области вблизи гетерограницы, а следовательно, и вынужденное излучение. Генерация света возможна при условии локализации поля световой волны в пределах активной области. В рассматриваемой нами гетероструктуре вещественная часть диэлектрической проницаемости n-области ε_n больше значения диэлектрической проницаемости p-области ε_p. Благодаря этому условию со стороны p-области для поля волны имеет место почти полное внутреннее отражение.

Неоднородное распределение концентрации электронов и дырок вблизи гетерограницы приводит к координатной зависимости мнимой части диэлектрической проницаемости $\varepsilon''(x)$. При инверсной заселенности вблизи гетерограницы образуется область, в которой $\varepsilon''(x)<0$. В этой области носители создают «яму» протяженностью $\varkappa^{-1}$ и тем самым локализуют поле волны в пределах этой «ямы».

В настоящей работе показано, что характерная длина локализации поля $\varkappa^{-1}$ мала по сравнению с характерной длиной изменения концентрации носителей x_0. Отметим, что в интересующем нас случае одиночного слабо легированного гетероперехода из GaAs—AlGaAs ($N_d \sim 10^{17}$ см$^{-3}$) длина локализации поля $\varkappa^{-1} \approx 7 \cdot 10^{-5}$ см, а характерная длина изменения концентрации $x_0 \approx 2.6 \times$

$\times 10^{-3}$ см. Решение электромагнитной задачи существенно упрощается благодаря этому неравенству, $\varkappa^{-1} \ll x_0$.

Для резкого гетероперехода при больших уровнях инжекции концентрация носителей N определяется уравнением [1] [1]

$$\frac{d}{d\xi}\left[\left(\frac{T}{E_{ch}}+\frac{2}{3}\psi^{2/3}\right)\frac{d\psi}{d\xi}\right]=\frac{11}{9}\psi^2. \tag{1}$$

Здесь

$$E_{ch}=\left(\frac{2}{3\pi^2}\right)^{2/3}\frac{2m_n}{\hbar^2}\left(\frac{9}{22}\frac{e\gamma}{\mu_p}\right)^2, \quad N_{ch}=\left(\frac{2}{3\pi^2}\right)^2\left(\frac{9}{22}\frac{e\gamma}{\mu_p}\frac{2m_n}{\hbar^2}\right)^3,$$

$\psi=N/N_{ch}$, $\xi=xN_{ch}^{1/3}$, μ_p — подвижность дырок, γ — коэффициент бимолекулярной рекомбинации [1], e, m_n — заряд и эффективная масса электрона, T — температура. Нужно отметить, что вблизи порога генерации электроны вырождены, т. е. $\zeta_n > T$. Будем учитывать в дальнейшем слагаемые, пропорциональные T/ζ_n, только в первой степени. По этой причине в выражении для ζ_n мы и пренебрегли членом $(T/\zeta_n)^2$.

Первый интеграл уравнения (1) можно вычислить точно:

$$\left(\frac{T}{E_{ch}}+\frac{2}{3}\psi^{2/3}\right)^2\left(\frac{d\psi}{d\xi}\right)^2=\frac{22}{27}\psi^3\left(\frac{T}{E_{ch}}+\frac{6}{11}\psi^{2/3}\right). \tag{2}$$

Постоянную интегрирования в (2) положили равной нулю, так как везде пренебрегаем величинами порядка $N_d/N \ll 1$. Уравнение (2) нелинейное. Будем решать его итерациями, используя малый параметр T/ζ_n. В первом приближении по этому параметру для концентрации носителей получаем

$$\psi(\xi)=\left(\frac{6}{\xi+\xi_0}\right)^6\left[1+\frac{7}{10}\frac{T}{E_{ch}}\left(\frac{\xi+\xi_0}{6}\right)^4\right]. \tag{3}$$

Постоянная интегрирования $\xi_0=x_0N_{ch}^{1/3}$ должна быть определена из граничных условий. Как уже было отмечено в [1], плотность тока электронов на границе гетероперехода при $x=l_n[l_n=(\varepsilon_nT/2\pi e^2N)^{1/2}]$ равна нулю. Из этого условия следует соотношение

$$\left[\left(\frac{T}{E_{ch}}+\frac{2}{3}\psi^{2/3}\right)\frac{d\psi}{d\xi}\right]_{\xi=l_nN_{ch}^{1/3}}=-j, \tag{4}$$

где

$$j=\frac{44}{9}\frac{J}{e}\frac{1}{\gamma N_{ch}^{5/3}}.$$

С помощью этого соотношения и уравнения (2) может быть определена концентрация носителей вблизи границы:

$$\psi_0\equiv\psi(\xi)\Big|_{\xi=l_nN_{ch}^{1/3}}=\left(\frac{3}{2}j\right)^{6/11}\left[1-\left(\frac{2}{3j}\right)^{4/11}\frac{T}{2E_{ch}}\right]. \tag{5}$$

Далее, полагая в (3) $l_nN_{ch}^{1/3}\ll\xi_0$ и приравнивая полученное выражение для ψ_0 формуле (5), находим ξ_0:

$$\xi_0=6\left(\frac{2}{3j}\right)^{1/11}\left[1+\left(\frac{2}{3j}\right)^{4/11}\frac{T}{5E_{ch}}\right]. \tag{6}$$

Формула (3) описывает пространственное распределение концентрации носителей в узкозонной области в случае сильной инжекции. Это выражение может быть использовано в дальнейшем для вычисления мнимой части диэлектрической проницаемости активной области. Однако, как будет показано далее, если интересоваться только решением уравнений Максвелла, а следовательно, пороговым условием, то достаточно иметь лишь первый интеграл уравнения (1).

---

[1] В формуле (1) в отличие от [1] мы учли слагаемые порядка T/ζ_n; в [1] был пропущен множитель 2 в формуле (15).

Электромагнитное поле в активной области определяется уравнениями Максвелла. Направим ось x перпендикулярно металлургической границе гетероперехода. Ось z перпендикулярна зеркалам резонатора и совпадает с направлением распространения волны. Так как размеры вдоль оси y много больше глубины проникновения поля в пассивную область, можно считать, что имеются решения системы уравнений Максвелла, не зависящие от y [2], которые пропорциональны $\exp[i\omega(kz/c-t)]$, где k — безразмерный волновой вектор, ω — частота излучаемого кванта. Для выбранной нами геометрии нужно различать два независимых случая поляризации волны — TE и TM.

Система уравнений Максвелла разбивается на три уравнения для TE-волны [2]

$$\frac{d^2E_y}{dx^2}+k_0^2[\varepsilon(x)-k^2]E_y=0, \tag{7}$$

$$H_x=-kE_y,\quad H_z=\frac{1}{ik_0}\frac{dE_y}{dx} \tag{8}$$

и три уравнения для TM-волны

$$\varepsilon(x)\frac{d}{dx}\left[\frac{1}{\varepsilon(x)}\frac{dH_y}{dx}\right]+k_0^2[\varepsilon(x)-k^2]H_y=0, \tag{9}$$

$$E_x=\frac{k}{\varepsilon(x)}H_y,\quad E_z=\frac{i}{k_0\varepsilon(x)}\frac{dH_y}{dx}, \tag{10}$$

где $k_0=\omega/c$. Представим диэлектрическую проницаемость в виде

$$\varepsilon(x)=\begin{cases}\varepsilon_n+i\varepsilon''(x) & \text{при } x>0,\\ \varepsilon_p & \text{при } x<0.\end{cases} \tag{11}$$

Прежде чем решать уравнение (7) в области $x>0$, нужно вычислить $\varepsilon''(x)$. Для плоской электромагнитной волны можно найти связь между мнимой частью диэлектрической проницаемости $\varepsilon''(x)$ и коэффициентом поглощения среды $\alpha(\omega)$ [3]:

$$\varepsilon''=\frac{\sqrt{\varepsilon_n}}{k_0}\alpha(\omega)\doteq-\frac{\sqrt{\varepsilon_n}}{k_0}g(\omega). \tag{12}$$

В формуле (12) мы заменили коэффициент поглощения $\alpha(\omega)$ на коэффициент усиления $g(\omega)$; именно этот случай имеет место при достижении инверсной заселенности в активной области. [При выводе (12) учитывалось, что $\sqrt{\varepsilon_n}\gg\alpha/k_0$].

Следуя обычному методу [4], нетрудно получить выражение для коэффициента усиления $g(\omega)$. В случае прямых переходов зона—зона коэффициент усиления равен [4, 5]

$$g(\omega)=G(\omega)\frac{N_{ch}}{2N_v}\psi\left[\frac{E_{ch}}{T}\psi^{2/3}-\ln\left(\frac{2N_v}{\psi N_{ch}}\right)\right], \tag{13}$$

где $G(\omega)$ — коэффициент поглощения света в активной области в отсутствие инжекции [5], N_v — эффективное число состояний в валентной зоне. При выводе (13) было учтено, что $(\zeta_n+\zeta_p)/T<1$ и $(\hbar\omega-E_g)/T<1$.

Как будет показано, характерная длина локализации поля $\varkappa^{-1}$ мала по сравнению с характерным расстоянием x_0, на котором меняется концентрация носителей. Поэтому при решении уравнения (7) с учетом (12) и (13) достаточно ограничиться первыми двумя членами разложения $\psi(\xi)$ в ряд по ξ:

$$\frac{d^2E_y}{dx^2}+k_0^2[Z\Gamma(\omega)^{2/3}+i\Gamma(\omega)k_0x]E_y=0, \tag{14}$$

где

$$\Gamma(\omega)=-\frac{\sqrt{\varepsilon_n}}{k_0^2}G(\omega)\frac{N_{ch}^{4/3}}{2N_v}\psi_0'\left[\frac{5}{3}\frac{E_{ch}}{T}\psi_0^{2/3}-\ln\left(\frac{2N_v}{\psi_0N_{ch}}\right)+1\right], \tag{15}$$

$$Z\Gamma=\varepsilon_n-k^2-i\frac{\sqrt{\varepsilon_n}}{k_0}G(\omega)\frac{N_{ch}}{2N_v}\psi_0\left[\frac{E_{ch}}{T}\psi_0^{2/3}-\ln\left(\frac{2N_v}{\psi_0N_{ch}}\right)\right], \tag{16}$$

$$\psi_0' \equiv \left(\frac{d\psi}{d\xi}\right)_{\xi=l_n N_{ch}^{1/3}} = -\psi_0^{7/6}.$$

Введем новую независимую переменную

$$\eta = Z + i\Gamma^{1/3}k_0 x. \tag{17}$$

Уравнение (14) тогда принимает вид уравнения Эйри [6]

$$\frac{d^2 E_y}{d\eta^2} - \eta E_y = 0. \tag{18}$$

Решение, экспоненциально убывающее на бесконечности в области $x > 0$, имеет вид

$$E_y(x) = C_n \int\limits_{\infty \exp(i2\pi/3)}^{+\infty} \exp\left[(Z + i\Gamma^{1/3}k_0 x)\, t - \frac{t^3}{3}\right] dt. \tag{19}$$

Для p-области ($x < 0$) уравнение (7) решается точно. Решение, убывающее при $x \to -\infty$,

$$E_y(x) = C_p \exp\left(\sqrt{k^2 - \varepsilon_p}\, k_0 x\right). \tag{20}$$

Из (19) следует, что протяженность области локализации поля волны $\varkappa^{-1}$ в направлении оси x равна

$$\varkappa^{-1} \cong (\Gamma^{1/3}k_0)^{-1}. \tag{21}$$

Если сравнить полученное выражение для $\varkappa^{-1}$ с выражением для $x_0 = \xi_0/N_{ch}^{1/3}$ [формула (6)], то оказывается, что для GaAs

$$\varkappa x_0 = \Gamma^{1/3} x_0 k_0 \gg 1. \tag{22}$$

Решения (19) и (20) совместно с граничными условиями, требующие непрерывности тангенциальных компонент полей E и H при $x = 0$ дают дисперсионное уравнение

$$\frac{i\Gamma^{1/3}}{\sqrt{k^2 - \varepsilon_p}} \int\limits_{\infty \exp(i2\pi/3)}^{+\infty} \exp\left(Zt - \frac{t^3}{3}\right) t\,dt = \int\limits_{\infty \exp(i2\pi/3)}^{+\infty} \exp\left(Zt - \frac{t^3}{3}\right) dt. \tag{23}$$

Мы получили уравнение, определяющее связь между k и ω. Для его решения положим

$$Z = X + iY. \tag{24}$$

Тогда уравнение (23) разбивается на систему двух уравнений для X и Y. Эти уравнения приведены в *Приложении*. Интегралы, входящие в (23), не выражаются через элементарные функции, поэтому уравнения для X и Y были решены численно на ЭВМ. Схема расчета приведена в *Приложении*. Подставляя явное выражение для Z из (16) в (24) и полагая $k = k' - ik''$, получаем

$$(k')^2 = \varepsilon_n + (k'')^2 - X\Gamma^{2/3} \cong \varepsilon_n, \tag{25}$$

$$k'' = \frac{\sqrt{\varepsilon_n}}{k_0} \frac{G(\omega)}{2k'} \frac{N_{ch}}{2N_v} \psi_0 \left[\frac{E_{ch}}{T} \psi_0^{2/3} - \ln\left(\frac{2N_v}{\psi_0 N_{ch}}\right)\right] + \frac{Y}{2k'} \Gamma^{2/3}. \tag{26}$$

[Отметим, что в нашем случае $(k'')^2$, $X\Gamma^{2/3} \ll \varepsilon_n$, и поэтому мы положили в (25) $(k')^2 = \varepsilon_n$]. Мы получили решение для двух волн, распространяющихся в противоположных направлениях. Из (26) видно, что при определенных условиях (когда в узкозонной области достигается инверсная заселенность) возможно выполнение неравенства $k'' > 0$. Следовательно, в активной области (вдоль гетерограницы) может распространяться и усиливаться электромагнитная волна, локализованная в пределах, меньших, чем протяженность активной области. Началу генерации соответствует равенство

$$k'' = \frac{1}{2k_0 d} \ln \frac{1}{R}. \tag{27}$$

Здесь R — коэффициент отражения по мощности [2], d — расстояние между зеркалами резонатора. Подставляя в (27) явное выражение для k'' из (26), получим уравнение для определения концентрации носителей N_0 на пороге генерации

$$\frac{G(\omega)}{k_0}\frac{N_0}{2N_v}\left[\frac{E_{ch}}{T}\left(\frac{N_0}{N_{ch}}\right)^{2/3}-\ln\left(\frac{2N_v}{N_0}\right)\right]+\frac{Y}{\sqrt{\varepsilon_n}}\Gamma^{2/3}=\frac{1}{k_0 d}\ln\frac{1}{R}. \tag{28}$$

Аналогично (23) это уравнение также следует решать численно (см. *Приложение*).

Изложенная теория позволяет самосогласованно решать задачу о связи пороговых величин (концентрации и плотности тока) в инжекционном гетеролазере. Уравнения (28) и (5) дают указанную связь. Из (28) следует найти концентрацию N_0, а воспользовавшись (5), можно найти плотность тока на пороге генерации. При интересующих нас параметрах для GaAs находим $J\cong 9.8$ кА/см^2, $N_0\cong 2.88\cdot 10^{18}$ см$^{-3}$. Для лазеров с одиночным гетеропереходом экспериментальные значения для плотности порогового тока лежат в интервале $9\div 11$ кА/см^2 [7].

Перейдем к рассмотрению TM-волны. Сделаем в (9) замену

$$H_y/\sqrt{\varepsilon(x)}=H(x). \tag{29}$$

Тогда уравнение для H принимает вид

$$\frac{d^2H}{dx^2}+k_0^2[\varepsilon(x)-k^2]H=0. \tag{30}$$

При выводе (30) мы воспользовались тем, что $(d\varepsilon/dx)^2\ll\varepsilon d^2\varepsilon/dx^2$, $d^2\varepsilon/dx^2\ll\varepsilon k_0^2$. Уравнение (30) для H совпадает с уравнением (7) для E_y. Это дает нам возможность написать решение уравнения (30), воспользовавшись (19), а следовательно, и решение уравнения (9):

$$H_y(x)=C_n'\sqrt{\varepsilon(x)}\int\limits_{\infty\exp(i2\pi/3)}^{+\infty}\exp\left[(Z+i\Gamma^{1/3}k_0x)t-\frac{t^3}{3}\right]dt. \tag{31}$$

Исследование TM-волны проводится точно так же, как и TE-волны. Мы не будем его повторять, а сразу приведем дисперсионное уравнение

$$\frac{i\Gamma^{1/3}}{\sqrt{k^2-\varepsilon_p}}\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_n}\int\limits_{\infty\exp(i2\pi/3)}^{+\infty}\exp\left(Zt-\frac{t^3}{3}\right)t\,dt=\int\limits_{\infty\exp(i2\pi/3)}^{+\infty}\exp\left(Zt-\frac{t^3}{3}\right)dt. \tag{32}$$

Полученное дисперсионное уравнение для TM-волны отличается от дисперсионного уравнения для TE-волны [формула (23)] множителем $\varepsilon_p/\varepsilon_n$ в левой части. Таким образом, для TM-волны сохраняются те же самые соотношения, что и для TE-волны. Различными будут только решения системы уравнения для X и Y. Это, как видно из формулы (26), приводит к тому, что пороги генерации TE- и TM-волн различны. Используя те же параметры, что и для TE-волны, имеем $J\cong 9.9$ кА/см^2, $N_0\cong 2.89\cdot 10^{18}$ см$^{-3}$.

Приложение

Перейдя в уравнении (23) к интегрированию вдоль вещественной оси и разделяя вещественную и мнимую части, получим систему двух уравнений для неизвестных X и Y:

$$\int\limits_0^\infty e^{Xt-t^3/3}\left[\cos(Yt)+\frac{\Gamma^{1/3}}{\sqrt{\varepsilon_{np}}}t\sin(Yt)\right]dt+\frac{1}{2}\int\limits_0^\infty e^{-\frac{t}{2}(X+\sqrt{3}Y)-\frac{t^3}{3}}\times$$
$$\times\left\{\cos\left[\frac{t}{2}(\sqrt{3}X-Y)\right]+\sqrt{3}\sin\left[\frac{t}{2}(\sqrt{3}X-Y)\right]+\frac{\Gamma^{1/3}}{\sqrt{\varepsilon_{np}}}\left(\sin\left[\frac{t}{2}(\sqrt{3}X-Y)\right]+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\sqrt{3}\cos\left[\frac{t}{2}(\sqrt{3}X-Y)\right]\right)t\right\}dt=0, \tag{П.1}$$

$$\int_0^\infty e^{Xt-t^3/3}\left[\sin(Yt)-\frac{\Gamma^{1/3}}{\sqrt{\varepsilon_{np}}}\,t\cos(Yt)\right]dt-\frac{1}{2}\int_0^\infty e^{-\frac{t}{2}(X+\sqrt{3}\,Y)-\frac{t^3}{3}}\times$$

$$\times\left\{\sqrt{3}\,\cos\left[\frac{t}{2}(\sqrt{3}\,X-Y)\right]-\sin\left[\frac{t}{2}(\sqrt{3}\,X-Y)\right]+\frac{\Gamma^{1/3}}{\sqrt{\varepsilon_{np}}}\times\right.$$

$$\left.\times\left(\cos\left[\frac{t}{2}(\sqrt{3}\,X-Y)\right]-\sqrt{3}\,\sin\left[\frac{t}{2}(\sqrt{3}\,X-Y)\right]\right)t\right\}dt=0, \qquad (\text{П. }2)$$

где $\varepsilon_{np}=\varepsilon_n-\varepsilon_p$. В нашем случае $\Gamma^{1/3}\ll\sqrt{\varepsilon_{np}}$, поэтому систему уравнений (П. 1) и (П. 2) можно решать методом последовательных приближений. Кроме того, мы решали эту систему уравнений совместно с уравнением (28), определяющим концентрацию носителей на пороге генерации. Результат этого решения: $X=1.1669$, $Y=-1.8653$. Для TM-волны уравнения решаются аналогично: $X=1.1675$, $Y=-1.8732$.

Литература

[1] Гельмонт Б. Л., Елюхин В. А., Зегря Г. Г., Портной Е. Л., Эбаноидзе М. К. — ФТП 1986, т. 20, в. 11, с. 2061—2064.
[2] Казаринов Р. Ф., Константинов О. В., Перель В. И., Эфрос А. Л. — ФТТ, 1965, т. 7, в. 5, с. 1506—1516.
[3] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М., 1982. 620 с.
[4] Машкевич В. С. Кинетическая теория лазеров. М., 1971. 472 с.
[5] Казаринов Р. Ф. — ФТП, 1973, т. 7, в. 4, с. 763—774.
[6] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М., 1974. 752 с.
[7] Кейси Х., Паниш М. Лазеры на гетероструктурах, т. 1. М., 1981. 299 с.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Получена 28.07.1987
Принята к печати 2.02.1988