

УДК 537.312.62

ВЕРХНЕЕ КРИТИЧЕСКОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В СВЕРХПРОВОДНИКЕ С ПЕРИОДИЧЕСКИ РАСПОЛОЖЕННЫМИ ПЛОСКОСТЯМИ ДВОЙНИКОВАНИЯ

Л. Н. Булаевский, М. В. Зыскин

Рассмотрен сверхпроводник с периодически расположенными параллельными плоскостями двойникования. Предполагается, что на плоскости двойникования притяжение электронов сильнее, чем в объеме. Найдена температурная зависимость верхнего критического магнитного поля, параллельного плоскостям двойникования.

1. В высокотемпературных сверхпроводниках типа $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ обнаружена двойниковая структура с плоскостями двойникования (ПД). В большинстве исследованных образцов плоскости двойникования были расположены регулярно с периодом L порядка 200—2000 Å [1-4]. Вблизи ПД спаривательное взаимодействие может быть более сильным, чем в объеме. Такая ситуация реализуется в олове, ниобии и ряде других металлов, и в них вблизи ПД наблюдается локализованная сверхпроводимость с критической температурой T_c , большей, чем объемная критическая температура T_{c0} [5]. В [5-7] для описания локализованной сверхпроводимости используется модифицированный функционал Гинзбурга—Ландау

$$F = \int d\mathbf{r} \left\{ \frac{1}{8\pi} (\mathbf{B} - \mathbf{H})^2 + \frac{1}{4m} \left| \left(\nabla - \frac{2ie}{c} \mathbf{A} \right) \psi \right|^2 + a |\psi|^2 + \frac{b}{2} |\psi|^4 - \gamma \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(x - nL) |\psi|^2 \right\}, \quad (1)$$

где $a = \tau/\eta$, $\tau = (T - T_{c0})/T_{c0}$, и параметры η , b задаются обычными для объемного случая выражениями. Член с δ -функциями описывает локальное повышение температуры сверхпроводящего перехода на плоскостях двойникования с координатами $x_n = Ln$.

В настоящее время условия для сверхпроводящего спаривания на границах двойников в высокотемпературных сверхпроводниках окончательно не выяснены [8-10]. Наблюдение двух аномалий в температурной зависимости теплоемкости [11] и корневой зависимости верхнего критического магнитного поля $H_{c2\parallel}$, параллельного ПД, от температуры вблизи сверхпроводящего перехода [1] можно объяснить в рамках представлений о сверхпроводимости, локализованной вблизи ПД с непрерывным на ПД параметром порядка [7, 8, 10]. Так, высокотемпературную аномалию теплоемкости можно связать с появлением локализованной сверхпроводимости вблизи ПД в точке T_c , а вторую — с объемным переходом в точке T_{c0} . Корневая зависимость $H_{c2\parallel}$ от температуры вблизи T_c также характерна для сверхпроводимости, локализованной на уединенной ПД. Действительно, для локализованной сверхпроводимости в случае слабых полей (вблизи T_c) член $e^2/mc^2 H^2 x^2$ в уравнении ГЛ для ψ можно учесть по теории возмущений, сдвиг температуры перехода в зависимости от поля будет при этом квадратичным, т. е.

$$H_{c2\parallel} = \Phi_0 / [\sqrt{2} \pi \xi^2 (\tau_0) (1 - t)^{1/2}],$$

где Φ_0 — квант потока, $t = (T - T_{c0}) / (T_c - T_{c0})$, $\tau_0 = (T_c - T_{c0}) / T_{c0}$ и $\xi(\tau_0) = (2m\gamma)^{-1/2}$ есть характерный размер, на котором локализован параметр порядка в точке T_c .

Поведение теплоемкости в системе регулярно расположенных ПД исследовано в [10, 11]. В настоящей статье мы рассмотрим температурную зависимость верхнего критического магнитного поля в системе регулярно расположенных ПД. Здесь в точке T_c сверхпроводящий зародыш локализован во всем ПД и зависимость $H_{c2\parallel}$ от температуры должна быть линейной. Мы найдем интервал температур, где наблюдается такая линейная зависимость, и проследим переход от нее к корневой зависимости по мере понижения температуры.

2. Из функционала (1) получаем линейное уравнение ГЛ для ψ , из которого $H_{c2\parallel}$ определяется как то наибольшее значение H при данной температуре, при котором уравнение имеет нетривиальное решение. Уравнение для параметра порядка имеет вид

$$\frac{1}{2} (-i\nabla - \mathbf{A})^2 \Phi - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(x - nl) \Phi + \frac{t}{2} \Phi = 0, \quad (2)$$

где мы перешли к безразмерным переменным

$$x' = x/\xi(\tau_0), \quad \Phi = \psi/(\eta b/\tau_0)^{1/2}, \quad h = H2\pi\xi^2(\tau_0)/\Phi_0, \quad l = L/\xi(\tau_0).$$

Штрих у x здесь и далее опущен. Уравнение (2) имеет вид уравнения Шредингера с энергией $E = -t/2$ для движения частицы в периодическом потенциале из δ -функций в магнитном поле. Поэтому мы можем использовать далее методы, развитые для определения спектра электронов (зонной структуры) в решетке и в присутствии магнитного поля. В калибровке $A_x = A_x = 0$ и $h = \partial A_y / \partial x$ достаточно рассматривать решения Φ , зависящие только от x .

При $h=0$ собственными функциями (2) будут блоховские волны с квазиимпульсом $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ и собственными значениями энергии $\epsilon_n(\mathbf{k}) = \epsilon_n(k_x) + k_y^2/2$ в зоне с номером n . В достаточно слабых полях собственные значения E можно получить из гамильтониана эффективной массы

$$H_0 = \frac{A_y^2}{2} + \epsilon_0 \left(-i \frac{\partial}{\partial x} \right), \quad (3)$$

т. е. заменить в спектре $\epsilon_0(\mathbf{k})$ для низшей зоны k_y на A_y и k_x на оператор $(-i \partial/\partial x)$. Действительно, Кон [12] показал, что собственные значения энергии (2) зоны n можно получить из эффективного гамильтониана \tilde{H}_n , который для кристалла с центром инверсии разлагается по четным степеням h

$$\tilde{H}_n = \epsilon_n(\mathbf{P}) + h^2 H_{n,2}(\mathbf{P}) + h^4 H_{n,4}(\mathbf{P}) + \dots, \quad (4)$$

где $\mathbf{P} = -i\nabla - \mathbf{A}$. Ниже мы используем приближение эффективной массы, а затем оценим область полей, где такой подход оправдан.

При $h=0$ блоховские собственные функции (2) на интервале $0 < x < l$ имеют вид

$$\begin{aligned} \varphi_{0k}(x) &= \alpha_0(k) \left[\text{ch } q_{0k}x + \left(\frac{e^{ikl} - \text{ch } q_{0k}l}{\text{sh } q_{0k}l} \right) \text{sh } q_{0k}x \right], \\ q_{0k} &= \sqrt{2|\epsilon_{0k}|}, \quad \epsilon_{0k} < 0, \\ \varphi_{ik}(x) &= \alpha_i(k) \left[\cos q_{ik}x + \left(\frac{e^{ikl} - \cos q_{ik}l}{\sin q_{ik}l} \right) \sin q_{ik}x \right], \\ q_{ik} &= \sqrt{2\epsilon_{ik}}, \quad \epsilon_{ik} > 0, \quad i = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (5)$$

Функции $\alpha_n(k)$ определяются из условия нормировки и условия $\text{Im } \alpha_n(k) = 0$. Величины q_{nk} связаны с k соотношениями

$$\cos kl = \text{ch } q_{0k}l - \frac{\text{sh } q_{0k}l}{q_{0k}}, \quad \cos kl = \cos q_{ik}l - \frac{\sin q_{ik}l}{q_{ik}}, \quad i = 1, 2, \dots \quad (6)$$

Из (5), (6) получаем, что при $h=0$ критическая температура $t_0 = -2\varepsilon_0$, о дается соотношением $\exp(\sqrt{t_0}l) = (t_0^{1/2} + 1)/(t_0^{1/2} - 1)$ [5], из которого следуют предельные случаи

$$t_0 = 1 + 4e^{-l}, \quad l \gg 1; \quad t_0 = 2/l, \quad l \ll 1. \quad (7)$$

Теперь мы можем найти наклон линейного участка кривой $h_{c21}(t)$, пользуясь приближением эффективной массы. Ограничиваясь в разложении ε_{0p} по p квадратичными членами, получаем уравнение

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial p^2} + \frac{p^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \varepsilon_{0k}}{\partial k^2} \right)_{k=0} \right\} \Phi = \frac{t_0 - t}{2} \Phi, \quad (8)$$

решение которого дает

$$\begin{aligned} (dh_{c21}/dt)_{h \rightarrow 0}^{-1} &= lt_0^{3/4} / [(1 + lt_0 - l) \text{sh}(\sqrt{t_0}l) - l\sqrt{t_0}]^{1/2}, \\ \left(\frac{dh_{c21}}{dt} \right)_{h \rightarrow 0}^{-1} &= \begin{cases} l\sqrt{2} e^{-l/2}, & l \gg 1, \\ 1, & l \ll 1. \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

Зависимость $(dh_{c21}/dt)_{h \rightarrow 0}^{-1}$ от l показана на рис. 1.

Поведение $h_{c21}(t)$ легко найти в предельном случае $l \gg 1$. При $l \gg 1$ имеем $q_{0k} = 1 + 2 \exp(-l) \cos kl$. В рамках метода эффективной массы (т. е. при достаточно малых h) уравнение на собственные значения энергии гамильтониана (3) сводится к каноническому уравнению Матье. Решение его дает зависимости

$$\begin{aligned} t_0 - t &= \sqrt{2} h l e^{-l/2} - \frac{h^2 l^2}{16} - \frac{(hl)^3 e^{l/2}}{\sqrt{2} \cdot 2^3}, \quad h \ll l^{-1} e^{-l/2}, \\ t - 1 &= 8e^{-2l} / (h^2 l^2), \quad h \gg l^{-1} e^{-l/2}. \end{aligned} \quad (10)$$

Зависимость h_{c21} от t в этом приближении показана на рис. 2 штрихом. При $1 < t < 1 + 4e^{-l} \equiv t_0$ кривая $h_{c21}(t)$ имеет положительную кривизну и при $h \ll 16 \sqrt{2} l^{-1} e^{-l/2}$, т. е. $t - t_0 \ll t_0 - 1$, зависимость линейна. При $t \rightarrow 1$ поле h_{c21} , определяемое в рамках метода эффективной массы, стремится к бесконечности, но в этой области это приближение уже неприменимо и нужно использовать исходное уравнение (2). Действительно, оценивая по теории возмущений поправку от члена $h^2 H_{0,2}$ в разложении (4) метода эффективной массы аналогично [12], убеждаемся, что член $h^2 H_{0,2}$ мал по сравнению с основным членом в интервале температур $1 + e^{-l}/l^2 < t < 1 + 4e^{-l} = t_0$. В этой области $h_{c21} < 2e^{-l/2}$.

В достаточно сильных полях температурная зависимость h_{c21} будет мало отличаться от температурной зависимости верхнего критического поля, параллельного уединенной плоскости двойникового. Действительно, в сильных полях сверхпроводящий зародыш будет локализован на одной из плоскостей двойникового и δ -потенциалы, соответствующие остальным ПД, могут быть учтены по теории возмущений.

В нулевом порядке теории возмущений параметр порядка, локализованный на плоскости двойникового $x=0$, пропорционален функции Уиттекера $U(t/2h, \sqrt{2h}x)$, где t — температура, соответствующая верхнему критическому полю для случая уединенной ПД [6]

$$h^{1/2} = \frac{2}{\pi^{1/2}} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(2k)!}{(k!)^2 2^{2k} (t/h + 4k + 1)}. \quad (11)$$

(Из (11) в предельных случаях имеем $h = [2(1-t)]^{1/2}$ при $h \ll 1$ и $h = -t + 2\pi^{-1/2} |t|^{1/2}$ при $h \gg 1$).

В полях $h \gg 1/2 l^{-1/2}$ (при температурах $t < 1 - 1/8 l^{-1/2}$) поправка Δt к температуре, возникающая в первом порядке теории возмущений при учете потенциалов соседних ПД, будет мала

$$\Delta t \sim \begin{cases} 4\sqrt{2} [lh^{3/2} (2hl)^{t/h}]^{-1} e^{-h l^2 - 1/(2h)}, & \frac{1}{2} l^{-1/2} \ll h \ll 1, \\ 4\sqrt{h/\pi} e^{-h l^2}, & h \gg 1. \end{cases}$$

В полях $h \gg 1$ зависимость $h_{c21}(t)$ мало отличается от объемного случая, так как потенциалы всех плоскостей двойникового можно учесть по теории возмущений

$$t = -h + 2\sqrt{h/\pi}(1 + 2e^{-h l^2}). \quad (12)$$

Примерный ход зависимости $h_{c21}(t)$ приведен на рис. 2, а. При температурах $1 + e^{-1/l^2} < t < t_0$ эта зависимость может быть получена в приближении эффективной массы, а при $t < 1 - 1/8 l^{-1/2}$ выходит на корневую

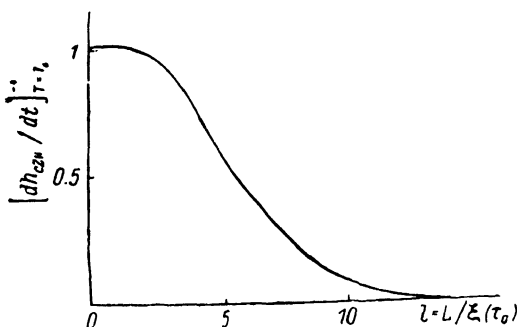


Рис. 1. Зависимость наклона линейного участка температурной зависимости, параллельного плоскостям двойникового верхнего критического поля $[dh_{c21}/dt]_{T=1}^{-1}$, от расстояния L между плоскостями двойникового.

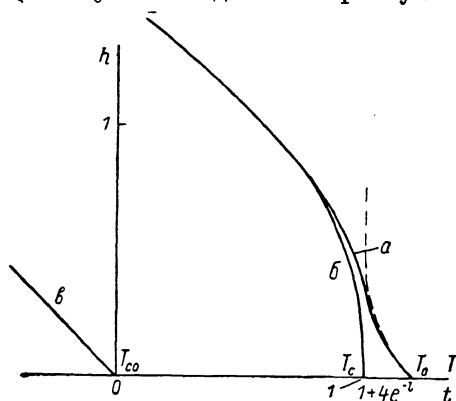


Рис. 2. Температурные зависимости верхнего критического магнитного поля, параллельного плоскостям двойникового.

а — поле для периодически расположенных плоскостей двойникового, б — поле для уединенной плоскости двойникового, в — поле для объемной сверхпроводимости.

зависимость (рис. 2, б), соответствующую уединенной ПД. При $|t| \gg 1$, $t < 0$ обе кривые выходят на объемную зависимость $h = -t$ (рис. 2, в). При температурах $1 - 1/8 l^{-1/2} < t < 1 + e^{-1/l^2}$ зависимость $(h_{c21} t)$, по-видимому, можно получить только численно.

Из приведенных выше результатов ясно, что линейный ход $[^{11}]$ температурной зависимости в случае $L/\xi(\tau_0) \gg 1$ наблюдается в экспоненциально малом интервале температур $T_0 - (T_0 - T_{c0})2e^{-L/\xi(\tau_0)} < T < T_0$. Используя значение $T_c = 93$ К, $T_{c0} = 89$ К $[^{10}, ^{11}]$, получим, что зависимость $H_{c21}(T)$ будет линейной в интервале температур $\Delta T \sim 1$ К, если $L < 2\xi(\tau_0)$. Величину $\xi(\tau_0)$ можно определить из экспериментальной зависимости $H_{c21} = 30.8 \cdot 10^4 \sqrt{1 - T/T_c}$ для уединенной ПД $[^1]$. В результате получим, что линейный ход в интервале температур 1 К будет наблюдаться при $L \sim 170 \div 200$ Å.

Необходимо отметить, что в реальной ситуации потенциал, создаваемый плоскостями двойникового, не будет строго периодическим. Решения соответствующего одномерного уравнения Шредингера всегда локализованы. Полученная выше в приближении эффективной массы линейная зависимость верхнего критического поля от температуры будет наблюдаться в таких полях, в которых длина R_n , на которой локализовано решение в магнитном поле, будет много меньше характерной длины локализации R_l , вызванной нерегулярностью потенциала.

В случае $L/\xi(\tau_0) \gg 1$ решения уравнения (8) для частицы с эффективной массой в магнитном поле $H_{c2}(T)$ локализованы на длинах $R_H(T) \approx \approx L [(T_0 - T_c)/(T_0 - T)]^{1/2}$; эта длина корневым образом расходится при приближении температуры к точке T_0 и становится порядка расстояния между двойниками при температурах $T \leq T_c$, где T_c есть температура появления сверхпроводимости на уединенной плоскости двойниковогоания.

Для оценки длины локализации R_l можно считать, что мы имеем дело с n периодически расположенными плоскостями двойниковогоания, а дальше периодичность сбивается. Тогда $R_l \approx nL$. Если же сбой происходит постепенно и L есть среднее расстояние между плоскостями, а d есть среднее квадратичное отклонение от этого среднего, то $R_l \approx L^2/d$ при $d \ll L$.

Условие $R_H \ll R_l$ выполнено в области температур $T < T^*$ и $T^* \approx \approx T_0 - (T_0 - T_c)n^{-2}$ для случая сильного сбоя и $T^* \approx T_0 - (T_0 - T_c)(d/L)^2$ для случая слабого сбоя. При температурах $T < T^*$ беспорядок в расположении плоскостей не влияет на полученную выше зависимость $H_{c2n}(T)$.

Авторы выражают благодарность А. И. Буздину за полезное обсуждение затронутых в работе вопросов.

Список литературы

- [1] Fang M. M., Kogan V. G., Finnemore D. K., Clem J. R., Chumbley L. S., Farrel D. E. // Phys. Rev. 1988. V. B37. N 4. P. 2334—2337.
- [2] Осипьян Ю. А., Афоникова Н. С., Емельченко Г. А., Парсамян Т. К., Шмытко И. М., Шехтман В. Ш. // Письма в ЖЭТФ. 1987. Т. 46. № 5. С. 189—192.
- [3] Syono Y., Kiruchi M., Oh-ishi K., Harasa K., Arai H., Matsui Y., Kobauashi N., Sasaoka T., Muto Y. // Jap. J. Appl. Phys. 1987. V. 26. N 4. P. L498—L501.
- [4] Roth G., Ewert D., Heger G., Hervieu M., Michel C., Raveau B., Yvoire F. D., Revcolevschi A. // Z. Phys. 1987. V. 69. N 1. P. 21—27.
- [5] Khlyustikov I. N., Buzdin A. I. // Adv. Phys. 1987. V. 36. N 3. P. 271—330.
- [6] Аверин В. В., Буздин А. И., Булаевский Л. Н. // ЖЭТФ. 1983. Т. 84. № 2. С. 737—748.
- [7] Буздин А. И., Хвориков Н. А. // ЖЭТФ. 1985. Т. 89. № 5. С. 1857—1869.
- [8] Андреев А. Ф. // Письма в ЖЭТФ. 1987. Т. 46. № 11. С. 463—465.
- [9] Deutchar G., Müller K. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 59. N 15. P. 1745—1747.
- [10] Абрикосов А. А., Буздин А. И. // Письма в ЖЭТФ. 1988. Т. 47. № 4. С. 204—206.
- [11] Inderhees S. E., Salamon M. B., Goldenfeld N., Rice J. P., Pazol B. G., Ginsberg D. M. // Phys. Rev. Lett. 1988. V. 60. N 12. P. 1178—1180.
- [12] Kohn W. // Phys. Rev. 1959. V. 115. N 6. P. 1460—1478.

Физический институт
им. П. Н. Лебедева АН СССР
Москва

Поступило в Редакцию
27 января 1989 г.
В окончательной редакции
31 мая 1989 г.