

## ЭКСИТОННЫЕ ПОЛЯРИТОНЫ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ СО СВЕРХРЕШЕТКОЙ

Ивченко Е. Л., Кособукин В. А.

Теоретически исследовано распространение экситонных поляритонов в сверхрешетке, которая образована чередующимися слоями диэлектрика и полупроводника с пространственной дисперсией, определяемой конечной трансляционной массой экситона. Выведено дисперсионное уравнение для нормальных световых волн. В длинноволновом приближении найдены компоненты тензора эффективной диэлектрической проницаемости для рассматриваемой среды со сверхрешеткой. Показано, что в спектре поляритонов, распространяющихся перпендикулярно слоям, возникают щели, положение и ширина которых существенно зависят от толщины слоев сверхрешетки. При наклонном распространении сохраняются эффекты пространственной дисперсии и, в частности, существуют добавочные световые волны.

**1. Введение.** В последнее время значительно возрос интерес к задачам о распространении волн в периодических структурах. Это связано с созданием разнообразных новых материалов, в том числе и полупроводниковых [1], для которых характерно периодическое чередование слоев, имеющих различные физические свойства. Такие структуры, получившие название сверхрешеток (СР), обладают во многих отношениях уникальными свойствами, не сводящимися к объемным свойствам компонентов СР. Для теории волн в сверхрешетках новых типов характерно рассмотрение с учетом частотной дисперсии, обусловленной коллективными возбуждениями той или иной физической природы. С этой точки зрения в сверхрешетках изучались спиновые волны [2], плазмоны [3, 4], поляритоны [5, 6].

В данной работе рассматриваются экситонные поляритоны в сверхрешетке, одним из компонентов которой является полупроводник, обладающий не только частотной, но и пространственной дисперсией диэлектрической проницаемости. Помимо практического интереса, связанного с созданием систем указанного типа [1], этот вопрос имеет самостоятельный теоретический интерес. Дело в том, что при учете пространственной дисперсии, т. е. при конечной эффективной массе экситонов, в однородном кристалле существуют добавочные световые волны (см. обзор [7]). Влияние пространственной дисперсии на спектр световых волн в сверхрешетке рассматривалось ранее в [6] в длинноволновом приближении. В отличие от [6] здесь решена задача об энергетическом спектре экситонных поляритонов в полупроводнике со СР с учетом эффектов локального поля и проведено сравнение результатов, полученных при точном рассмотрении и в приближении эффективной среды.

В разделе 2 получено дисперсионное уравнение для экситонных поляритонов в полупроводнике со СР. В разделе 3 рассмотрена диэлектрическая функция системы с учетом эффектов локального поля. Длинноволновой предел проанализирован в разделе 4. Обсуждение результатов проведено в заключительном разделе.

**2. Дисперсионное уравнение.** Выведем дисперсионное уравнение для нормальных световых волн в бесконечной сверхрешетке, составленной из последовательности двойных слоев (рис. 1). Первый слой имеет толщину  $a$  и характеризуется постоянной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_d$ , второй слой имеет

толщину  $b$  и характеризуется изотропной диэлектрической проницаемостью с резонансным экситонным вкладом [7]

$$\epsilon(\omega, q) = \epsilon_0 \left( 1 + \frac{\omega_{LT}}{\omega_0(q) - \omega} \right), \quad (1)$$

$$\omega_0(q) = \omega_0 + (\hbar q^2 / 2M). \quad (2)$$

Здесь  $\omega_0$  — резонансная частота экситона,  $\omega_{LT}$  — продольно-поперечное расщепление,  $M$  — трансляционная масса экситона,  $\epsilon_0$  — фоновая диэлектрическая проницаемость (в общем случае  $\epsilon_0 \neq \epsilon_d$ ).

Учитывая периодический характер сверхрешетки, будем искать решения системы макроскопических уравнений Максвелла в виде блоховских функций, удовлетворяющих следующим свойствам:

$$E_Q(r) = E_Q(z) e^{iQr_{||}},$$

$$E_Q(z + a + b) = e^{iQz(a+b)} E_Q(z), \quad (3)$$

где  $r_{||}$  — составляющая радиуса-вектора  $r$ , параллельная границе раздела

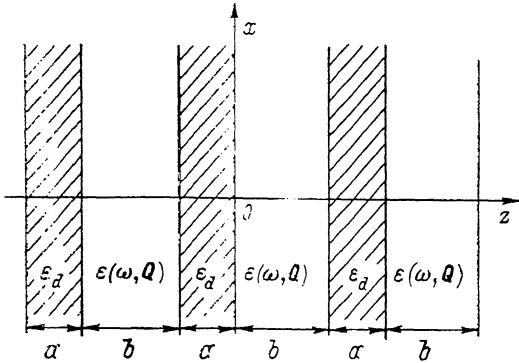


Рис. 1. Чередование слоев в рассматриваемой сверхрешетке.

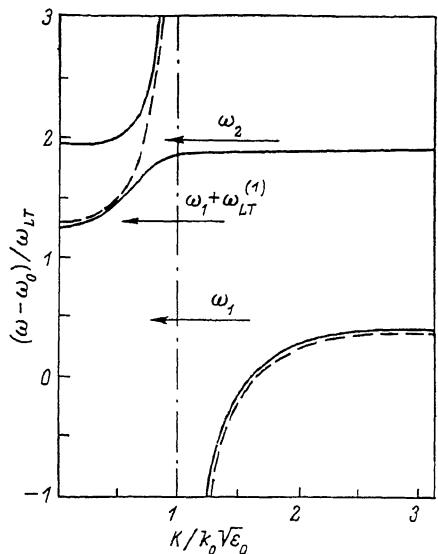


Рис. 2. Дисперсионная кривая для поперечных поляритонов, распространяющихся перпендикулярно слоям полупроводника со сверхрешеткой.

Сплошные линии — расчет по точной формуле (27) при  $M/\mu_0 = 20$ ,  $b\hbar\omega/\epsilon_0 = 1$ ;  $a/b \ll 1$ ; штриховые — расчет в длинноволновом приближении [формула (25)].

между слоями:  $r_{||} = (x, y, 0)$ . Удобно компоненты волнового вектора  $Q$  нормальной волны переобозначить в виде  $\kappa_x$ ,  $\kappa_y$ ,  $K$  соответственно. При этом значения компоненты  $Q_z \equiv K$  лежат в первой зоне Бриллюэна:  $-\pi/(a+b) < K \leq \pi/(a+b)$ .

Внутри каждого слоя электрическое поле  $E_Q(z)$  является суперпозицией плоских волн:

$$E^+ e^{ikx} + E^- e^{-ikx} \quad \text{при } -a < z < 0, \\ \sum_{l=1}^3 (E_l^+ e^{ik_l z} + E_l^- e^{-ik_l z}) \quad \text{при } 0 < z < b. \quad (4)$$

Здесь  $k = (n^2 k_0^2 - \kappa^2)^{1/2}$ ,  $n = \sqrt{\epsilon_d}$ ,  $k_0 = \omega/c$  — волновой вектор света в вакууме, индекс  $l$  нумерует ветви поперечных ( $l = 1, 2$ ) и продольных ( $l = 3$ ) нормальных волн в однородной бесконечной среде с диэлектрической проницаемостью (1). Волновой вектор  $(\kappa_x, \kappa_y, k_l)$  этих волн удовлетворяет дисперсионному уравнению

$$k_l^2 + \kappa^2 = k_0^2 \epsilon(\omega, \sqrt{k_l^2 + \kappa^2}) \quad \text{при } l = 1, 2, \\ \epsilon(\omega, \sqrt{k_l^2 + \kappa^2}) \quad \text{при } l = 3. \quad (5)$$

Для световой волны (3) вклад выделенного экситонного резонанса в поляризацию среды  $P_Q(z)$  в области  $0 < z < b$  связан с амплитудами соотношением

$$4\pi P_Q(z) = \sum_{l=1,2} (n_l^2 - \epsilon_0) (E_l^+ e^{ik_l z} + E_l^- e^{-ik_l z}) - \epsilon_0 (E_3^+ e^{ik_3 z} + E_3^- e^{-ik_3 z}), \quad (6)$$

где показатель преломления  $n_l = (k_l^2 + x^2)^{1/2}/k_0$ . Подстановка полей (4), (6) в максвелловские и дополнительные граничные условия [последние выбираем для определенности в формуле ДГУ Пекара  $P(0) = P(b) = 0$ ] при  $z = 0$  и  $z = b$  с учетом блоховского характера решений приводят к системе алгебраических уравнений для определения амплитуд  $E^\pm$  и  $E_l^\pm$ . Условие ее разрешимости дает дисперсионное уравнение. Мы приведем здесь дисперсионное уравнение для нормальных волн, поляризованных параллельно границе раздела слоев ( $s$ -поляризация, или  $TE$ -мода),

$$\begin{aligned} \cos K(a+b) = & [s_1 \tilde{n}_1 (\eta_2 - 1) + s_1 \tilde{n}_2 (\eta_1 - 1)]^{-1} \left\{ c [c_1 s_2 \tilde{n}_1 (\eta_2 - 1) + c_2 s_1 \tilde{n}_2 (\eta_1 - 1)] + \right. \\ & \left. + s \tilde{n}_1 \tilde{n}_2 (1 - c_1 c_2) + ss_1 s_2 \left[ 1 - \frac{1}{2} \eta_2 (\tilde{n}_1^2 + 1) - \frac{1}{2} \eta_1 (\tilde{n}_2^2 + 1) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\tilde{n}_l = k_l/k, \quad s = \sin ka, \quad c = \cos ka, \quad s_l = \sin k_l b, \quad c_l = \cos k_l b, \quad \eta_l = \gamma_l^{-1} = (n_l^2 - \epsilon_0)/(n_l^2 - \epsilon_0).$$

В нерезонансной области частот, удовлетворяющей неравенству  $|\omega_0 - \omega| > \omega_{LT}$ , так что  $|n_1/n_2|^2 \ll 1$  или  $n_2^2/n_1^2 \ll 1$ , с точностью до членов указанной малости уравнение (7) преобразуется к виду

$$\cos K(a+b) = cc_l - \frac{1}{2} \left( \frac{k_l}{k} + \frac{k}{k_l} \right) ss_l, \quad (8)$$

где  $l = 1$  при  $\omega < \omega_0$  и  $l = 2$  при  $\omega > \omega_L = \omega_0 + \omega_{LT}$ . Уравнение (8) было получено в [6] для оптической сверхрешетки, состоящей из чередующихся слоев с диэлектрическими проницаемостями  $\epsilon_1(\omega)$  и  $\epsilon_2(\omega)$  без учета пространственной дисперсии.

3. *Материальное уравнение с учетом коротковолновых составляющих электрического поля.* Согласно (3), электрическое поле  $E_Q(r)$  можно разложить в ряд Фурье по «векторам обратной решетки»  $G_m = 2\pi m/(a+b)$ :

$$E_Q(r) = e^{i(\mathbf{r}_{||} + Kz)} \sum_m E_Q^{(m)} e^{iG_m z}. \quad (9)$$

В общем случае амплитуда вектора индукции  $D_Q^{(m)}$  связана линейным соотношением со всеми компонентами  $E_Q^{(m')}$ :

$$D_Q^{(m)} = \sum_{m', \beta} \epsilon_{\alpha\beta}^{(m, m')} (\omega, Q) E_Q^{(m')}, \quad (10)$$

где  $\alpha, \beta = x, y, z$ . Для нахождения тензора  $\epsilon^{(m, m')}$  перепишем уравнение для поляризации  $P_Q(z)$  в области  $0 < z < b$

$$\left( -\frac{\hbar}{2M} \nabla^2 + \omega_0 - \omega \right) P_Q(r) = \frac{\epsilon_0}{4\pi} \omega_{LT} E_Q(r), \quad (11)$$

в эквивалентном виде (см., например, [8])

$$P_Q(r) = \frac{\epsilon_0}{4\pi} \omega_{LT} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\psi_j(z)}{\omega_j(z) - \omega} \int_0^b dz' \psi_j(z') E_Q(r_{||}, z'). \quad (12)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \omega_j(z) &= \omega_0(z) + \Omega j^2, \\ \omega_0(z) &= \omega_0 + \hbar z^2/(2M), \quad \Omega = \hbar \pi^2/(2Mb^2), \end{aligned} \quad (13)$$

$\psi_j(z)$  — собственные функции механического экситона в области  $0 < z < b$ :

$$\psi_j(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sin \frac{\pi j z}{b} \quad (j = 1, 2, \dots). \quad (14)$$

Они удовлетворяют граничным условиям  $\psi_j(0) = \psi_j(b) = 0$ , соответствующим ДГУ Пекара.

Подставим разложение (9) в (12) и разложим в ряд типа (9) вектор электрической индукции, который при  $-a < z < 0$  равен  $\epsilon_d E_Q(r)$ , а при  $0 < z < b$  равен  $\epsilon_0 E_Q(r) + 4\pi P_Q(r)$ . В результате получим

$$\begin{aligned} \epsilon_{\alpha\beta}^{(m, m')}(\omega, Q) &= \delta_{\alpha\beta} \epsilon^{(m, m')}(\omega, Q), \\ \epsilon^{(m, m')}(\omega, Q) &= \epsilon_d \delta_{mm'} + (\epsilon_0 - \epsilon_d) \frac{b}{a+b} f(G_{m'-m} b) + \\ &+ \frac{\epsilon_0 \omega_{LT}}{a+b} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{I_j^{(m)*}(K) I_j^{(m')}(K)}{\omega_j(z) - \omega}, \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$I_j^{(m)}(K) = \frac{\pi j}{b} \sqrt{\frac{2}{b}} \frac{(-1)^j e^{i(K+G_m)b} - 1}{(K+G_m)^2 - (\pi j/b)^2}, \quad (16)$$

$$f(t) = (e^{it} - 1)/(it).$$

4. Длинноволновый предел. Уравнение (7) позволяет рассчитать дисперсию  $TE$ -волн при произвольных значениях частоты  $\omega$  и параметров сверхрешетки  $a, b, \epsilon_d, \epsilon_0, \omega_0, \omega_{LT}, M$ . Однако многие важные свойства спектра нормальных световых волн в полупроводнике со СР можно выяснить, не решая точно уравнение (7) с громоздкой правой частью, а используя приближение длинных волн, когда

$$K, k, |k_2|, \sqrt{\epsilon_0} k_0 \ll k_1, (a+b)^{-1}, \quad (17)$$

а величина  $k_1(a+b)$  порядка единицы.

Удобно ввести величину  $\mu_0 = \hbar \epsilon_0 (\omega_0/c)^2 / (2\omega_{LT})$ , имеющую размерность массы (см. [7]). В полупроводниках для основного экситонного состояния эффективная масса  $M$  обычно превышает  $\mu_0$  (в полупроводниках  $A^{II}B^{VI}$   $M \gg \mu_0$ ). Тогда в области частот

$$\sqrt{\frac{M}{\mu_0}} \frac{\omega - \omega_0}{\omega_{LT}} \gg 1 \quad (18)$$

неравенства  $|k_2|, \sqrt{\epsilon_0} k_0 \ll k_1$  в (17) выполнены заведомо, и, кроме того, можно использовать приближенные соотношения

$$n_2^2 - \epsilon_0 \simeq \frac{\epsilon_0 \omega_{LT}}{\omega_0 - \omega}, \quad n_1^2 \simeq \epsilon_0 \frac{M}{\mu_0} \frac{\omega - \omega_0}{\omega_{LT}}. \quad (19)$$

Анализ длинноволнового предела (17) мы начнем с частного случая волн, распространяющихся по оси  $z(x=0)$ . Разлагая функции  $\cos K(a+b)$ ,  $\sin ka$ ,  $\cos ka$ ,  $\sin k_2 b$ ,  $\cos k_2 b$  во втором порядке по малым параметрам  $K(a+b)$ ,  $ka$  и  $k_2 b$ , в наимизшем порядке — по параметру  $|k_2|/k_1 \ll 1$ , получим дисперсионное уравнение

$$\begin{aligned} (K/k_0)^2 &= \tilde{\epsilon}(\omega), \\ \tilde{\epsilon}(\omega) &= \langle \epsilon \rangle + p(n_2^2 - \epsilon_0) \left[ 1 - \frac{\operatorname{tg}(k_2 b/2)}{(k_1 b/2)} \right], \end{aligned} \quad (20)$$

где  $p = b/(a+b)$ ,  $\langle \epsilon \rangle = \epsilon_d(1-p) + \epsilon_0 p$ .

Функция  $\tilde{\epsilon}(\omega)$  совпадает с компонентой  $\epsilon^{(0, 0)}(\omega, Q=0)$  тензора (15), которая в рассматриваемом частном случае принимает вид

$$\epsilon^{(0, 0)}(\omega, 0) = \langle \epsilon \rangle + \epsilon_0 \sum_{N=0}^{\infty} \frac{i \omega_{LT}^{(2N+1)}}{\omega_{2N+1}(0) - \omega}, \quad (21)$$

$$\omega_{LT}^{(2N+1)} = \frac{Sp}{\pi^2 (2N+1)^2} \omega_{LT}. \quad (22)$$

Чтобы свести (20) к (21), нужно воспользоваться представлением (см. например, [9])

$$\frac{\operatorname{tg} z}{z} = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{N=0}^{\infty} \frac{z^2}{(2N+1)^2 (z^2 - [(2N+1)\pi/2]^2)}, \quad (23)$$

и приближенными соотношениями (19).

При  $\omega \neq 0$  распространение нормальных световых волн в рассматриваемом приближении описывается тензором эффективной диэлектрической проницаемости  $\epsilon$ , имеющим две линейно независимые компоненты,

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \epsilon_{yy} = \epsilon^{(0, 0)}(\omega, z), \\ \epsilon_{zz} &= \langle \epsilon^{-1} \rangle^{-1} \left[ 1 + \sum_{N=0}^{\infty} \frac{\omega_{LT}^{(2N+1)}}{\omega_{2N+1}(z) - \omega} \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

Здесь  $\langle \epsilon^{-1} \rangle = (1-p)\epsilon_d^{-1} + p\epsilon_0^{-1}$ , а  $\epsilon^{(0, 0)}(\omega, z)$  отличается от  $\epsilon^{(0, 0)}(\omega, 0)$  заменой в (21) частоты  $\omega_{2N+1}(0)$  на частоту  $\omega_{2N+1}(z)$ . При выводе (24) учтено, что из-за непрерывности при  $z=0$  и  $z=b$  тангенциальных составляющих электрического поля и нормальной составляющей электрической индукции в длинноволновом приближении компоненты поля  $E_x, E_y$  в каждом слое совпадают с «макроскопическим» полем, получаемым усреднением по периоду  $(a+b)$ , а нормальная составляющая поля в слое толщиной  $a$  или  $b$  отличается от «макроскопического» поля в  $(\epsilon_d \langle \epsilon^{-1} \rangle)^{-1}$  или  $(\epsilon_0 \langle \epsilon^{-1} \rangle)^{-1}$  раз соответственно. Отметим, что при ДГУ, отличных от ДГУ Пекара, выражение для  $\epsilon_{zz}$  имеет более сложный вид.

5. Обсуждение результатов. Для простоты в дальнейшем мы проанализируем случай  $\epsilon_d = \epsilon_0$ . В этом случае все три диагональные компоненты тензора  $\epsilon$  совпадают, и в длинноволновом приближении нормальными световыми волнами являются или поперечные волны с  $E \perp Q$ , или продольные волны с  $E \parallel Q$ , дисперсионное уравнение для которых имеет соответственно вид

$$(Q/k_0)^2 = \epsilon(\omega, Q) \text{ или } \epsilon(\omega, Q) = 0, \quad (25)$$

где

$$\epsilon(\omega, Q) = \epsilon_0 \left[ 1 + \sum_{N=0}^{\infty} \frac{\omega_{LT}^{(2N+1)}}{\omega_{2N+1} + \frac{\hbar Q^2}{2M(\theta)} - \omega} \right], \quad (26)$$

$\omega_{2N+1} = \omega_{2N+1}(0)$ ,  $M(\theta) = M/\sin^2 \theta$ ,  $\theta$  — угол между направлением вектора  $Q$  и осью  $z$ . Согласно (26), рассматриваемая среда в области частот  $\omega_{2N+1}$  характеризуется аномальной дисперсией: вблизи этих частот световая прямая  $\omega = cQ/\sqrt{\epsilon_0}$  пересекается с кривыми дисперсии механического экситона  $\omega = \omega_{2N+1} + \pm \hbar Q^2/[2M(\theta)]$  и происходит перестройка спектра с образованием поляритонов, т. е. гибридных возбуждений из объемных фотонов и экситонов, локализованных в слоях толщиной  $b$ . При наклонном распространении волны эффективная масса  $M(\theta)$  конечна, и в рассматриваемой среде со СР, так же как и в однородной среде с пространственной дисперсией, существуют добавочные световые волны. При распространении вдоль слоев, т. е. при  $\theta = \pi/2$ ,  $M(\theta) = M$  и эффекты пространственной дисперсии максимальны. При нормальном распространении, когда  $\theta = 0$  или  $\pi$  и  $M(\theta) = \infty$ , пространственная дисперсия диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  исчезает и каждому значению  $\omega$  отвечает единственное значение  $K$ . Отсутствие дополнительных световых волн в этом случае физически объясняется невозможностью «механического» переноса энергии возбуждения вдоль оси  $z$ , так как слой толщиной  $a$  является безэкситонным, а туннелированием экситонов между слоями пренебрегается. Для феноменологического учета процессов релаксации можно в (26) заменить  $\omega_{2N+1}$  на  $\omega_{2N+1} - i(\Gamma/2)$ , где  $\Gamma$  — затухание экситонов.

На рис. 2, 3 приведены кривые дисперсии для экситонных поляритонов в полупроводнике со СР для двух значений толщины  $b$ , при которых  $bk_0/\sqrt{\epsilon_0} = 1$  и 2 соответственно. Дисперсионные кривые рассчитаны для нормально распространяющихся поляритонов в частном случае  $(a/b) \ll 1$ , таком, что туннелированием экситонов между слоями можно по-прежнему пренебречь, и применено уравнение (7), в котором можно переходить к пределу  $a \rightarrow 0$  и оно преобразуется к виду (при  $\epsilon_a = \epsilon_0$ )

$$\cos Kb = \frac{c_1 s_2 n_1 (n_2^2 - \epsilon_0) - c_2 s_1 n_2 (n_1^2 - \epsilon_0)}{s_2 n_1 (n_2^2 - \epsilon_0) - s_1 n_2 (n_1^2 - \epsilon_0)}. \quad (27)$$

Сравнение дисперсионных кривых, рассчитанных по точной и приближенным формулам, показывает, что при  $bk_0/\sqrt{\epsilon_0} \leq 1$  можно пользоваться приближением длинных волн. Для приближенного описания спектра в области диоптически запрещенных состояний (14) с  $j=2N$  ( $N=1, 2, \dots$ ) нужно включить в выражение (26) для  $\tilde{\epsilon}$  слагаемые  $\epsilon_0 \omega_{LT}^{(2N)} / [\omega_{2N}(x) - \omega]$ , где  $\omega_{LT}^{(2N)} = (Kb)^2 \omega_{LT}^{(1)} / (4N)^2$ . При  $bk_0/\sqrt{\epsilon_0} > 1$  условия приближения длинных волн (17) нарушаются, и расчет энергетического спектра нормальных волн в области продольной частоты  $\omega_L$  нужно проводить с использованием точных формул (7) или (27).

До сих пор предполагалось, что толщина слоя  $b$  превышает боровский радиус экситона

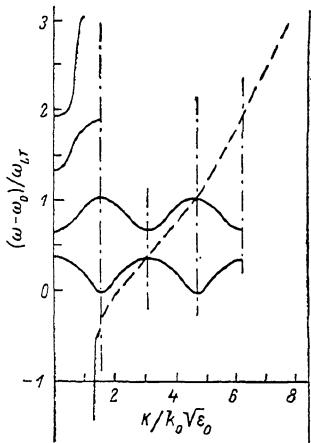


Рис. 3. Дисперсионная кривая для поперечных поляритонов, распространяющихся перпендикулярно слоям полупроводника со сверхрешеткой.

Сплошные линии — расчет по формуле (27) при  $M/\mu_0 = 20$ ,  $bk_0/\sqrt{\epsilon_0} = 2$ ;  $a/b \ll 1$  (для удобства две ветви изображены в схеме расширенных зон); штриховая — дисперсионная зависимость экситонных поляритонов ветви  $l$  в однородной среде с диэлектрической проницаемостью (4). Штрихpunktирные вертикальные прямые  $i=1-4$  указывают значения волнового вектора  $K=i\pi/b$ , кратные половине вектора обратной решетки  $G_i$ .

в однородной среде  $a_B = \epsilon_0 \hbar^2 / m e^2$  ( $m$  — приведенная масса электрона и дырки, образующих экситон). При малой толщине  $b$ , при которой происходит размерное квантование состояний электронов и дырок, нужно учитывать изменение матричного элемента оптического возбуждения экситона при переходе от трехмерного случая к двумерному. Для нижнего экситонного резонанса в этом случае величина продольно-поперечного расщепления  $\omega_{LT}^{(1)} = (8/\pi^2) \rho \omega_{LT}$  в (26) заменяется на величину  $\pi^2 (a_B/b) \omega_{LT}^{(1)} = 8 \omega_{LT} a_B / (a + b)$ , где по-прежнему  $\omega_{LT}$  — продольно-поперечное расщепление экситона в однородной среде.

Экспериментально экситонные поляритоны в полупроводниках со СР можно изучать по спектрам оптического пропускания или зеркального отражения, спектрам экситонной люминесценции и резонансного мандельштам-брюллюновского рассеяния. В частности, в спектре отражения при нормальном падении света должны наблюдаться области остаточных лучей, положение и ширина которых существенно зависят от толщины слоев  $a$  и  $b$ .

В областях остаточных лучей полубесконечной СР с эффективным диэлектрическим тензором (24) возможно существование поверхностных экситонных поляритонов [10]. Для них эффекты пространственной дисперсии будут проявляться в зависимости энергии от двумерного волнового вектора  $x$ , лежащего в плоскости слоев СР (поверхность кристалла может быть параллельна или перпендикулярна оси СР).

В заключение отметим, что представляет интерес изучить, каким образом на спектр поляритонов влияют дефекты (отклонения от строгой периодичности) СР. Как и в задаче о плазмонах в полупроводнике со СР [11], дефекты могут быть связаны с нарушением геометрии СР, определяемой параметрами  $a$  и  $b$ , или диэлектрических свойств, заданных функциями (1) и (2).

Авторы благодарны А. В. Селькину и И. Н. Уральцеву за полезное обсуждение работы.

## Л и т е р а т у р а

- [1] Силин А. П. Полупроводниковые сверхрешетки. — УФН, 1985, т. 147, в. 3, с. 485—521.
- [2] Camley R. E., Rahman T. S., Mills D. L. — Phys. Rev., 1983, v. B27, N 1, p. 261—277.
- [3] Camley R. E., Mills D. L. — Phys. Rev., 1984, v. 29, N 4, p. 1695—1706.
- [4] Xue D. P., Tsai C. H. — Sol. St. Commun., 1985, v. 56, N 8, p. 651—654.
- [5] Shi H., Tsai C. H. — Sol. St. Commun., 1984, v. 52, N 12, p. 953—954.
- [6] Agranovich V. M., Kravtsov V. E. — Sol. St. Commun., 1985, v. 55, N 1, p. 85—90.
- [7] Ивченко Е. Л. Эффекты пространственной дисперсии в области экситонного резонанса. — В кн.: Экситоны / Под ред. Э. И. Ращбы, М. Д. Стерджа. М., 1985, с. 107—129.
- [8] Киселев В. А., Макаренко И. В., Разбирин Б. С., Уральцев И. Н. Размерное квантование экситонов. — ФТТ, 1977, т. 19, в. 8, с. 1348—1355.
- [9] Смирнов В. И. Курс высшей математики, т. III. М., 1974.
- [10] Поверхностные поляритоны / Под ред. В. М. Аграновича, Д. Л. Миллса. М., 1985. 525 с.
- [11] Кособукин В. А. Локальные плазменные колебания в сверхрешетке двумерного электронного газа. — ФТТ, 1986, т. 28, в. 7, с. 1965—1969.

Физико-технический институт  
им. А. Ф. Иоффе АН СССР  
Ленинград

Получена 18.03.1987  
Принята к печати 17.04.1987