

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ИМПУЛЬСА НЕРАВНОВЕСНЫХ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В ВАРИЗОННОМ ПОЛУПРОВОДНИКЕ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНЫХ УРОВНЯХ ВОЗБУЖДЕНИЯ

Резников Б. И., Царенков Г. В.

Теоретически исследованы дрейф и диффузия неравновесных носителей заряда в варизонном полупроводнике при произвольных уровнях возбуждения. Рассмотрен случай разомкнутой цепи.

Показано, что с увеличением концентрации носителей (уровня возбуждения) скорость амбиполярного дрейфа уменьшается, что наиболее существенно в полупроводнике p -типа.

Для произвольных уровней возбуждения (нелинейный случай) уравнение непрерывности решено численно в безграничной среде с начальным возмущением в виде гауссова распределения в пространстве. Показано, что:

- время прохождения импульсом заданного расстояния возрастает с уровнем возбуждения h и убывает с увеличением диффузионного параметра δ и начальной крутизны импульса;
- скорость движения максимума импульса растет со временем;
- амплитуда импульса падает со временем тем медленнее, чем больше h и меньше δ .

Время прохождения импульсом заданного расстояния представлено численно и аналитически в зависимости от уровня возбуждения, диффузионного параметра, начальной крутизны импульса и отношения подвижностей электронов и дырок.

1. *Введение.* Эволюция неоднородного распределения концентрации неравновесных носителей заряда (ННЗ) представляет интерес для достаточно широкого круга задач физики и техники полупроводников.

Хайнс и Шокли [1] в своей классической работе по измерению дрейфовой подвижности ННЗ в гомозонных полупроводниках рассмотрели движение импульса носителей при слабом уровне возбуждения в присутствии внешнего электрического поля. В варизонном полупроводнике, как показал Кремер [2], неравновесные носители будут дрейфовать и без внешнего поля. Особых отличий от [1] следует ожидать в случае сильного уровня возбуждения.

Целью настоящей работы является исследование движения импульса неравновесных носителей заряда в варизонном полупроводнике при произвольных уровнях возбуждения.

2. *Дрейфовая скорость и коэффициент диффузии.* Из общих выражений для потоков носителей в варизонных полупроводниках (см., например, [3]) следует, что для однородно легированного полупроводника p -типа в пренебрежении зависимостью эффективных масс от координаты потоки электронов и дырок в одномерном случае имеют вид

$$q_n = -n\mu_n E' + v_n n' - D_n \frac{\partial n'}{\partial x}, \quad (1)$$

$$q_p = p\mu_p E' - D_p \frac{\partial p'}{\partial x}, \quad (2)$$

где $n = n_0 + n'$, $p = p_0 + p'$, штрих соответствует неравновесным значениям концентрации и поля; μ_n , μ_p , D_n , D_p — подвижности и коэффициенты диффузии носителей;

$$v_n = \mu_n |\nabla E_g|/e \quad (3)$$

(∇E_g — градиент ширины запретной зоны, уменьшающейся для определенности с увеличением x).

Закон сохранения полного тока в пренебрежении током смещения позволяет найти поле E' и исключить его из выражений (1) и (2). В предположении квазинейтральности ($n' = p'$) и при отсутствии внешней электрической цепи ($q_n = q_p$)

$$q_n = v n' - D \frac{\partial n'}{\partial x}, \quad (4)$$

где v и D — зависящие от концентрации скорость амбиполярного дрейфа и коэффициент амбиполярной диффузии неравновесных носителей заряда:

$$v \equiv \frac{p \mu_p}{n \mu_n + p \mu_p} v_n, \quad D \equiv \frac{\mu_p (n + p)}{n \mu_n + p \mu_p} D_n. \quad (5)$$

Для полупроводника n -типа q_n , v и D даются аналогичными выражениями с заменой $n \rightleftharpoons p$.

Из (5) следует, что для полупроводника p -типа при увеличении концентрации неравновесных носителей заряда v/v_n сильно уменьшается от 1 до $V_\infty = (1+b)^{-1} \ll 1$, где $b \equiv \mu_n/\mu_p$. Относительный коэффициент диффузии D/D_n уменьшается от 1 до $\mathcal{D}_\infty = 2/(1+b) \simeq 2/b$, т. е. тоже сильно.

Для полупроводника n -типа при увеличении p' отношение v/v_p уменьшается от 1 до $b/(b+1)$, т. е. незначительно, а D/D_p возрастает от 1 до $2b/(b+1)$, т. е. почти в 2 раза.

Из этого рассмотрения следует, что изменение концентрации носителей наиболее существенно влияет на кинетические коэффициенты для полупроводника p -типа, и мы в дальнейшем будем интересоваться только этим случаем.

Отметим, что предельное значение дрейфовой скорости ННЗ при больших концентрациях носителей ($n' \gg p_0$) не зависит от типа полупроводника и равно

$$v_\infty = \frac{\mu_n \mu_p}{\mu_n + \mu_p} |\nabla E_g|/e. \quad (6)$$

Это естественно, так как при больших концентрациях неравновесных носителей полупроводник «забывает» о первоначальной концентрации основных носителей.

Причиной уменьшения дрейфовой скорости ННЗ является возникновение электрического поля Тауца [4, 3], противоположного полю, обусловленному градиентом ширины запретной зоны. Поле Тауца растет при малых концентрациях, а при больших концентрациях ННЗ перестает зависеть от концентрации и стремится к величине $E'_\infty = \frac{\mu_n |\nabla E_g|/e}{\mu_n + \mu_p}$ для полупроводника p -типа.

Причиной изменения коэффициента амбиполярной диффузии с ростом концентрации является часть поля E' , пропорциональная градиенту концентрации носителей (поле Дембера).

3. Уравнение переноса носителей. Используя уравнение непрерывности для электронов и выражение (4) для потока, приходим к обобщенному уравнению Бюргерса, описывающему эволюцию распределения концентрации неравновесных носителей заряда,

$$\frac{\partial n'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[v n' - D \frac{\partial n'}{\partial x} \right] = 0. \quad (7)$$

Правая часть (7) равна нулю, так как мы не рассматриваем здесь объемной генерации и пренебрегаем рекомбинацией, считая характерные времена в задаче малы по сравнению со временем жизни носителей.

Введем безразмерные время и координату $T = t/t_*$, $X = x/x_*$ ($v_n t_*/x_* = 1$), а концентрацию выразим в единицах p_0 , $\mathcal{N} \equiv n'/p_0$. Уравнение (7) примет вид ($V \equiv v/v_n$, $\mathcal{D} = D/D_n$)

$$\frac{\partial \mathcal{N}}{\partial T} = \delta \frac{\partial}{\partial X} \left(\mathcal{D} (\mathcal{N}) \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial X} \right) - \frac{\partial}{\partial X} (V (\mathcal{N}) \mathcal{N}). \quad (8)$$

Параметр $\delta \equiv D_n / (v_n x_*)$ характеризует соотношение между диффузией и дрейфом, и его величина определяет изменение амплитуды и ширины импульса при прохождении характерного расстояния x_* . Для изменения ширины запрещенной зоны, равного $\Delta E_g = |\nabla E_g| x_*$, имеем

$$\delta = kT / \Delta E_g. \quad (9)$$

Для GaAlAs в области прямозонных составов $\Delta E_g \leq 0.3$ эВ, что при комнатной температуре дает $\delta \geq 0.1$.

4. Точные решения для безграничной среды при слабом возбуждении (линейный случай). При малых уровнях возбуждения ($\mathcal{N} \ll 1$) дрейфовая скорость и коэффициент диффузии НЗ равны v_n и D_n , уравнение (8) превращается в линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами [$V(\mathcal{N}) = \mathcal{D}(\mathcal{N}) = 1$].

Общее решение задачи о движении импульса носителей в безграничной среде для произвольного начального условия $\mathcal{N}(X, 0) = f(X)$ имеет вид [5]

$$\mathcal{N}(X, T) = \frac{1}{\sqrt{4\gamma\delta T}} \int_{-\infty}^{+\infty} dy f(y) e^{-(X-T-y)^2/4\delta T}. \quad (10)$$

В частном случае, когда начальное возмущение выбрано в виде распределения Гаусса $f(X) = h e^{-\gamma X^2}$, решение (10) имеет вид

$$\mathcal{N}(X, T) = \frac{h}{\sqrt{1 + 4\gamma\delta T}} e^{-\frac{\gamma(X-T)^2}{1 + 4\gamma\delta T}}, \quad (11)$$

повторяющий форму начального распределения, где, однако, амплитуда и ширина импульса зависят от времени из-за диффузионного расплывания. При $4\gamma\delta T \gg 1$ формула (11) переходит в широко известное решение для δ -образного начального импульса, для которого амплитуда пропорциональна $1/\sqrt{T}$, а ширина растет пропорционально \sqrt{T} .

Отметим, что линейный случай в варизонном полупроводнике без тока переходит в рассмотренный Хайнсом—Шокли [1] для гомозонного полупроводника с током при формальной замене $v_n \rightarrow v_n E_0$, где $E_0 = j / (e v_p p_0)$ — электрическое поле, а j — плотность тока.

5. Движение носителей при произвольном уровне возбуждения (нелинейный случай). Наибольший интерес для нас представляли эффекты, связанные с нелинейностью, поэтому геометрия задачи и детализация граничных условий на этом этапе считались вторичными и изучалось распространение НЗ в безграничной среде. Это означало, что движение импульса рассматривалось на расстояниях от границ образца, превышающих ширину импульса в несколько раз.

В качестве начального возмущения выбиралось гауссово распределение $\mathcal{N}(X, 0) = h e^{-\gamma X^2}$, так как оно, с одной стороны, хорошо моделирует импульсы, генерируемые в эксперименте, а, с другой стороны, в линейном случае для этого возмущения имеется точное решение. Для того чтобы величина начального возмущения не зависела от уровня возбуждения, нормируем безразмерную концентрацию носителей на $h(\mathcal{N}/h \equiv \mathcal{N}^p, n' \equiv p_0 h \mathcal{N}^p)$. Уравнение непрерывности для \mathcal{N}^p есть (8), где \mathcal{N} заменено на \mathcal{N}^p , а

$$V(\mathcal{N}^p) = \frac{1 + h \mathcal{N}^p}{1 + (b+1) h \mathcal{N}^p}, \quad \mathcal{D}(\mathcal{N}^p) = \frac{1 + 2h \mathcal{N}^p}{1 + (b+1) h \mathcal{N}^p}. \quad (12)$$

Для численного решения уравнение непрерывности записывалось в подвижной системе координат, движущейся в направлении распространения импульса со скоростью, равной дрейфовой скорости V (12) в начале подвижной системы координат. Область интегрирования преобразовывалась к конечному промежутку. Интегрирование проводилось по шеститочечной неявной схеме второго порядка точности [6]. Программа тестировалась на линейном случае. Контроль точности велся также по сохранению полного числа частиц.

Решение задачи зависит от четырех параметров: уровня возбуждения h , диффузионного параметра δ , начальной крутизны импульса γ и отношения подвижностей $b = \mu_n / \mu_p$.

При численном исследовании уровень возбуждения h изменялся в интервале $0 \leq h \leq 100$, диффузионный параметр δ полагался равным 0.1 и 0.5. Все численные расчеты проводились при $\gamma = 10$ и $b = 10$.

Эволюция импульса ННЗ при различных уровнях возбуждения приведена на рис. 1. Из данных рисунка и численных расчетов можно сделать следующие выводы.

- 1) Время прохождения импульсом заданного расстояния возрастает с уровнем возбуждения h и убывает с увеличением диффузионного параметра δ .
- 2) Скорость движения максимума импульса W растет со временем.
- 3) Приведенная амплитуда импульса (относительная концентрация в максимуме \mathcal{N}_m) падает со временем тем медленнее, чем больше h и меньше δ .

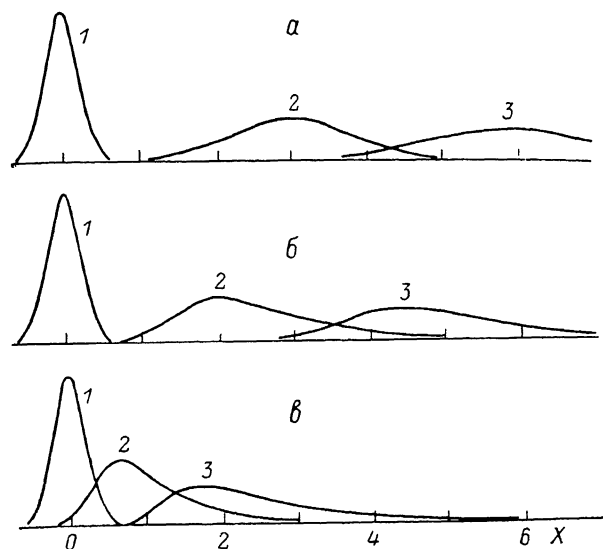


Рис. 1. Распространение импульса ННЗ при $\delta = 0.1$ и различных уровнях возбуждения h .

h : а — 0, б — 0.1, в — 1. Т: 1 — 0, 2 — 3, 3 — 6.

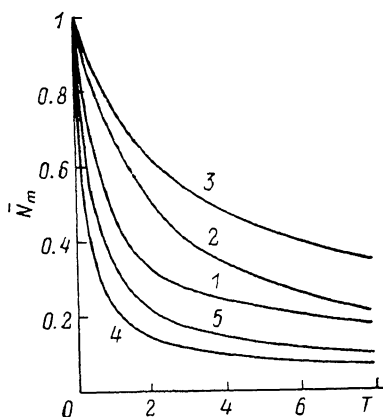


Рис. 2. Зависимость амплитуды импульса от времени.

δ : 1—3 — 0.1, 4, 5 — 0.5; h : 1, 4 — 0, 2, 5 — 1, 3 — 10.

4) Скорость движения максимума импульса W почти равна дрейфовой скорости V (\mathcal{N}_m) и несколько меньше ее, различие уменьшается в предельных случаях малых и больших значений уровня возбуждения, когда скорость дрейфа перестает зависеть от концентрации носителей.

Выводы 1—3 полностью объясняются падением дрейфовой скорости и коэффициента диффузии с увеличением уровня возбуждения и ростом дрейфовой скорости в результате падения концентрации из-за диффузии [см. (12)].

На рис. 2 показаны зависимости от времени приведенной амплитуды импульса при различных уровнях возбуждения и значениях диффузионного параметра. Из графиков хорошо видны замедление падения амплитуды импульса с увеличением h при $\delta = \text{const}$ и более сильное изменение $\mathcal{N}_m(T)$ при больших значениях δ .

На рис. 3 в различном масштабе представлены зависимости T_1 (времени прохождения максимумом импульса единичного расстояния) от уровня возбуждения. Из-за того что при $h \rightarrow \infty$ скорость движения импульса стремится к $(b+1)^{-1}$, величина $T_1 = \int_0^1 dX_m W$ асимптотически стремится к $(b+1)$. Из графиков также видно, что с увеличением диффузионного параметра δ время T_1 уменьшается, что связано с ростом скорости движения импульса из-за более быстрого падения концентрации носителей.

6. Аналитическое описание движения импульса в нелинейном случае. При $h \rightarrow \infty$ функции V и \mathcal{D} стремятся к асимптотическим значениям $V_\infty = 1/(b+1)$, $\mathcal{D}_\infty = 2/(b+1)$ и уравнение переноса (8) становится линейным. Его решение аналогично (11), однако с другими значениями V и \mathcal{D} . Зависимость от времени максимальной концентрации в обоих предельных случаях слабого и сильного возбуждения имеет одинаковый функциональный вид

$$\mathcal{N}_m(T) = 1/\sqrt{1 + CT}, \quad C = 4\gamma\delta\mathcal{D}, \quad (13)$$

различаясь лишь значениями коэффициента C , который при $h \ll 1$ равен $4\gamma\delta$ ($\mathcal{D}=1$), а при $h \gg 1$ равен $4\gamma\delta\mathcal{D}_\infty$.

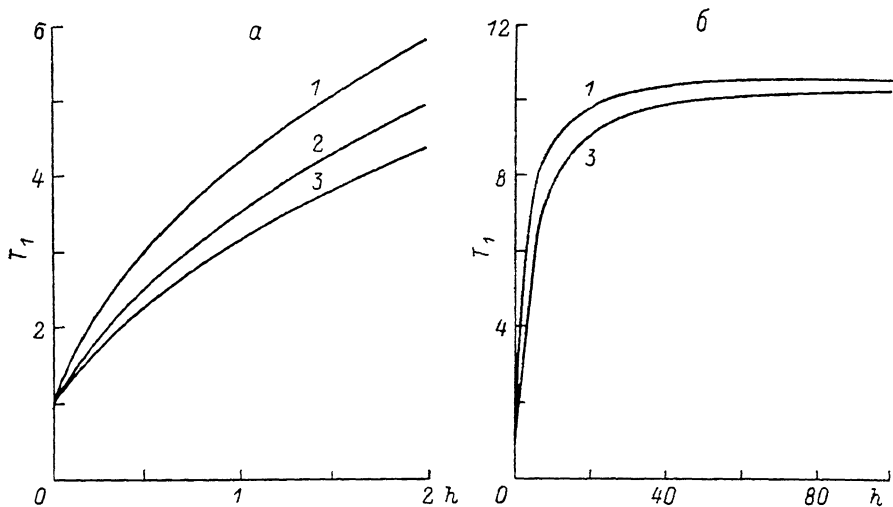


Рис. 3. Зависимость времени прохождения импульсом единичного расстояния от уровня возбуждения h .

б: 1 — 0.1, 2 — 0.3, 3 — 0.5.

Это свойство, а также слабая зависимость $V_m \equiv V(\mathcal{N}_m)$ и $\mathcal{D}_m \equiv \mathcal{D}(\mathcal{N}_m)$ от $\mathcal{N}_m \equiv h\mathcal{N}_m(T)$ [при $h \ll 1$ ($V_m - 1$) $\sim bh$, при $h \gg 1$ ($V_m - 1/(b+1)$) $\sim 1/h$] позволяют предложить приближенный способ вычисления T_1 во всем интервале h , основанный на близости W к V_m и замене истинной зависимости $\mathcal{N}_m(T)$ выражением (13), в котором величина C считается постоянной.

Для координаты максимума $X_m = \int_0^T W dT$, считая $W = V_m$ и используя (12) и (13), после интегрирования имеем зависимость $X_m(T)$, откуда, полагая $X_m(T_1) = 1$, получаем трансцендентное уравнение для расчета T_1

h	$\delta = 0.1$			$\delta = 0.5$		
	T_1 числ.	T_1 (а) анал.	T_1 (б) анал.	T_1 числ.	T_1 (а) анал.	T_1 (б) анал.
0.01	1.060	1.062	1.061	1.036	1.036	1.035
0.1	1.57	1.59	1.55	1.33	1.36	1.32
0.5	3.14	3.28	3.11	2.35	2.53	2.27
1	4.43	4.60	4.40	3.25	3.53	3.16
2	6.10	6.15	5.98	4.60	4.83	4.43
5	8.27	8.10	8.02	6.80	6.79	6.51
10	9.40	9.22	9.19	8.30	8.16	8.02
25	10.41	10.13	10.12	9.70	9.51	9.47
50	10.58	10.49	10.49	10.40	10.13	10.12
100	10.79	10.69	10.69	10.58	10.50	10.49

$$T_1 = 1 + \frac{2hb}{C} \left\{ \sqrt{1 + CT_1} - 1 + h(b+1) \ln \frac{1 + h(b+1)}{\sqrt{1 + CT_1} + h(b+1)} \right\}. \quad (14)$$

Поскольку при таком подходе при умеренных значениях h в выборе постоянной C существует известный произвол, ее величина определялась двумя способами — при $T=0$ (случай a) и при $T=T_1$ (случай b):

$$a) C = 4\gamma\delta\mathcal{D}_0, \quad \mathcal{D}_0 = \frac{1 + 2h}{1 + h(b+1)}, \quad (15)$$

$$b) C = 4\gamma\delta\mathcal{D}, \quad \mathcal{D} = \frac{1 + 2h\mathcal{D}_m(T_1)}{1 + (b+1)h\mathcal{D}_m(T_1)}, \quad \mathcal{D}_m(T_1) = \frac{1}{\sqrt{1 + CT_1}}. \quad (16)$$

В последнем случае величина C была заранее не известна и определялась при совместном решении (14) и (16).

Результаты решения (14) и сравнение с данными численного интегрирования приведены в таблице. Из нее видно, что способ определения T_1 из (14) обеспечивает достаточную для приложений точность. Наибольшие отклонения между численным и аналитическим решениями приходятся на умеренные значения $h \approx 0.5 \div 5$ и в случае b не превосходят 5 %.

В предельных случаях малых и больших значений уровня возбуждения h из (14) следуют асимптотические разложения: при $h \ll 1$

$$T_1 = 1 + \frac{\sqrt{1 + 4\gamma\delta} - 1}{2\gamma\delta} bh, \quad (17)$$

при $h \gg 1$

$$T_1 = b + 1 - \frac{2b}{h} \varphi(z), \quad z = \sqrt{1 + 8\gamma\delta} - 1, \quad \varphi(z) = \frac{1 + z + (z^2/3)}{2 + z}. \quad (18)$$

Из сравнения с данными таблицы следует, что 5 %-я точность выражения (17) достигается при $h \leq 0.1$, а для (18) — при $h \geq 50$.

Заметим, что в нелинейном случае скорость распространения максимума, проходимое расстояние и время T_1 зависят от крутизны начального импульса. Возрастание этого параметра порождает большие градиенты концентрации и аналогично увеличению диффузии.

Авторы благодарят Б. В. Царенкова, А. С. Волкова, А. П. Дмитриева за стимулирующие обсуждения и критические замечания, Н. В. Царенкову за помощь в оформлении графического материала.

Л и т е р а т у р а

- [1] Haynes J. R., Shockley W. — Phys. Rev., 1951, v. 81, N 5, p. 835—843.
- [2] Kroemer H. — RCA Rev., 1957, v. 18, N 3, p. 332—342.
- [3] Константинов О. В., Царенков Г. В. — ФТП, 1976, т. 10, в. 4, с. 720—728.
- [4] Taus J. — Rev. Mod. Phys., 1957, v. 29, N 3, p. 308—324.
- [5] Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М., 1972. 735 с.
- [6] Саульев В. К. Интегрирование уравнений параболического типа методом сеток. М., 1960. 324 с.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Получена 20.04.1987
Принята к печати 6.11.1987