

# Микроскопическое поле в нанокристаллических пленках ферромагнитных металлов и возможности его изучения $\mu$ SR-методом

© Ю.М. Белоусов

Московский физико-технический институт,  
141700 Долгопрудный, Московская обл., Россия

E-mail: bel@theor.op.mipt.ru

(Поступила в Редакцию в окончательном виде 14 апреля 2006 г.)

Определена связь микроскопического (локального) поля в нанокристаллических пленках ферромагнитных металлов с макроскопическими характеристиками (внешним магнитным полем, средней намагниченностью и намагниченностью насыщения) для модели нанокристаллической ферромагнитной пленки, состоящей из кристаллографически упорядоченных областей (зерен), разделенных неупорядоченными областями, в случае, когда поперечные размеры зерен (перпендикулярные плоскости пленки) много меньше продольных (в плоскости пленки). В случае сильного внешнего поля  $\mathcal{B} \gg M$  определено направление намагниченности в зернах, представляющих собой сплюснутые эллипсоиды, для металлов с одноосной и кубической решетками.

Получены выражения, описывающие поведение поляризации спина ансамбля быстро диффундирующих и недиффундирующих мюонов в нанокристаллических ферромагнитных пленках. Показано, что эксперименты с „медленными“ положительными мюонами позволяют измерять все параметры таких структур и получать важную информацию для изучения физики фазовых переходов.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта МО-011 по программе „Фундаментальные исследования и высшее образование“.

PACS: 75.75.+a, 14.60.Ef, 75.50.Cc

## 1. Введение

В последнее время стремительно возрастает интерес к изучению свойств различных наноструктур, что связано с перспективами развития новых технологий. Магнитные наноструктурированные металлы представляют несомненный интерес для  $\mu$ SR-метода, поскольку реальными возможностями изучения их объемных свойств обладают мюонный метод и нейтронография. Возможности  $\mu$ SR-метода для изучения нанокристаллических ферромагнитных материалов отмечались еще в 2000 г. [1]. Внимание к изучению магнитных свойств ферромагнитных нанокристаллических металлов и сплавов в первую очередь вызвано их прикладным значением для решения проблем микроэлектроники и надеждами на возможность создания микроэлементов с высокой плотностью информации (см., например, [2–6]).

Нанокристаллическими металлами принято называть поликристаллы с размерами кристаллических зерен порядка 10–400 Å. Для решения практических задач (как и для „обычных“ поликристаллических ферромагнетиков), очевидно, важен вопрос о кристаллической и соответственно магнитной текстуре образца [7]. Однако для наноструктурных ферромагнетиков возникают по меньшей мере две проблемы фундаментальной физики магнетиков. Во-первых, это вопрос о специфических фазовых переходах второго рода. Еще в конце 80-х годов было показано [8], что при уменьшении размеров кристаллических зерен до 40 Å коэрцитивное поле практически обращается в нуль при  $T \approx 300$  К, что авторы

интерпретируют как свидетельство фазового перехода ферромагнетик–парамагнетик. Природа этого „масштабного“ фазового перехода не выяснена до сих пор и продолжает активно изучаться (см., например, [9–11]). В настоящее время вещества, в которых размеры зерен малы для того, чтобы наблюдался ферромагнетизм, принято считать суперпарамагнетиками. Следует, однако, отметить, что коэрцитивная сила бывает близка к нулю и в ряде стандартных магнитных материалов. Поэтому для окончательного решения следует измерить магнитное поле внутри зерен. Во-вторых, структура и магнитные свойства доменов в наноструктурах должны существенно отличаться от аналогичных характеристик „обычных“ поликристаллических ферромагнетиков. Действительно, как теория, так и результаты экспериментов указывают на то, что микрокристаллическое зерно ( $10^2$ – $4 \cdot 10^2$  Å) должно содержать один домен. Характерная толщина доменных стенок в массивном образце имеет порядок  $d \sim 10$ – $30$  Å, что совпадает с порядком размеров межкристаллической аморфной границы. Таким образом, в нанокристаллах представление о доменах и доменных стенках отличается от принятого для макроскопических поликристаллов, и следует, скорее всего, рассматривать намагниченные области без доменных стенок в немагнитной среде. Соответственно и величина макроскопического поля внутри кристаллографически упорядоченного зерна  $B_{\text{dom}}$ , и его зависимость от внешнего магнитного поля  $\mathcal{B}$  должны существенно отличаться от свойств макроскопических образцов.

Очевидно, что  $\mu\text{SR}$  — идеальный инструмент для изучения внутренних магнитных полей, но исследование наноструктур этим методом только начинается. Нам известна лишь одна экспериментальная работа [12], и полученные в ней предварительные результаты выглядят весьма перспективно. В настоящее время в основных центрах, ведущих  $\mu\text{SR}$ -исследования (PSI, ISIS, KEK), созданы установки, позволяющие получать пучок поляризованных монохроматических мюонов с кинетической энергией  $\mathcal{E}_k \leq 10 \text{ keV}$  (см., например, [13–15]), способных останавливаться в пленках толщиной в несколько межатомных расстояний. Применение медленных мюонов возводит эффективно исследовать тонкие пленки  $\mu\text{SR}$ -методом.

## 2. Поведение поляризации спина мюона

Поведение поляризации спина мюона сильно зависит от поведения самого мюона в мишени. Поэтому необходимо принять модель нанокристаллической ферромагнитной пленки. Будем полагать, что пленка состоит из кристаллографически упорядоченных областей (зерен), разделенных неупорядоченными областями. Спонтанная намагниченность может возникнуть только в упорядоченных областях, поэтому поле, действующее на мюон, будет различным в случае, когда он останавливается в каком-либо междоузлии зерна, и в случае, когда он останавливается в межзеренных областях. Таким образом, поляризацию спина ансамбля мюонов можно представить в виде суммы

$$\mathcal{P}(t) = \mathbf{P}_{\text{cr}}(t) + \mathbf{P}_{\text{nc}}(t), \quad (1)$$

где  $\mathbf{P}_{\text{cr}}(t)$  и  $\mathbf{P}_{\text{nc}}(t)$  — соответственно поляризации фракций мюонов, остановившихся в зерне и в межзеренной области.

Поведение поляризации спина мюона в межзеренных областях не отличается от поведения в „обычной“ мишени при наличии внешнего поля. На основании экспериментов в обычных образцах можно утверждать, что в неупорядоченной области мюон не диффундирует. Для недиффундирующего мюона поляризация определяется хорошо известным выражением [7]

$$P_i(t) = \mu_{ik}(t)P_k(0), \quad (2)$$

где тензор  $\mu_{ik}(t)$  имеет вид

$$\mu_{ik}(t) = n_i n_k + (\delta_{ik} - n_i n_k) \cos \gamma b_\mu t + e_{ikl} n_l \sin \gamma b_\mu t. \quad (3)$$

Здесь  $\mathbf{b}_\mu$  — локальное поле на мюоне,  $\gamma = 13.554 \text{ kHz/G}$  — гиромагнитное отношение,  $\mathbf{n} = \mathbf{b}_\mu / |\mathbf{b}_\mu|$  — единичный вектор, направленный вдоль магнитного поля.

Локальное поле на мюоне в зерне и межзеренной области существенно различается. В общем случае, выделяя вокруг места нахождения мюона сферу Лоренца,

можно записать [7,16]

$$\mathbf{b}_\mu = \mathbf{B} - \frac{8\pi}{3} \mathbf{M} + \mathbf{b}_{\text{dip}} + \mathbf{B}_{\text{cont}}, \quad (4)$$

где  $\mathbf{B}_{\text{cont}}$  — контактное поле, создаваемое электронами, а  $\mathbf{b}_{\text{dip}}$  — микроскопическое поле, создаваемое ориентированными магнитными диполями, находящимися внутри сферы Лоренца. Контактное поле всегда можно записать в виде

$$B_{i \text{ cont}} = K_{ik} B_k. \quad (5)$$

В кубических кристаллах можно считать  $K_{ik} = \delta_{ik} K$ , поэтому контактное поле сводится к изотропному сдвигу Найта.

В межзеренной области вектор спонтанной намагниченности равен нулю ( $\mathbf{M}_{\text{nc}} = 0$ ), соответственно дипольные поля  $\mathbf{b}_{\text{dip}}$  могут создаваться только неупорядоченными ядерными магнитными моментами. Наличие этих полей приводит к неоднородному уширению линии, которое в случае недиффундирующих мюонов эффективно может быть описано с помощью гауссовой экспоненты (см., например, [7,17]). Таким образом, поведение поляризации спина мюонов, остановившихся в межзеренной области, определяется магнитным полем, которое можно записать в виде  $\mathbf{b}_\mu = \langle \mathbf{B} \rangle + \delta \mathbf{b}$ , где  $\delta \mathbf{b}$  — статическая неоднородность поля.<sup>1</sup> Характерный масштаб неоднородности поля в межзеренной области определяется намагниченностью зерен и расстоянием между ними. Таким образом, можно считать, что частота прецессии поляризации данной фракции позволяет определить среднее магнитное поле в пленке, а затухание, описываемое гауссовой экспонентой, — характерный масштаб неоднородности поля:  $\sigma \sim \gamma \langle \delta \mathbf{b}^2 \rangle / |\langle \mathbf{B} \rangle|$ .

Если в кристаллографически упорядоченном зерне спонтанная намагниченность отлична от нуля, микроскопическое дипольное поле создается упорядоченными электронными магнитными моментами. Внутри сферы Лоренца в этом случае его всегда можно представить в виде [7,16]

$$b_{i \text{ dip}} = -\frac{4\pi}{3} M_i + a_{ik} M_k, \quad (6)$$

где тензор  $a_{ik}$  зависит от типа междоузлия, в центре которого определяется поле, и может быть вычислен с помощью метода Эвальда. Расчеты показали (см., например, [7,16]), что в ГЦК-решетке Ni  $a_{ik} = \delta_{ik} 4\pi/3$  и, следовательно, микроскопическое дипольное поле равно нулю

$$\mathbf{b}_{\text{dip}}(\text{fcc}) = 0. \quad (7)$$

Таким образом, для ГЦК-решетки локальное поле на мюоне не зависит от типа междоузлия и равно

$$\mathbf{b}_\mu(\text{fcc}) = \mathbf{B} - \frac{8\pi}{3} \mathbf{M}. \quad (8)$$

<sup>1</sup> В дальнейшем для простоты опускаем в выражениях сдвиг Найта, хотя в некоторых случаях он может вносить заметный вклад.

В ГПУ-решетке Со дипольное поле также мало, однако отлично от нуля и имеет различные значения в кристаллографически неэквивалентных междоузлиях

$$a_{ik}(\text{hcr}) = \frac{4\pi}{3} + \delta a_{ik}. \quad (9)$$

Если направить ось  $z$  вдоль гексагональной оси, имеем

$$\begin{aligned} \delta a_{xx}^h &= \delta a_{yy}^h = \Delta/2, & \delta a_{zz}^h &= -\Delta \text{ (в октапоре),} \\ \delta a_{xx}^t &= \delta a_{yy}^t = -\Delta, & \delta a_{zz}^t &= 2\Delta \text{ (в тетрапоре),} \end{aligned} \quad (10)$$

где  $\Delta \approx 0.104$ , поэтому можно считать дипольное поле  $b_{\text{dip}} \ll M$ .

Локальное поле на мюоне в ГПУ-решетке может быть представлено в виде

$$b_{\mu i}(\text{hcr}) = B_i - \frac{8\pi}{3} M_i + \delta a_{ik} M_k. \quad (11)$$

Наиболее сложная картина наблюдается в ОЦК-решетке Fe, в которой дипольное поле имеет большую величину и зависит не только от типа междоузлия, но и от направления вектора намагниченности  $\mathbf{M}$ . Компоненты тензора  $a_{ik}(\text{bcc})$  в главных осях равны

$$\begin{aligned} a_{xx}^h &= a_{yy}^h = -1.165, & a_{zz}^h &= 14.9 \text{ (в октапоре),} \\ a_{xx}^t &= a_{yy}^t = 5.707, & a_{zz}^t &= 1.152 \text{ (в тетрапоре).} \end{aligned} \quad (12)$$

Соответственно локальное поле на мюоне в ОЦК-решетке имеет вид

$$b_{\mu i}(\text{bcc}) = B_i - 4\pi M_i + a_{ik}(\text{bcc}) M_k. \quad (13)$$

В упорядоченной фазе мюон диффундирует вплоть до температуры  $T \sim 1$  К [18,19]. Он может находиться в разных междоузлиях при высокой температуре, а при низких температурах совершает локальную диффузию по порам одного типа (кристаллографически эквивалентным состояниям) [7]. В кристаллах с ГЦК-решеткой факт диффузии не оказывает влияния на локальное поле на мюоне, а в металлах с ОЦК-решеткой факт диффузии оказывается существенным. Действительно, как видно из формул (12), компоненты тензора  $a_{ik}$ , определяющие дипольное поле, сильно зависят от положения как окта-, так и тетрапоры в ячейке кристалла. При наличии быстрой диффузии, когда ее скорость (частота перескоков)  $\lambda$  значительно больше частоты прецессии спина мюона  $\omega_\mu$ , наблюдается прецессия на „средней“ частоте. В кубическом кристалле средняя частота определяется средним дипольным полем, которое не зависит от направления вектора намагниченности и равно

$$\langle b_d \rangle = \frac{1}{3}(a_{zz} + 2a_{xx})M = \frac{4\pi}{3} M \text{ или } \langle \mathbf{b}_d \rangle = \frac{4\pi}{3} \mathbf{M}. \quad (14)$$

Таким образом, для быстро диффундирующего мюона картина в кристаллах с ГЦК- и ОЦК-решеткой принципиально различаться не должна. Различие становится

существенным, когда мюон не диффундирует. Эксперименты показывают, что поведение мюона в монокристаллах и поликристаллах сильно различается при температурах  $T < 40$  К [18,19]: в поликристаллах мюон при низкой температуре перестает диффундировать, однако наблюдаемый эффект может быть связан с захватом мюона на дефекты между кристаллитами, размеры которых меньше размеров доменов. В любом случае нельзя утверждать *a priori*, что мюон диффундирует или не диффундирует в зерне нанокристалла. Поэтому для полноты картины требуется рассмотреть оба варианта.

Поскольку локальное поле на мюоне зависит от направления вектора намагниченности в зерне (6), фракция поляризации ансамбля мюонов, остановившихся в кристаллографически упорядоченном зерне, должна определяться усреднением тензора поляризации (3) по всем ориентациям главных кристаллографических осей.

Во всех  $\mu\text{SR}$ -экспериментах принято разделять поляризацию спина ансамбля мюонов на продольную  $\mathcal{P}_{\parallel}$  (параллельную внешнему полю) и поперечную  $\mathcal{P}_{\perp}$  (перпендикулярную внешнему полю) компоненты.

Рассмотрим далее поведение поляризации при двух постановках эксперимента, когда внешнее поле перпендикулярно и параллельно плоскости пленки.

Представим локальное поле на мюоне также в виде суммы компонент, параллельной и перпендикулярной плоскости пленки,

$$\mathbf{b} = \mathbf{b}_{\parallel} + \mathbf{b}_{\perp}. \quad (15)$$

В данной задаче представляют интерес эксперименты по изучению поперечной поляризации, т.е. когда поляризация в начальный момент времени перпендикулярна внешнему полю. Поскольку направление локального поля в общем случае не совпадает с направлением внешнего поля, наряду с прецессирующей поперечной поляризацией должна возникнуть и осциллирующая продольная составляющая.

Частота прецессии поляризации спина мюона равна

$$\omega = \gamma_\mu b = \gamma_\mu \sqrt{\mathbf{b}_{\parallel}^2 + \mathbf{b}_{\perp}^2}, \quad (16)$$

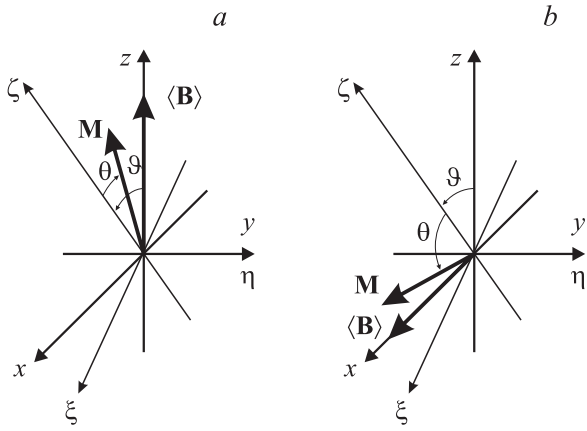
где  $\gamma_\mu$  — гиромангнитное отношение для мюона, а компоненты поляризации определяются соответственно как

$$\mathcal{P}_{\perp} = \left\langle \frac{b_{\parallel}}{b} e^{i\omega t} \right\rangle, \quad \mathcal{P}_{\parallel} = \left\langle \frac{b_{\perp}}{b} \sin \omega t \right\rangle. \quad (17)$$

Предэкспоненциальные множители (направляющие косинусы) зависят от того, как направлено внешнее поле: перпендикулярно или параллельно плоскости пленки.

### 3. Иерархия полей

Для определения локального поля, действующего на мюон, внедренный в мишень, необходимо прежде всего определить макроскопическое поле в образце. Поэто-



Ориентация кристаллографических осей зерна одноосного кристалла и направлений векторов средней магнитной индукции  $\langle \mathbf{B} \rangle$  и намагниченности зерна  $\mathbf{M}$  в случаях, когда внешнее поле перпендикулярно плоскости пленки  $\mathcal{B} \parallel z$  (a) и лежит в плоскости пленки  $\mathcal{B} \perp z$  (b).

му следует уточнить иерархию полей в пленках наноструктурированных ферромагнитных металлов. Для рассматриваемой модели нанокристаллического ферромагнетика справедливы те же утверждения, что и для многодоменного ферромагнетика, а именно: наряду с макроскопическими величинами (полями) в каждом зерне ( $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{H}$ ) и внешним по отношению ко всему образцу полем  $\mathcal{B}$  следует рассматривать также средние макроскопические поля в образце, которые являются результатом усреднения перечисленных макроскопических полей и намагниченности по всем зернам и межзерненным областям:  $\langle \mathbf{B} \rangle$ ,  $\langle \mathbf{H} \rangle$  и  $\langle \mathbf{M} \rangle$ . Именно последние величины определяются из макроскопических экспериментов.

Обозначим размагничивающие коэффициенты образца (пленки) как  $N_{ik}$  и запишем выражение для связи средних полей и внешнего поля

$$\mathcal{B}_i = \langle H_i \rangle + 4\pi N_{ik} \langle M_k \rangle, \quad \langle \mathbf{B} \rangle = \langle \mathbf{H} \rangle + 4\pi \langle \mathbf{M} \rangle. \quad (18)$$

Макроскопические векторы  $\langle \mathbf{B} \rangle$ ,  $\langle \mathbf{H} \rangle$  и  $\langle \mathbf{M} \rangle$  определяют также поле в неупорядоченной межзерненной области образца. Поэтому, как отмечалось выше, можно считать, что в ней на мюон действует поле  $\langle \mathbf{B} \rangle$ . Направим ось  $z$  системы координат, связанной с пленкой, перпендикулярно ее плоскости. Поскольку в пленках по определению толщина  $d$  значительно меньше линейных размеров  $L$ , размагничивающие коэффициенты должны удовлетворять условию

$$N_{zz} \equiv N_{\perp} \approx 1, \quad N_{\parallel} \sim N_{xx} \sim N_{yy} \sim N_{xy} \ll 1, \quad (19)$$

а также  $N_{zx} \sim N_{zy} \ll 1$ .

Обычно эксперименты ставятся в полях, параллельных ( $\mathcal{B}_{\parallel}$ ) и перпендикулярных ( $\mathcal{B}_{\perp}$ ) плоскости пленки. Пусть внешнее поле направлено перпендикулярно плоскости пленки  $\mathcal{B} \parallel z$ , как показано на рисунке, a. При

такой конфигурации имеем

$$\mathcal{B}_z \equiv \mathcal{B} = \langle H_z \rangle + 4\pi \langle M_z \rangle, \quad \langle H_{pl} \rangle \approx 0, \quad (20)$$

где  $H_{pl}$  — компоненты вектора  $\mathbf{H}$ , лежащие в плоскости пленки.

Соответственно из соотношения (18) имеем

$$\langle B_z \rangle = \mathcal{B}, \quad \langle B_{pl} \rangle \approx 4\pi \langle M_{pl} \rangle. \quad (21)$$

Пусть внешнее поле лежит в плоскости пленки  $\mathcal{B} \perp z$ , как показано на рисунке, b. Тогда имеем

$$\langle H_z \rangle + 4\pi \langle M_z \rangle = 0, \quad \langle H_z \rangle = -4\pi \langle M_z \rangle, \quad \langle H_{pl} \rangle \approx \mathcal{B}. \quad (22)$$

Соответственно для средней индукции можем записать

$$\langle B_z \rangle = 4\pi \langle M_z \rangle, \quad \langle B_{pl} \rangle = \mathcal{B} + 4\pi \langle M_{pl} \rangle. \quad (23)$$

В принятой модели нанокристаллической пленки поле, действующее на мюон, остановившийся в зерне, отличается от поля в обычном ферромагнетике. Нанокристаллическое зерно представляет собой однодоменную частицу. Поэтому в отличие от „обычного“ ферромагнетика каждое зерно, не имея доменной стенки, находится в поле, которое создается как внешним (однородным) полем  $\mathcal{B}$ , так и полем, создаваемым намагниченными зернами пленки. Вычисление этого поля представляет самостоятельную сложную задачу. Можно утверждать, что в общем случае произвольного внешнего поля и структуры пленки намагниченное зерно будет находиться в неоднородном поле. Однако, если размеры межзерненных областей  $a$  велики ( $a \geq l$ ,  $l$  — размеры зерен) или направление намагниченности зерен мало отличается от направления средней намагниченности  $\langle \mathbf{M} \rangle$ , можно считать, что каждое зерно находится в среднем поле  $\langle \mathbf{B} \rangle$ . Рассмотрим эту модель и получим условие, когда она справедлива.

Для каждого зерна, полагая его эллипсоидом, можем записать аналогичное (18) соотношение

$$\langle B_i \rangle = H_i + 4\pi n_{ik} M_k, \quad (24)$$

где  $n_{ik}$  — размагничивающие коэффициенты зерна.

Определим теперь макроскопические поля в зерне. В общем случае не представляется возможным получить простые аналитические выражения, однако их удастся получить для нанокристаллических пленок, в которых размеры зерен много больше толщины пленки. В нашем случае это означает, что толщина пленки составляет  $\leq 100 \text{ \AA}$ , тогда можно рассматривать зерна как сплюснутые эллипсоиды, и размагничивающие коэффициенты должны удовлетворять неравенствам, аналогичным (19),

$$n_{\parallel} = n_{zz} \approx 1, \quad n_{\perp} = 1 - n_{\parallel} \ll 1, \quad (25)$$

где ось  $z$  по-прежнему перпендикулярна плоскости пленки.

В том случае, когда внешнее поле перпендикулярно плоскости пленки, согласно соотношениям (21), получаем

$$\langle B_z \rangle \approx \mathcal{B} = H_z + 4\pi M_z \quad \text{или} \quad H_z = \mathcal{B} - 4\pi M_z. \quad (26)$$

Соответственно

$$H_{pl} = \langle B_{pl} \rangle = 4\pi \langle M_{pl} \rangle, \quad B_{pl} = 4\pi (\langle M_{pl} \rangle + M_{pl}). \quad (27)$$

Для внешнего поля, лежащего в плоскости пленки, получаем

$$H_z = -4\pi M_z, \quad H_{pl} \approx \langle B_{pl} \rangle = \mathcal{B} + 4\pi \langle M_{pl} \rangle. \quad (28)$$

Для вектора  $\mathbf{B}$  имеем

$$B_z = 0, \quad B_{pl} = \mathcal{B} + 4\pi (\langle M_{pl} \rangle + M_{pl}). \quad (29)$$

Таким образом, для нахождения полей необходимо определить направление вектора намагниченности  $\mathbf{M}$  в каждом зерне и соответственно  $\langle \mathbf{M} \rangle$  в пленке.

Поле внутри зерна, представляющего собой однодоменную частицу, можно определить согласно [20]. Рассмотрим сначала одноосный ферромагнетик (например, Со с ГПУ-решеткой), когда энергия анизотропии имеет вид

$$U_{an} = K_{ik} m_i m_k, \quad (30)$$

где  $m_i = M_i/M$  — единичный вектор вдоль направления вектора намагниченности.

Задача о намагничивании ферромагнитного эллипсоида решается нахождением условия термодинамического равновесия, которое определяется из условия минимума функционала, аналогичного приведенному в [20] (внешнее поле  $\mathcal{B}$  заменено на внешнее для зерна поле  $\langle \mathbf{B} \rangle$ ),

$$\tilde{F} = \frac{1}{2} (4\pi n_{ik} + \beta_{ik}) M_i M_k - \langle \mathbf{B} \rangle \mathbf{M} \quad (31)$$

по отношению к ориентации  $\mathbf{M}$  относительно „внешнего“ поля  $\langle \mathbf{B} \rangle$ . Здесь  $\beta_{ik} = K_{ik}/M^2$ .

Пусть внешнее поле перпендикулярно плоскости пленки  $\mathcal{B} \parallel z$ . Обозначим через  $\xi\eta\xi$  систему координат, связанную с главными осями зерна („монокристаллика“), причем ось  $\xi$  совпадает с осью симметрии кристалла. Вектор средней индукции  $\langle \mathbf{B} \rangle$ , намагниченность и ось  $\xi$  в зерне лежат в одной плоскости (см., например, [20]), в качестве которой выберем плоскость  $\xi\xi$ , как показано на рисунке, *a*. Следовательно, функционал (31) принимает вид

$$\tilde{F}(\theta) = \frac{\beta}{2} M^2 \sin^2 \theta + 2\pi M^2 \cos^2(\vartheta - \theta) - M\mathcal{B} \cos(\vartheta - \theta). \quad (32)$$

Условие минимума определяется из уравнения

$$\frac{1}{2} \beta M \sin 2\theta + 2\pi M \sin 2(\vartheta - \theta) - \mathcal{B} \sin(\vartheta - \theta) = 0. \quad (33)$$

В общем случае вектор намагниченности в зерне, а следовательно, и локальное поле на мюоне сильно зависят от ориентации главных кристаллографических осей зерна. Это должно привести к сильной расфазировке частот прецессии поляризации спина мюона и эффективной быстрой деполяризации. Иными словами, во внешнем поле  $\mathcal{B} \sim M$  наблюдение прецессии поляризации спина мюона практически невозможно. Прецессию можно наблюдать в сильных внешних полях  $\mathcal{B} \gg M$ , что эквивалентно выполнению условия  $|\langle \mathbf{B} \rangle| \gg M$ . В этом случае уравнение (33) легко решается методом итераций. Полагая  $\theta = \vartheta - \delta$ , получаем для  $\delta \ll 1$

$$\delta \approx \frac{1}{2} \beta \frac{M}{\mathcal{B}} \sin 2\vartheta. \quad (34)$$

Таким образом, внутри зерна получаем

$$M_z = M \cos \delta \approx M \left( 1 - \frac{\beta^2 M^2}{8 \mathcal{B}^2} \sin^2 2\vartheta \right), \\ M_{pl} = M \sin \delta \approx \frac{1}{2} \beta \frac{M^2}{\mathcal{B}} \sin 2\vartheta. \quad (35)$$

Усредняя выражения (35) по всем равновероятным ориентациям зерен, получаем

$$\langle M_z \rangle = M \left( 1 - \frac{\beta^2 M^2}{15 \mathcal{B}^2} \right), \quad \langle M_{pl} \rangle = 0. \quad (36)$$

Если внешнее поле лежит в плоскости пленки, как показано на рисунке, *b*, задача решается аналогично, и мы получаем

$$M_z = M \sin \delta, \quad \langle M_z \rangle = 0, \quad M_{pl} = M \cos \delta, \\ \langle M_{pl} \rangle = M \left( 1 - \frac{\beta^2 M^2}{15 \mathcal{B}^2} \right). \quad (37)$$

Рассмотрим теперь ферромагнетик с кубической решеткой и будем для определенности считать, что он относится к типу „легкая ось“ (например, Fe с ОЦК-решеткой). Для таких ферромагнетиков энергия магнитной анизотропии имеет более сложную зависимость, чем (30), поэтому задача сводится к нахождению условия термодинамического равновесия для функционала, приведенного в [20], с соответствующей заменой внешнего поля на  $\langle \mathbf{B} \rangle$

$$\tilde{F} = -\frac{1}{4} \beta M^2 (m_\xi^4 + m_\eta^4 + m_\zeta^4) + 2\pi n_{ik} M_i M_k - \langle \mathbf{B} \rangle \mathbf{M}. \quad (38)$$

Для кубического кристалла приходится минимизировать функционал (38) по двум углам  $\theta$  и  $\varphi$ , определяющим ориентацию вектора намагниченности в системе  $\xi\eta\xi$ . В этом случае уже нельзя утверждать, что векторы  $\langle \mathbf{B} \rangle$  и  $\mathbf{M}$  лежат в одной плоскости. Более того, минимизация функционала по углу  $\varphi$  показывает, что вектор намагниченности должен лежать в одной из

плоскостей, проходящих через две оси четвертого порядка ( $\varphi = 0, \pi/2$ ). Однако задача упрощается для интересующего нас случая сильного внешнего магнитного поля. Так же как и для одноосного кристалла, вектор намагниченности будет иметь направление, близкое к направлению поля  $\langle \mathbf{B} \rangle$ . Удерживая только члены первого порядка по  $M/\mathcal{B}$ , получаем результаты, аналогичные полученным для одноосного ферромагнетика (35)–(37), однако с отличающимся выражением для угла  $\delta$

$$\delta \approx \frac{1}{4} \beta \frac{M}{\mathcal{B}} \sin 4\vartheta. \quad (39)$$

Если внешнее поле перпендикулярно плоскости пленки, для намагниченности внутри зерна получаем

$$\begin{aligned} M_z &= M \cos \delta \approx M \left( 1 - \frac{\beta^2 M^2}{32 \mathcal{B}^2} \sin^2 4\vartheta \right), \\ M_{\text{pl}} &= M \sin \delta \approx \frac{1}{4} \beta \frac{M^2}{\mathcal{B}} \sin 4\vartheta. \end{aligned} \quad (40)$$

После усреднения выражения (40) по всем равновероятным ориентациям зерен имеем

$$\langle M_z \rangle = M \left( 1 - \frac{\beta^2 M^2}{63 \mathcal{B}^2} \right), \quad \langle M_{\text{pl}} \rangle = 0. \quad (41)$$

Если внешнее поле лежит в плоскости пленки, соответственно получаем

$$\begin{aligned} M_z &= -M \sin \delta, \quad \langle M_z \rangle = 0, \quad M_{\text{pl}} = M \cos \delta, \\ \langle M_{\text{pl}} \rangle &= M \left( 1 - \frac{\beta^2 M^2}{63 \mathcal{B}^2} \right). \end{aligned} \quad (42)$$

Как следует из полученных формул, в сильном внешнем поле неоднородность поля имеет характерный масштаб  $\delta B \sim \beta M^2/\mathcal{B}$  и ее учет приведет к поправкам более высокого порядка по малому параметру для описания направления вектора намагниченности зерна. Таким образом, можно считать, что в рассматриваемом случае справедливо соотношение (24).

#### 4. Описание поляризации быстро диффундирующего мюона

Рассмотрим ферромагнетики с кубической решеткой. Как было показано выше, в условиях быстрой диффузии принципиальной разницы в описании поляризации спина мюона в ГЦК- и ОЦК-решетках нет, поэтому далее не будем их различать. Рассмотрим сначала случай, когда внешнее поле  $\mathcal{B}$  перпендикулярно плоскости пленки. Для сильного внешнего поля ( $\mathcal{B} \gg M$ ) компоненты

локального поля  $\mathbf{b}$  равны

$$\begin{aligned} b_z &= (1 + K)\mathcal{B} - \frac{8\pi}{3} M_z \approx \mathcal{B} - \frac{8\pi}{3} M \left( 1 - \frac{1}{2} \delta^2 \right), \\ b_{\text{pl}} &= (1 + K)B_{\text{pl}} - \frac{8\pi}{3} M_{\text{pl}} \approx \frac{4\pi}{3} M\delta, \end{aligned} \quad (43)$$

где параметр  $\delta$  определяется формулой (39), а сдвиг Найта, как отмечалось выше, для простоты описания опущен.

Величину локального поля на мюоне можно представить в виде суммы двух составляющих: не зависящей от ориентации кристалла  $b_0$  и зависящей от угла  $b(\vartheta)$

$$b = b_0 + b(\vartheta). \quad (44)$$

С точностью до квадратичных по  $M/\mathcal{B}$  членов из выражений (43) получаем

$$b_0 = \mathcal{B} - \frac{8\pi}{3} M + \frac{1}{2} \left( \frac{4\pi}{3} \right)^2 \frac{M^2}{\mathcal{B}}, \quad b(\vartheta) = \frac{4\pi}{3} M\delta^2. \quad (45)$$

Пусть начальная поляризация спина мюона направлена перпендикулярно внешнему полю, тогда прецессирующая поперечная компонента поляризации спина ансамбля мюонов равна

$$\mathcal{P}_{\perp} = \left\langle \frac{b_z}{b} e^{-i\gamma_{\mu} b t} \right\rangle \approx e^{-i\omega_0 t} \langle e^{-i\omega(\vartheta) t} \rangle, \quad (46)$$

где  $\omega_0 = \gamma_{\mu} b_0$ ,  $\omega(\vartheta) = \gamma_{\mu} b(\vartheta)$ .

Усреднение по всем ориентациям зависящей от угла частоты прецессии приведет к эффективному затуханию поляризации и малому сдвигу частоты. Для описания этого слабого затухания можно воспользоваться экстраполяцией среднего от разложения в ряд, зависящего от углов выражения гауссовой экспонентой (т.е. оставить только второй момент). Временная зависимость поперечной поляризации может быть описана формулой

$$\mathcal{P}_{\perp}^{\text{diff}} = e^{-i(\omega_0 + \Delta\omega)t} e^{-\sigma_{\text{diff}}^2 t^2}, \quad (47)$$

где сдвиг частоты равен

$$\Delta\omega = \gamma_{\mu} \frac{1}{63} \frac{2\pi}{3} M \left( \frac{M}{\mathcal{B}} \right)^2. \quad (48)$$

Таким образом, частота прецессии спина диффундирующего мюона в зерне отличается от частоты прецессии в межзеренной области. Затухание в сильных полях пренебрежимо мало, определяется формулой

$$\sigma_{\text{diff}}^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{4\pi}{3} \gamma_{\mu} M \right)^2 \langle \delta^2 \rangle, \quad (49)$$

и его вряд ли можно измерить экспериментально, поэтому мы не выписываем явный вид усреднения. Однако заметим, что в области не очень сильных внешних полей, когда формулы (39)–(42) перестают быть применимыми, деполяризация спина станет существенной.

В этих же условиях осцилляции поляризации спина ансамбля мюонов в направлении внешнего магнитного поля также не будут наблюдаться, поскольку

$$\mathcal{P}_{\parallel}^{\text{diff}} = e^{-i\omega_0 t} \left\langle \frac{b_{\text{pl}}}{b} e^{-i\omega(\vartheta)t} \right\rangle = 0. \quad (50)$$

Формулы (47)–(50) остаются справедливыми и при постановке эксперимента в поле  $\mathcal{B}$ , лежащем в плоскости пленки.

Таким образом, видим, что изучать поля в нанокристаллических ферромагнитных пленках в области высоких температур, когда наблюдается быстрая диффузия мюонов, можно только по частоте прецессии. Для одноосных кристаллов картина может усложниться ввиду того, что в условиях быстрой диффузии дипольные поля не обращаются в нуль. Это приведет к эффекту деполяризации, который затруднит измерение относительно малых сдвигов частоты.

## 5. Поведение поляризации недиффундирующих мюонов

Рассмотрим сначала поведение поляризации спина ансамбля недиффундирующих мюонов в ОЦК-решетке. Поскольку величина и направление дипольного поля зависят от положения поры в элементарной ячейке, угловая зависимость локального поля на мюоне будет определяться не только намагниченностью, но и угловой зависимостью компонент тензора  $a_{ik}$ , определяющего дипольное поле. Для ферромагнетика типа „легкая ось“ (Fe) достаточно задать направление легкой оси намагничивания относительно оси  $z$ , т.е. угол  $\vartheta$ . Рассмотрим случай, когда внешнее магнитное поле  $\mathcal{B} \parallel z$ , и направим ось  $x$  в плоскости, проходящей через ось  $z$  и вектор намагниченности  $\mathbf{M}$ . Интересующие нас компоненты тензора, определяющего дипольное поле, равны

$$\begin{aligned} a_{zz} &= a + d \cos 2\vartheta, & a_{xx} &= a - d \cos 2\vartheta, \\ a_{zx} &= a_{xz} = d \sin 2\vartheta, \end{aligned} \quad (51)$$

где  $a = (a_{\parallel} + a_{\perp})/2$ ,  $d = (a_{\parallel} - a_{\perp})/2$ ,  $a_{\parallel} = a_{\xi\xi}$ ,  $a_{\perp} = a_{\xi\xi}$ .

Компоненты локального поля на мюоне при этом равны

$$\begin{aligned} b_z &= \mathcal{B} - 4\pi M_z + a_{zz} M_z + a_{zx} M_{\text{pl}} \\ &= \mathcal{B} - \frac{1}{2}(4\pi + a_{\perp})M + dM \cos 2\vartheta \\ &\quad + \frac{d}{4}\beta \frac{M^2}{\mathcal{B}} \sin 4\vartheta \cos 2\vartheta, \end{aligned}$$

$$b_{\text{pl}} = dM \sin 2\vartheta - \left[ \frac{1}{2}(4\pi + a_{\perp}) + d \cos 2\vartheta \right] \frac{1}{4}\beta \frac{M^2}{\mathcal{B}} \sin 4\vartheta. \quad (52)$$

Как видно из формул (52), теперь основной вклад в угловую зависимость локального поля вносит дипольное поле, поэтому величину локального поля на мюоне достаточно определить с точностью до членов первого порядка по  $M/\mathcal{B}$  включительно. Вновь представим поле в виде суммы (44), тогда

$$b_0 = \mathcal{B} = -\frac{1}{2}(4\pi + a_{\perp})M,$$

$$b(\vartheta) \approx dM \cos 2\vartheta + \frac{1}{2}d \left( \frac{1}{4}\beta \cos 2\vartheta + d \right) \frac{M^2}{\mathcal{B}} \sin^2 2\vartheta. \quad (53)$$

Для поперечной компоненты поляризации спина ансамбля мюонов имеем

$$\mathcal{P}_{\perp} = \left\langle \frac{b_z}{b} e^{-i\omega(\vartheta)t} \right\rangle e^{-i\omega_0 t}. \quad (54)$$

Выражение для направляющего косинуса с точностью до линейных по  $M/\mathcal{B}$  членов  $b_z/b \approx 1$ .

Результат усреднения по всем ориентациям оси  $\xi$  можно записать в виде малого сдвига частоты и экстраполяции затухания гауссовой экспонентой (так же как и в случае диффундирующих мюонов)

$$\mathcal{P}_{\perp} = e^{-i(\omega_0 + \Delta\omega)t} e^{-\sigma_{\text{nd}}^2 t^2}, \quad (55)$$

где

$$\omega_0 = \gamma_{\mu} \mathcal{B} \left( 1 - \left( 2\pi + \frac{1}{2} a_{\perp} \right) \frac{M}{\mathcal{B}} \right), \quad (56)$$

$$\Delta\omega = -\frac{1}{3} \gamma_{\mu} dM \left[ 1 - \frac{2}{15} \left( 2d - \frac{41}{28} \beta \right) \frac{M}{\mathcal{B}} \right], \quad (57)$$

$$\sigma_{\text{nd}}^2 = \frac{7}{30} (\gamma_{\mu} dM)^2. \quad (58)$$

Осцилляции продольной поляризации спина ансамбля недиффундирующих мюонов также не наблюдаются

$$\mathcal{P}_{\parallel} = \left\langle \frac{b_{\text{pl}}}{b} e^{-i\omega(\vartheta)t} \right\rangle e^{-i\omega_0 t} = 0.$$

Как видно из формул (56)–(58), для недиффундирующих мюонов эффекты, связанные с энергией магнитной анизотропии, удается наблюдать в виде поправок, квадратичных по намагниченности. Однако при этом появляется быстрая деполяризация, связанная с зависимостью локального поля от ориентации главных осей симметрии зерна относительно внешнего магнитного поля, что в свою очередь затрудняет прецизионные измерения частоты.

Условия эксперимента в том случае, когда внешнее магнитное поле лежит в плоскости пленки, описываются теми же формулами, что и для  $\mathcal{B} \parallel z$ .

Анализ поведения поляризации недиффундирующих мюонов в одноосных ферромагнетиках аналогичен проведенному выше для ферромагнетиков с кубической симметрией. В частности, осцилляции продольной составляющей поляризации спина ансамбля мюонов не

наблюдаются, а поперечная компонента определяется формулой (55), где частота и сдвиг частоты прецессии, а также скорость деполяризации описываются другими выражениями

$$\omega_0^{\text{hcr}} = \gamma_\mu \mathcal{B} \left[ 1 - \left( \frac{8\pi}{3} - \frac{1}{2} \Delta \right) \frac{M}{\mathcal{B}} \right], \quad (59)$$

$$\Delta \omega^{\text{hcr}} = -\frac{1}{2} \gamma_\mu M \Delta \left[ 1 - \frac{4}{5} \left( \beta + \frac{3}{2} \Delta \right) \frac{M}{\mathcal{B}} \right], \quad (60)$$

$$\sigma_{\text{nd}}^2 = \frac{21}{40} (\gamma_\mu M \Delta)^2. \quad (61)$$

Здесь константа  $\Delta$  определяется формулами (10) и зависит от типа междоузлия, в котором локализуется мюон.

## 6. Заключение

Полученные формулы показывают, что  $\mu\text{SR}$ -метод позволяет измерять намагниченность в зерне по частоте прецессии и скорости деполяризации, а также определять наличие диффузии мюона в кристаллографически упорядоченной фракции. Причем измерение частоты прецессии в условиях, когда диффузия мюона в кристаллографически упорядоченной фазе отсутствует, позволяет также измерить величину константы магнитной анизотропии, знание которой имеет важное значение для физики рассматриваемого явления. Измерение скорости деполяризации фракции, прецессирующей на частоте, соответствующей среднему магнитному полю в пленке, позволит определить характерный масштаб неоднородности магнитного поля в неупорядоченной межзеренной области. Соотношение амплитуд прецессии в двух фракциях (32) позволяет определить отношение объемов парамагнитной и ферромагнитной фракций образца. Отметим также, что полученные формулы не учитывают возможного появления дополнительной деполяризации, связанной с локальными магнитными полями, создаваемыми магнитными моментами ядер, а также другими неоднородностями, не принятыми во внимание в данной модели. Однако влияние таких взаимодействий может быть учтено дополнительно исходя из хорошо разработанных методов исследования нормальных металлов [7]. Заметим, что все стабильные изотопы Fe и Ni, за исключением изотопов  $^{57}\text{Fe}$  (2.21%) и  $^{61}\text{Ni}$  (1.25%), не обладают спином (см., например, [21]), и первые эксперименты с этими распространенными магнетиками оказываются наиболее предпочтительными.

Заметим, что полученные выражения формально применимы для изучения пленок, в которых зерна представляются в виде сильно сплюснутых эллипсоидов, однако качественно результаты могут оказаться полезными и для интерпретации экспериментальных данных, полученных при исследовании пленок, на которые не накладывается столь сильное ограничение. Прежде всего это относится к пленкам, которые можно представить

в виде кристаллографически упорядоченных зерен, разделенных неупорядоченными областями. Если при этом зерна не представляются сильно сплюснутыми эллипсоидами, следует ожидать более сильного отклонения направления намагниченности в зерне от направления внешнего магнитного поля, что неизбежно приведет к более быстрой деполяризации спина ансамбля мюонов.

Совместные измерения макроскопическими методами позволяют получить всю необходимую информацию о физике фазовых переходов в нанокристаллических ферромагнитных пленках.

## Список литературы

- [1] Yu.M. Belousov, V.P. Smilga. *Physica B* **289–290**, 141 (2000).
- [2] P.R. Bissel, A. Lyberatos. *J. Magn. Magn. Mater.* **95**, 27 (1991).
- [3] G.W. Spratt, N. Kodama, H. Inoue, Y. Uesaka, M. Katamoto. *IEEE Trans. Magn.* **27**, 4660 (1991).
- [4] P. Gönert, E. Sinn, H. Pfeiffer, W. Schüppel, M. Rössler. *J. Magn. Soc. Jap.* **15**, S2 (1991).
- [5] X. Batlle, M. Garsia del Muro, J. Tejada, H. Pfeiffer, P. Gornert, M. Rösler. *IEEE Trans. Magn.* **30**, 708 (1994).
- [6] M. El-Hilo, H. Pfeiffer, K. O'Grady, W. Schüppel, E. Sinn, P. Gönert, M. Rösler, D.P.E. Dickson, R.W. Chantrell. *J. Magn. Magn. Mater.* **129**, 339 (1994).
- [7] В.П. Смилга, Ю.М. Белоусов. Мюонный метод исследования вещества. Наука, М. (1991).
- [8] R. Berzinger. *Mater. Sci. Eng. A* **117**, 33 (1989).
- [9] А.Е. Теплых, С.Г. Богданов, Э.З. Валиев, А.Н. Пирогов, Ю.А. Дорофеев, А.А. Остроушко, А.Е. Удилов, В.А. Казанцев, А.Е. Карькин. *ФТТ* **45**, 2222 (2003).
- [10] Л.П. Ольховик, М.М. Хворов, Н.М. Борисова, З.В. Голубенко, З.И. Сизова, Е.В. Шуринова. *ФТТ* **45**, 643 (2003).
- [11] Г.И. Фролов, В.С. Жигалов, С.М. Жарков, А.И. Польский, В.В. Киргизов. *ФТТ* **45**, 2198 (2003).
- [12] J.F. Löffler, W. Wagner, F.N. Gyga, M. Pinkpank, A. Schenk. *PSI Annual Rep.* 51 (1997).
- [13] E. Morenzoni, H. Glücker, T. Prokscha et al. *Physica B* **289–290**, 653 (2000).
- [14] K. Träger, A. Breitrück, M. Diaz Trigo et al. *Physica B* **289–290**, 662 (2000).
- [15] Y. Miyake, K. Shimomura, Y. Matsuda et al. *Physica B* **289–290**, 666 (2000).
- [16] Ю.М. Белоусов, В.Н. Горелкин, А.Л. Микаэлян, В.Ю. Милосердин, В.П. Смилга. *УФН* **129**, 3 (1979).
- [17] А. Абрагам. *Ядерный магнетизм*. ИЛ, М. (1963).
- [18] A. Seeger. *Hyp. Int.* **17–19**, 75 (1984).
- [19] M. Schmolz, K.-P. Doring, K. Fürderer et al. *Hyp. Int.* **31**, 199 (1986).
- [20] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Электродинамика сплошных сред*. Наука, М. (1982).
- [21] С.В. Вонсовский. *Магнетизм микрочастиц*. Наука, М. (1973).