В заключение автор выражает глубокую признательность Э. И. Рашбе за полезные обсуждения и Л. В. Гаспарову за помощь в эксперименте.

Список литературы

[1] Кулаковский В. Д., Мисочко О. В., Тимофеев В. Б. и др. // Письма в ЖЭТФ. 1987. Т. 46. № 11. С. 460—462.
[2] Thomsen C., Liu R., Wittlin A. et al. // Sol. St. Comm. 1988. V. 65. N 1. P. 55—59.
[3] McCarty K. F., Hamilton J. C., Shelton R. N., Ginley D. S. // Phys. Rev. B. 1988. V. 38. N 4. P. 2914—2917.
[4] Crimsditch M., Cardona M., Calleja J. M., Meseguer F. // J. Raman Spectroscopy. 1981. V. 10. P. 77—81.
[5] Kulakovskii V. D., Misochko O. V., Timofeev V. B., Emelchenko C. A. // Physica C. 1988. V. 153—155. P. 286—287.
[6] Gasparov L. V., Kulakovskii V. D., Misochko O. V. et al. // J. Opt. Soc. Am. B. 1989. V. 6. N 3. P. 440—448.
[7] Рашба Э. И., Шерман Е. Я. // Письма в ЖЭТФ. 1988. Т. 47. № 8. С. 404—406.
[8] Humlìček J., Carriga M., Cardona M. et al. // Sol. St. Comm. 1988. V. 66. N 8. P. 1077—1079.
[9] Cooper S. L., Klein M. V., Pazov B. G. et al. // Phys. Rev. B. 1988. V. 37. N 10. P. 5920—5924.

Институт физики твердого тела
АН СССР
Черноголовка
Московская область

Поступило в Редакцию
24 января 1989 г.
В окончательной редакции
22 мая 1989 г.

УДК 537.311.322

Физика твердого тела, том 31, в. 11, 1989
Solid State Physics, vol. 31, N 11, 1989

О РАВНОВЕСНОЙ ПЛОТНОСТИ ТОКА ДВУМЕРНЫХ ЭЛЕКТРОНОВ В СКРЕЩЕННЫХ МАГНИТНОМ И ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЯХ

Г. Г. Самсонидзе

Рассмотрим двумерный электронный газ в плоскости $z=0$. Предположим, что магнитное поле H направлено вдоль оси z, вдоль оси x действует потенциал $U(x)$, ограничивающий полосу конечной толщины, в которой находится электронный газ. Кроме того, вдоль x действует однородное электрическое поле E. Вдоль оси y мы предположим периодические граничные условия с периодом L_y. Таким образом, рассматривается двумерная система конечных по x размеров и бесконечная вдоль оси y. Будем считать, что электронный газ находится в состоянии термодинамического равновесия, так что вдоль оси x существует градиент концентрации. При этом возникает вопрос о плотности холловского тока $j_y(x)$, направленного по y. В настоящей работе показано, что эта величина отлична от нуля, но полный ток $I_y = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} j_y(x)\,dx$ в состоянии термодинамического равновесия равен нулю. Таким образом, соотношение Эйнштейна отсутствует для плотности тока, но справедливо для полного тока J_y. Это обстоятельство было впервые указано в работе [1] для трехмерного случая. В [2] получен тот же результат в двумерном случае в предположении, что потенциал $U(x)$ образует две бесконечные стенки, между которыми находится свободный электронный газ. Электрическое поле E в [2] предполагалось слабым. Ниже мы рассмотрим произвольный потенциал $U(x)$ и произвольное электрическое поле E.

Гамильтониан электрона представим в виде

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} + \frac{[\hat{p}_y - (e/c)\, Hx]^2}{2m} + U(x, E), \quad (1)$$

где $U(x, E)$ — потенциальная энергия, включающая электрическое поле. Для начала будем считать, что $U(x, E)$ квадратично зависит от координаты x

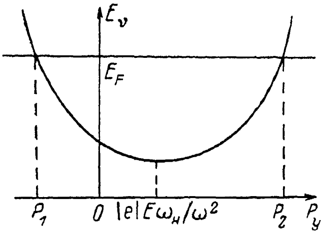
$$U(x, E) = m\omega^2 x^2/2 - eEx. \quad (2)$$

Это упрощение вводится для наглядности и простоты изложения. Ниже мы покажем, что результат не зависит от конкретной формы $U(x, E)$.

Энергетический спектр электронов в потенциальном поле (2) имеет вид

$$E_\nu = \hbar\Omega\left(n + \frac{1}{2}\right) + \frac{(p_y - |e|\, E\omega_H/\omega^2)^2}{2m_*} - \frac{(|e|\, E\Omega/\omega^2)^2}{2m_*}. \quad (3)$$

Здесь $\Omega = \sqrt{\omega_H^2 + \omega^2}$ — частота колебаний осцилляторов Ландау, $\omega_H = |e|\, H/mc$ — циклотронная частота, $m_* = m\Omega^2/\omega^2$ — эффективная



Зависимость n-го энергетического уровня электронов проводимости от поперечного импульса p_y в случае параболического потенциала (2).

масса электрона вдоль y, а индекс «ν» обозначает набор возможных значений квантовых чисел: n (номер уровня Ландау) и p_y (проекции импульса на ось y). Воспользовавшись квантовомеханическим выражением для плотности тока, конкретным видом волновой функции $\psi_\nu(x, y)$ и соотношением (3), легко показать, что холловский ток в состоянии ν

$$I_{\nu y} = \int_{-\infty}^{+\infty} j_{\nu y}(x)\, dx$$

имеет вид

$$I_{\nu y} = \frac{e}{m_* L_y}\left(p_y - \frac{|e|\, E\omega_H}{\omega^2}\right) \equiv \frac{e}{L_y}\frac{\partial E_\nu}{\partial p_y}. \quad (4)$$

Для получения полного тока I_y в состоянии термодинамического равновесия следует просуммировать $I_{\nu y}$ по всем состояниям ν с учетом их заполнения

$$I_y = \sum_\nu f(E_\nu)\, I_{\nu y}, \quad (5)$$

где $f(E_\nu)$ — функция распределения Ферми—Дирака.

Предположим сначала, что $T=0$. Легко показать, что в этом случае холловский ток от каждого уровня Ландау (I_{ny}) тождественно равен нулю.[1] Действительно,

$$I_y = \frac{e}{2\pi\hbar}\sum_n \int_{p_\perp}^{p_2} \frac{\partial E_\nu}{\partial p_y}\, dp_y = \frac{e}{2\pi\hbar}\sum_n \{E_\nu(p_2) - E_\nu(p_1)\} = 0, \quad (6)$$

[1] В предельном случае бесконечного образца ($\omega=0$) из (4) легко получить, что $I_{\nu y} = (-ec/L_y)(E/H)$ и поперечный холловский ток, как и следовало ожидать, в этом случае отличен от нуля.

где $E_\nu(p_2)=E_\nu(p_1)=E_F$, поскольку при $T=0$ все электронные состояния с $E<E_F$ заняты (см. рисунок). Таким образом, несмотря на то что электрическое поле смещает уровни Ландау относительно p_y, суммарный ток от каждого уровня тождественно равен нулю, поскольку он зависит от групповой скорости электронов.

Из проведенного нами выше исследования видно, что для определения полного тока J_y вовсе необязательно знать зависимость волновой функции электрона от координаты x. Это позволяет решить задачу в более общем случае произвольного потенциала $U(x, E)$. В самом деле, решение уравнения Шредингера с гамильтонианом (1) представимо в виде

$$\psi_\nu(x, y)=\frac{1}{\sqrt{L_y}}\exp\left(\frac{i}{\hbar}p_y y\right)\varphi_\nu(x),$$

где $\varphi_\nu(x)$ — неизвестная функция, $\nu=(n, p_y)$ — набор квантовых чисел, причем n уже не имеет смысла номера уровня Ландау. Воспользовавшись известным соотношением

$$\overline{(\partial\hat{H}/\partial p_y)_{\nu\nu}}=\partial E_\nu/\partial p_y$$

и квантовомеханическим выражением для плотности тока одного электрона, получим, что и в этом случае

$$I_{\nu y}=\frac{e}{L_y}\frac{\partial E_\nu}{\partial p_y}.$$

Интегрирование по p_y и здесь приводит к тождественному равенству нулю поперечного тока I_{ny} от каждого дискретного уровня n, поскольку $E_\nu(p_2)=E_\nu(p_1)=E_F$.

Полученный выше результат легко обобщить на более общий случай ненулевых температур ($T>0$). Для этого следует лишь модифицировать соотношение (6). В соответствии с (5) имеем

$$I_y=\frac{e}{2\pi\hbar}\sum_n\int_{-\infty}^{+\infty}f(E_\nu)\frac{\partial E_\nu}{\partial p_y}dp_y. \qquad (7)$$

Вводя вспомогательную функцию

$$g_n(p_y)=-\int_{E_\nu}^{\infty}f(E)\,dE$$

и полагая $E_\nu(+\infty)=E_\nu(-\infty)=\infty$ (что соответствует неявному учету границ), получим, что вклад от каждого дискретного уровня в холловский ток I_y тождественно равен нулю. В самом деле,

$$I_y=\frac{e}{2\pi\hbar}\sum_n\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dg_n(p_y)}{dp_y}dp_y=\frac{e}{2\pi\hbar}\sum_n\{g_n(\infty)-g_n(-\infty)\}\equiv 0.$$

Таким образом, в скрещенных магнитном и электрическом полях поверхностные диамагнитные токи компенсируют объемный ток ($I_y=0$). Важно, что в состоянии термодинамического равновесия компенсация всегда является полной и не зависит от конкретного вида потенциальной энергии электронов $U(x, E)$.

В заключение автор благодарит А. Л. Эфроса за постановку задачи и многочисленные ее обсуждения.

Список литературы

[1] Образцов Ю. Н. // ФТТ. 1964. Т. 6. № 2. С. 414—421.
[2] Hajdu J., Gummich U. // Sol. St. Comm. 1984. V. 52. N 12. P. 985—988.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Поступило в Редакцию
22 мая 1989 г.