

УДК 534.8; 537

ФОРМА ДВУХИМПУЛЬСНОГО ЭХА В ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОРОШКАХ

А. Р. Кессель, А. В. Лиснер, В. М. Мусин

Для пьезоэлектрической пластинки, возбуждаемой электромагнитным полем вблизи механического резонанса, получено эффективное уравнение для временной части амплитуды нелинейных колебаний. Из общего вида разложения свободной энергии до членов четвертого порядка получена связь коэффициентов этого уравнения с константами нелинейных взаимодействий. В работе получено аналитическое выражение для формы сигнала эхо-откликов пьезоэлектрического порошка, справедливое во всем диапазоне амплитуд возбуждающих импульсов. Рассмотрен вклад в эхо-отклик нелинейного канала формирования эха. Проведен анализ, объясняющий возникновение провала в зависимости интегральной интенсивности эхо-откликов от раздвижки между импульсами.

1. Уравнения пьезоэлектрических колебаний

В теории электроакустического эха до сих пор не выработана единая терминология для описания явления. Имеет смысл четко разграничить типы взаимодействий, приводящих к ЭАЭ, механизмы формирования ЭАЭ и каналы вывода сигналов ЭАЭ из образцов.

Будем считать, что тип взаимодействия полностью характеризуется одним из членов разложения свободной энергии $\Phi(S, E)$ по обобщенным координатам (электрическим полям E и акустическим деформациям S)

$$\Phi(S, E) = \Phi_{\text{л}} + \Phi_{\text{нл}}, \quad \Phi_{\text{л}} = \frac{1}{2}cS^2 - eSE - \frac{1}{2}\epsilon E^2,$$

$$\Phi_{\text{нл}} = \sum_{k=0}^3 a_k S^k E^{3-k} + \sum_{k=0}^4 b_k S^k E^{4-k}, \quad (1)$$

где c — модуль упругости; e — пьезоэлектрическая постоянная; $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_1$ — диэлектрическая проницаемость вещества; a_k, b_k — константы различных нелинейных взаимодействий.¹

Подстановка в уравнения колебаний тензора напряжений $\sigma = \delta\Phi/\delta S$, а в уравнения электродинамики — вектора электрической индукции $D = -\delta\Phi/\delta E$ приводит к единой системе электроакустических уравнений, из которой можно в принципе определить $E(x, t)$ и $S(x, t)$. В эксперименте, как правило, измеряется электрическое поле, созданное осцилляциями электрической поляризации

$$P(x, t) = D(x, t) - \epsilon_0 E(x, t) \equiv P_{\text{л}}(x, t) + P_{\text{нл}}(x, t),$$

$$P_{\text{л}}(x, t) \propto S(x, t).$$

Вклад в наблюдаемый сигнал, обусловленный $P_{\text{л}}(x, t)$, будем называть линейным каналом ЭАЭ, а вклад от $P_{\text{нл}}(x, t)$ — нелинейным каналом. Смысл различных механизмов формирования ЭАЭ будет пояснен после вывода эффективных уравнений, описывающих ЭАЭ.

¹ В выражении (1) для упрощения записи опущены тензорные индексы.

Учет тензорного характера величин, входящих в выражение (1) для свободной энергии, приводит к сложной системе электроакустических уравнений, которые к тому же еще и требуется решать в нестационарных режимах, присущих эхо-явлениям. Между тем порошники обладают неправильной формой и описание колебаний в них невозможно провести достаточно точно. Поэтому теорию эхо-явлений в порошках обычно основывают на предположении, что все порошники — правильные параллелепипеды, одинаково ориентированные в пространстве, а все величины, входящие в свободную энергию (1), рассматриваются как скалярные. В таком приближении теория может претендовать только на качественное воспроизведение свойств ЭАЭ.

Таким образом, рассмотрим отдельную порошинуку в виде плоскопараллельной пластинки, совершающей продольные колебания вдоль направления приложенного электрического поля E (ось x). В силу однородности условий будем пренебрегать зависимостью поля E и деформации S внутри порошники от координат y и z .

Для удобства дальнейших вычислений перейдем к безразмерному электрическому полю $\mathcal{E} = E/E_0$, где $E_0 = \sqrt{\rho v^2/\epsilon}$. Тогда выражение (1) для плотности свободной энергии примет вид

$$\begin{aligned} \Phi_x &= \rho v^2 [1/2 (\partial_x U)^2 - g (\partial_x U) \mathcal{E} - 1/2 \mathcal{E}^2], \\ \Phi_{xx} &= \rho v^2 \left[\sum_{k=0}^3 \alpha_k (\partial_x U)^k \mathcal{E}^{3-k} + \sum_{k=0}^4 \beta_k (\partial_x U)^k \mathcal{E}^{4-k} \right], \end{aligned} \quad (2)$$

где $g = e/\sqrt{\rho v^2 \epsilon}$, $\alpha_k = a_k E_0^{3-k}/\rho v^2$, $\beta_k = b_k E_0^{4-k}/\rho v^2$ — безразмерные параметры; ρ — плотность вещества пластинки; v — скорость продольной звуковой волны $v^2 = c/\rho$; U — механическое смещение вдоль координаты x .

С учетом затухания система электроакустических уравнений в новых переменных примет вид

$$\begin{aligned} \dot{U} + 2\gamma \dot{U} &= (1/\rho) \partial_x \sigma, \quad \partial_x D = 0, \\ D &= -\frac{1}{E_0} \frac{\partial \Phi}{\partial \mathcal{E}}, \quad \sigma = \frac{\partial \Phi}{\partial (\partial_x U)}, \end{aligned} \quad (3)$$

где γ — коэффициент затухания.

Уравнение (3) необходимо дополнить граничными условиями, которые мы задаем в линейном приближении

$$\begin{aligned} D_x(t, \pm l) &= [g \partial_x U(t, \pm l) + \mathcal{E}(t, \pm l)] (\rho v^2/E_0) = \epsilon_0 E_{\text{вн}}(t), \\ \sigma_x(t, \pm l) &= [\partial_x U(t, \pm l) - g \mathcal{E}(t, \pm l)] \rho v^2 = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где $E_{\text{вн}}(t)$ — напряженность внешнего электрического поля.

Вследствие симметрии приложенного к пластине поля в ней могут возбуждаться только симметричные относительно плоскости $x=0$ моды

$$\mathcal{E}(t, -x) = \mathcal{E}(t, x), \quad \partial_x U(t, -x) = \partial_x U(t, x). \quad (5)$$

В силу этого обстоятельства электроакустические уравнения можно решать для половины пластины, используя граничные условия, вытекающие из (4) и (5)

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(t, \pm l) &= \frac{1}{1+g^2} \frac{1}{\epsilon_1} \mathcal{E}_0(t), \quad U(t, 0) = 0, \\ \partial_x U(t, \pm l) &= \frac{g}{1+g^2} \frac{1}{\epsilon_1} \mathcal{E}_0(t), \quad \mathcal{E}_0(t) = \frac{E_{\text{вн}}(t)}{E_0}. \end{aligned} \quad (6)$$

2. Эффективное уравнение колебаний

Поскольку исходные уравнения определены только внутри образца, удобно ввести следующие обозначения [1, 2]:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(t, x) &= \mathcal{E}(t, x) U(l-x), \\ U(x) &= 1, \quad x > 0, \quad U(x) = 0, \quad x < 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Используя представление (7) в системе уравнений (3) и исключая из нее с точностью до нелинейных членов третьего порядка электрическое поле, можно прийти к следующей форме уравнения колебаний для полупластины ($0 \leq x \leq l$):

$$\begin{aligned} \dot{U} + 2\gamma\dot{U} = v^2 \{ & A_1 U_{xx} + A_2 U_x U_{xx} + A_3 U_x^2 U_{xx} + A_4 \varepsilon_0(t) U_{xx} + A_5 \varepsilon_0(t) U_x U_{xx} + \\ & + A_6 \varepsilon_0^2(t) U_{xx} + A_7 \varepsilon(t, x) \delta(l-x) + A_8 U_x \varepsilon(t, x) \delta(l-x) + A_9 U_x^2 \varepsilon(t, x) \delta(l-x) + \\ & + A_{10} \varepsilon^2(t, x) \delta(l-x) + A_{11} U_x \varepsilon^2(t, x) \delta(l-x) + A_{12} \varepsilon^3(t, x) \delta(l-x), \end{aligned} \quad (8)$$

где явный вид коэффициентов $A_1 - A_{12}$ дан в Приложении А.

Будем искать решение уравнения (8) в виде $U(t, x) = T(t) m(x)$. Почленное интегрирование полученного уравнения от 0 до l дает эффективное уравнение колебаний пластины

$$\begin{aligned} \dot{T}v^{-2} + \dot{T}2\gamma v^{-2} - B_1 T - B_7 \varepsilon_0(t) = & B_2 T^2 + B_3 T^3 + B_4 \varepsilon_0(t) T + B_5 \varepsilon_0(t) T^2 + \\ & + B_6 \varepsilon_0^2(t) T + B_8 \varepsilon_0^2(t) + B_9 \varepsilon_0^3(t), \end{aligned} \quad (9)$$

где явный вид коэффициентов $B_1 - B_9$ дан в Приложении В.

Усреднение уравнения (8) по координате x и получение эффективных коэффициентов осуществляется возможным по двум причинам. Во-первых, наблюдаемые эхо-сигналы создаются всем образцом, состоящим из большого числа порошинок, и зависят только от времени. Во-вторых, порошинки имеют неправильную форму, разброс по ориентациям и размерам. Использование явных координатных зависимостей полей в отдельной порошинке было бы превышением точности модели.

Рассмотрение эффективного уравнения (9) позволяет четко определить, что следует понимать под механизмом формирования эха. В ходе решения эффективного уравнения колебаний можно увидеть, что в рамках одночастотного приближения, достаточного для получения эхо-сигналов, нелинейные слагаемые второго порядка вклада в решение не дают. Оставшимся нелинейным слагаемым третьего порядка соответствуют два хорошо изученных механизма формирования эха. Механизм нелинейного сдвига частоты описывается членом, пропорциональным T^3 . Механизм поле-модового взаимодействия описывается слагаемыми, пропорциональными $T^2 \varepsilon_0(t)$ и $T \varepsilon_0^2(t)$, которые обуславливают взаимодействие между уже существующими в образце колебаниями и полем возбуждающего импульса. Слагаемое, пропорциональное $\varepsilon_0^3(t)$ (нелинейная возбуждающая сила), самостоятельно к формированию эха не приводит, но оказывает влияние на параметры эха, обусловленные другими механизмами.

Рассматривая полученную зависимость констант нелинейности в уравнении (9) от коэффициентов разложения свободной энергии (2), можно увидеть, что одно и то же нелинейное взаимодействие вносит вклад в различные механизмы формирования эха и каждый механизм складывается из вкладов различных нелинейных взаимодействий. Этот вывод важен для анализа вклада различных нелинейных взаимодействий в электроакустическое эхо.

Все предшествующие результаты носят общий характер. Последующее рассмотрение будет проводиться в рамках только одного наиболее употребительного механизма формирования эха — механизма нелинейного сдвига частоты. На этом примере будут изучены вопросы, которые до сих пор не имеют адекватного описания в теории ЭАЭ, — аналитическое выражение для формы эхо-отклика и вклад нелинейного канала в амплитуду эхо-сигнала.

3. Решение эффективного уравнения колебаний для отдельной пьезоэлектрической частицы

Поскольку период возбуждаемых в образце колебаний существенно меньше длительностей возбуждающих импульсов и интервалов между ними, то для решения эффективного уравнения колебаний (9) можно использовать какую-либо из процедур усреднения по высокочастотным

осцилляциям. Воспользуемся наиболее простым методом медленно меняющихся амплитуд, т. е. будем искать решение в виде

$$T(t) = a(t) \sin \omega_0 t + b(t) \cos \omega_0 t, \quad (10)$$

пренебрегая членами \ddot{a} по сравнению с $\dot{a}\omega_0$ и предполагая затухание слабым ($\gamma \ll \omega_0$). Здесь за частоту ω_0 принята частота внешнего электрического поля импульса $\mathcal{E}_0(t) = \mathcal{E}_*(t) \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$, где $\mathcal{E}_*(t)$ и φ_0 — огибающая импульса и его начальная фаза.

Представим частоту собственных колебаний порошинки $\omega = \sqrt{-v^2 B_1}$ в виде $\omega = \omega_0 + \Delta$, где Δ — отклонение собственной частоты отдельной порошинки от частоты внешнего поля. В результате приходим к системе уравнений

$$\begin{aligned} \dot{a} &= -\gamma a - \Delta b + \frac{3v^2}{8\omega_0} B_3 b (b^2 + a^2) + \frac{v^2}{2\omega_0} B_7 \mathcal{E}_*(t) \sin \varphi_0, \\ \dot{b} &= -\gamma b + \Delta a - \frac{3v^2}{8\omega_0} B_3 a (b^2 + a^2) - \frac{v^2}{2\omega_0} B_7 \mathcal{E}_*(t) \cos \varphi_0. \end{aligned} \quad (11)$$

В данной статье мы ограничиваемся рассмотрением механизма нелинейного сдвига частоты, поэтому в системе (11) выписаны лишь члены, описывающие этот механизм.

На этапе импульсного возбуждения системы в уравнениях (11) можно пренебречь нелинейными членами, пропорциональными B_3 , и членами, пропорциональными Δ . Первое допущение связано с тем, что нелинейные взаимодействия не успевают проявиться на коротких временах действия внешнего импульса. Смысл второго допущения будет пояснен в следующем разделе.

Взяв решения системы (11) и свив их по этапам развития системы, получим следующее выражение для временной зависимости колебаний отдельной порошинки после двухимпульсного воздействия на систему (т. е. на временах $t > \tau + t_2$):

$$T(t) = e^{-\gamma(t-\tau)} [(U_s(t_2) + C_1) \sin[\Lambda_1] - (U_c(t_2) + C_2) \cos[\Lambda_1]], \quad (12)$$

$$\Lambda_1 = \omega_0 t + \Delta(t - \tau) + \frac{L}{2\gamma} [(U_s(t_2) + C_1)^2 + (U_c(t_2) + C_2)^2] \times \\ \times (e^{-2\gamma(t-\tau)} - e^{-2\gamma t_2}),$$

$$C_1 = e^{-\gamma\tau} [U_s(t_1) \cos[\Lambda_2] + U_c(t_1) \sin[\Lambda_2]],$$

$$C_2 = e^{-\gamma\tau} [-U_s(t_1) \sin[\Lambda_2] + U_c(t_1) \cos[\Lambda_2]],$$

$$\Lambda_2 = \Delta\tau + \frac{L}{2\gamma} [U_s^2(t_1) + U_c^2(t_1)] (e^{-2\gamma\tau} - e^{-2\gamma t_1}),$$

$$U_s(t_k) = \int_0^{t_k} e^{\gamma t} \mathcal{E}_{*k}(t) K \sin \varphi_{0k} dt,$$

$$U_c(t_k) = \int_0^{t_k} e^{\gamma t} \mathcal{E}_{*k}(t) K \cos \varphi_{0k} dt, \quad K = \frac{v^2}{2\omega_0} B_7, \quad L = \frac{3v^2}{8\omega_0} B_3,$$

где τ — интервал между импульсами; t_1, t_2 — их длительности.

Поскольку в результате решения эффективного уравнения колебаний (9) было найдено выражение для деформации отдельной порошинки, удобно и поляризацию порошинки также выразить через эту величину.

Применяя процедуру, которая использовалась для исключения электрического поля из уравнения (8) при выводе эффективного уравнения колебаний, можно получить выражение для поляризации отдельной порошинки с точностью до нелинейных членов третьего порядка

$$P(x, t) = \xi U_x - \eta U_x^3, \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{e}{\varepsilon_1}, \quad \eta = \frac{b_1}{\varepsilon_1} + \frac{2a_2 a_1}{\varepsilon_1 \varepsilon} - \frac{2b_2 e}{\varepsilon_1 \varepsilon} - \frac{4a_3^2 e}{\varepsilon_1 \varepsilon^2} + \frac{18a_2 a_3 e^2}{\varepsilon_1 \varepsilon^3} - \frac{18a_3^2 e^3}{\varepsilon_1 \varepsilon^4} - \\ &\quad - \frac{6a_1 a_3 e}{\varepsilon_1 \varepsilon^2} + \frac{3b_3 e^2}{\varepsilon_1 \varepsilon^2} - \frac{4b_4 e^3}{\varepsilon_1 \varepsilon^3}. \end{aligned}$$

Квадратичный по деформации член опущен, как не дающий вклада в эхо-отклик на основной частоте.

4. Эхо-отклик пьезоэлектрического порошка

Экспериментально наблюдаемый отклик всего порошка пропорционален интегралу от выражения для дипольного момента отдельной порошинки по разбросу собственных частот, который будет описываться равномерной функцией распределения.

До сих пор при определении отклика образца использовали интегрирование выражения типа (13) по $\Delta = \omega - \omega_0$ на бесконечном интервале, несмотря на то что реальный интервал изменения Δ у порошка всегда конечен и не очень велик ($\sim \pm 10^6$ Гц). Выбор бесконечного интервала при интегрировании по Δ возможен при выполнении двух условий. Во-первых, необходимо учитывать Δ при решении уравнений колебаний порошинки во время действия внешнего поля. Во-вторых, длительность импульса электромагнитного поля, возбуждающего колебания порошинок, должна удовлетворять неравенству $t_i \gg 2\pi/\Delta_{\max}$, где Δ_{\max} — наибольшее отклонение собственной частоты колебаний порошинки от частоты внешнего поля (в случае однородной функции распределения). Это требуется, чтобы вклад порошинок с $\Delta > \Delta_{\max}$ был мал, т. е. фактически при вычислении эхо-отклика до сих пор неявно использовалось приближение «длинных» импульсов.

Основным недостатком использования бесконечного интервала при интегрировании по Δ является то, что аналитический результат для амплитуды эхо-импульса может быть получен лишь для момента времени $t=2\tau$. Распространение же полученного этим способом результата на другие моменты времени приводит к ошибке, быстро возрастающей с ростом $|t-2\tau|$.

Поэтому любые качественные выводы об амплитуде и форме эхо-отклика, основанные на его поведении, при $t=2\tau$ неправомерны. Ситуация усугубляется еще и тем, что точка $t=2\tau$ даже не соответствует максимуму эхо-сигнала, который может быть сдвинут от момента $t=2\tau$ на расстояние порядка ширины эхо.

Для того чтобы получить правильную аналитическую зависимость отклика образца от времени, необходимо ограничить интервал интегрирования по Δ . Однако в этом случае трудно надеяться на аналитический результат, если не упростить предварительно подынтегральное выражение. С этой целью было введено приближение «коротких» импульсов, которое заключается в том, что на длительность возбуждающих импульсов накладывается ограничение $t_i < \pi/\Delta_{\max}$. При выполнении этого условия в уравнениях, описывающих колебания порошинки под действием внешнего поля, можно пренебречь членами, пропорциональными Δ . Полученные выражения для эхо-отклика в этом случае сводятся к вычислению интеграла по Δ от выражения (13) на интервале $[-\Delta_{\max}, \Delta_{\max}]$. Результат этого вычисления приводится ниже для случая, когда $\varphi_{0k} = \pi/2$

$$\mathcal{E}(t) = \left\{ \left[\xi \frac{2}{l_0} Y_1 - \eta \frac{\pi^2}{3l_0^2} (Y_3 - Y_5) \right]^2 + \left[\xi \frac{2}{l_0} Y_2 - \eta \frac{\pi^2}{3l_0^2} (Y_4 - Y_5) \right]^2 \right\}^{1/2}, \quad (14)$$

$$Y_1 = Y_0 e^{-\gamma\tau} (t/\tau-1) U_s(t_2) J_{(t/\tau-1)}(-\theta\beta), \quad Y_2 = Y_0 e^{-\gamma\tau} (t/\tau) U_s(t_1) J_{(t/\tau)}(-\theta\beta),$$

$$Y_3 = Y_0 \left[\frac{3}{4} a e^{-3\gamma\tau} (t/\tau-1) U_s(t_2) + \frac{3}{8} \beta e^{-3\gamma\tau} (t/\tau-2/3) U_s(t_1) \right] J_{(t/\tau-1)}(-\theta\beta),$$

$$Y_4 = Y_0 \left[\frac{3}{4} a e^{-3\gamma\tau} (t/\tau-2/3) U_s(t_1) + \frac{3}{8} \beta e^{-3\gamma\tau} (t/\tau-1) U_s(t_2) \right] J_{(t/\tau)}(-\theta\beta),$$

$$Y_5 = Y_0 \frac{3}{8} \beta e^{-3\gamma\tau} (t/\tau-1) U_s(t_2) J_{(t/\tau-2)}(-\theta\beta),$$

$$Y_0 = Y_0 \frac{3}{8} \beta e^{-3\gamma\tau} (t/\tau - 2/3) U_s(t_1) J_{(t/\tau+1)}(-\theta\beta),$$

$$Y_0 = \frac{\pi}{A\tau} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^N \cos 2\pi n \left(\frac{t}{\tau} \right) \right],$$

$$\alpha = U_s^2(t_2) + e^{-2\gamma\tau} U_s^2(t_1), \quad \beta = 2e^{-\gamma\tau} U_s(t_2) U_s(t_1),$$

$$\theta = \frac{L}{2\gamma} (e^{-2\gamma(t-\tau)} - e^{-2\gamma t_2}),$$

где $J_y(z)$ — функции Ангера, l_0 — средний размер порошинок образца, N — целая часть $(A\tau/2\pi)$, $2A = 2\Delta_{\max}$ — разброс собственных частот порошинок образца.

Выражение (14) описывает отклик образца в любой момент времени после окончания второго импульса. Это выражение справедливо для всего диапазона амплитуд возбуждающих импульсов. На рис. 1 приводится типичная зависимость отклика образца от времени, рассчитанная по формуле (14). При малых t теория дает сигнал пьезоэлектрического звона, вблизи $t = 2\tau$ — эхо-сигнал сложной формы.

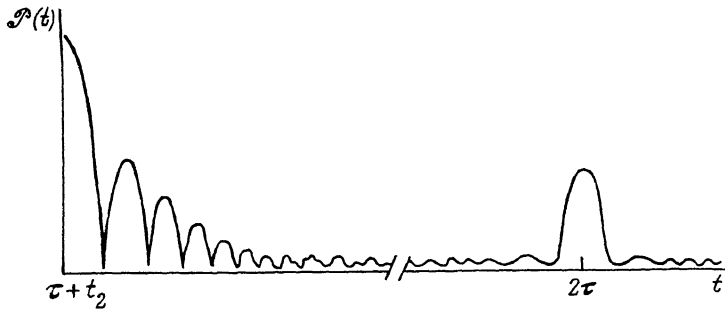


Рис. 1. Пьезоэлектрический отклик всего образца, рассчитанный по формуле (14).

5. Ф о р м а э х о - о т к л и к а

Амплитуда и форма эхо-отклика существенным образом зависят от амплитуд возбуждающих образцов электромагнитных импульсов. Зависимость эхо-отклика от амплитуд электромагнитных импульсов определяется величиной аргумента функции Ангера, входящих в выражение (14). В пределе малых амплитуд аргумент функции Ангера $z \ll 1$ и асимптотическая зависимость амплитуды эхо-отклика в точке $t = 2\tau$ переходит в известный результат [1, 3] $\mathcal{P}(t) \propto E_{01}E_{02}$. Оценки величины аргумента функции Ангера при максимально возможных значениях амплитуд возбуждающих импульсов показывают, что в этом случае он незначительно превышает единицу. Следовательно, при анализе выражения (14) в пределе больших амплитуд отсутствует возможность использования асимптотик и приходится применять численные методы.

Численное исследование формы эхо-отклика в случае больших амплитуд показало, что при малых значениях интервала между импульсами τ эхо-отклик имеет колоколообразную форму. С ростом τ в центре эхо-импульса образуется минимум и эхо приобретает асимметричную двугорбую форму. Дальнейший рост τ приводит к восстановлению колоколообразной формы эхо-импульса. В режиме малых амплитуд возбуждающих импульсов колоколообразная форма эхо-отклика сохраняется при всех значениях интервала между импульсами (рис. 2). Во всех случаях центр эхо-сигнала оказывается несколько смещенным относительно $t = 2\tau$. Качественное поведение зависимости амплитуды эхо в точке $t = 2\tau$ от τ , а также от амплитуд возбуждающих импульсов совпадает с зависимостями, наблюдавшимися экспериментально [2].

Оценка вклада нелинейного канала в амплитуду эхо-сигнала показала, что этот вклад может достигать 10—15 % от соответствующего вклада линейного канала. Знак этого вклада совпадает со знаком отношения (η/ξ) . Существенный вклад нелинейного канала формирования эха может наблюдаться в местах глубокого минимума формы эхо-отклика (рис. 2, б). В этом случае он может достигать 50 % и более от амплитуды эхо-отклика, обусловленного линейным каналом.

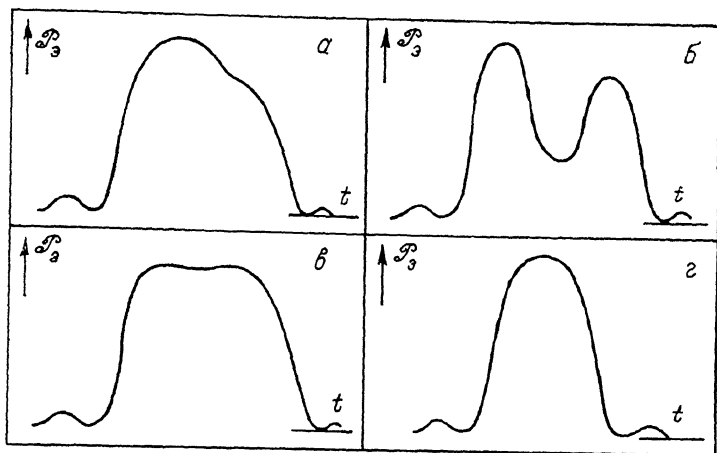


Рис. 2. Характерные формы эхо-откликов, получаемые в случае больших амплитуд возбуждающих импульсов $\tau=5 \cdot 10^{-5}$ (а), $25 \cdot 10^{-5}$ (б), $50 \cdot 10^{-5}$ с (в) и в случае малых амплитуд возбуждающих импульсов (г).

Одной из наиболее ярких характеристик формы эха является наличие минимума в зависимости амплитуды эха от τ . При этом обычно наблюдают за центром эхо-отклика, отождествляя его с моментом времени $t=2\tau$. Теоретические объяснения этого явления (возможные из-за того, что именно в единственной точке $t=2\tau$ удается получить аналитическое описание) обычно связывают с конкуренцией двух различных механизмов формирования эха [2, 4]. Хорошее описание этого факта может быть достигнуто и при предположении, что этот минимум обусловлен конкуренцией двух каналов вывода эхо-сигнала — линейного и нелинейного [5].

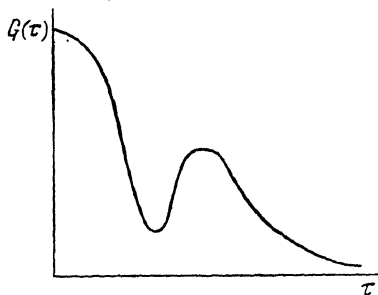


Рис. 3. Зависимость интегральной интенсивности эхо-отклика $G(\tau)$ от τ .

Несмотря на то что при получении выражения (14) учитывался только один механизм формирования эха, это выражение позволяет описать минимумы в зависимости амплитуды эха от τ даже в отсутствие нелинейного канала вывода сигнала. Возникновение этого минимума связано с наличием провала в огибающей эхо-отклика при некоторых значениях τ (рис. 2, б). Кроме того, выражение (14) позволяет находить более устойчивую, слабо зависящую от деталей формы эха, характеристику — интегральную интенсивность эхо-отклика $G(\tau)$. Оказалось, что $G(\tau)$ тоже обладает минимумом (рис. 3).

Для того чтобы понять механизм возникновения этого минимума, было проведено исследование поведения амплитуды и фазы колебаний порошинок как функции Δ для различных значений τ . Зависимость амплитуды колебаний порошинок от Δ не содержит существенных особенностей, которые могли бы объяснить возникновение минимума ЭАЭ. Ампли-

туду колебаний порошинки можно представить в виде $A = A_1(\tau) + A_2(\Delta)$, где A_1 экспоненциально спадает с ростом τ вследствие затухания звука в порошинках; A_2 — быстроосциллирующая функция, причем амплитуда ее осцилляций значительно меньше A_1 , а среднее значение по периоду близко к нулю.

Зависимость фазы колебаний от Δ имеет более сложный вид. На рис. 4 приведены характерные кривые $\sin \varphi(\Delta)$ при различных значениях τ

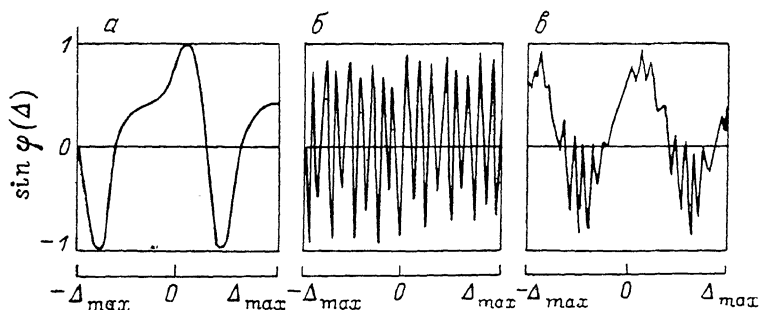


Рис. 4. Поведение фазы колебаний различных порошинок для $\tau = 5 \cdot 10^{-5}$ (а), $25 \cdot 10^{-5}$ (б) и $50 \cdot 10^{-5}$ с (в).

для $t = 2\tau$. Нетрудно увидеть, что среднее значение $\sin \varphi(\Delta)$ при малых значениях τ (рис. 4, а) отлично от нуля. С ростом τ частота осцилляций функции $\sin \varphi(\Delta)$ возрастает, а среднее значение уменьшается и приближается к нулю (рис. 4, б). Дальнейший рост τ приводит к модулированию амплитуды осцилляций функции $\sin \varphi(\Delta)$, причем ее среднее значение начинает возрастать и при больших τ достигает значения, близкого к таковому при малых τ . Эта зависимость имеет тот же характер на всех временах существования эхо-отклика.

Таким образом, можно утверждать, что в некоторой области значений τ взаимное гашение откликов порошинок различных размеров может привести к резко выраженному минимуму в зависимости $G(\tau)$.

П Р И Л О Ж Е Н И Е А

Коэффициенты $A_1 - A_{12}$ из формулы (8)

$$\begin{aligned}
 A_1 &= 1 + e^2/\varepsilon c, \\
 A_2 &= \frac{6}{c} \left(a_0 - \frac{a_1 e}{\varepsilon} + \frac{a_2 e^2}{\varepsilon^2} - \frac{a_3 e^3}{\varepsilon^3} \right), \\
 A_3 &= \frac{12b_0}{c} - \frac{12b_1 e}{c\varepsilon} + \frac{12b_2 e^2}{c\varepsilon^2} - \frac{12b_3 e^3}{c\varepsilon^3} + \frac{12b_4 e^4}{c\varepsilon^4} - \frac{24a_1 a_2 e}{c\varepsilon^2} + \\
 &\quad + \frac{24a_2^2 e^2}{c\varepsilon^3} - \frac{72a_2 a_3 e^3}{c\varepsilon^4} + \frac{54a_3^2 e^4}{c\varepsilon^5} + \frac{36a_1 a_3 e^2}{c\varepsilon^3} + \frac{6a_1^2}{c\varepsilon}, \\
 A_4 &= \frac{E_0 \varepsilon_0}{c\varepsilon} \left(2a_1 - \frac{4a_2 e}{\varepsilon} + \frac{6a_3 e^2}{\varepsilon^2} \right), \\
 A_5 &= \frac{E_0 \varepsilon_0}{c\varepsilon} \left(6b_1 - \frac{12b_2 e}{\varepsilon} + \frac{18b_3 e^2}{\varepsilon^2} - \frac{24b_4 e^3}{\varepsilon^3} + \frac{12a_1 a_2}{\varepsilon} - \frac{36a_1 a_3 e}{\varepsilon^2} - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{24a_2^2 e}{\varepsilon^2} + \frac{108a_2 a_3 e^2}{\varepsilon^3} - \frac{108a_3^2 e^3}{\varepsilon^4} \right), \\
 A_6 &= \frac{E_0^2 \varepsilon_0^2}{c\varepsilon^2} \left(2b_2 - \frac{6b_3 e}{\varepsilon} + \frac{12b_4 e^2}{\varepsilon^2} + \frac{6a_1 a_3}{\varepsilon} + \frac{4a_2^2}{\varepsilon} - \frac{36a_2 a_3 e}{\varepsilon^2} + \frac{54a_3^2 e}{\varepsilon^3} \right), \\
 A_7 &= -\frac{eE_0}{c}, \quad A_9 = \frac{3b_1 E_0}{c}, \quad A_{11} = \frac{4b_2 E_0^2}{c}, \\
 A_8 &= \frac{2a_1 E_0}{c}, \quad A_{10} = \frac{2a_2 E_0^2}{c}, \quad A_{12} = \frac{3b_3 E_0^3}{c}.
 \end{aligned}$$

П Р И Л О Ж Е Н И Е В

Коэффициенты $B_1 - B_9$ из формулы (9)

$$B_1 = \frac{I(m_{xx})}{I(m)} A_1, \quad B_4 = \frac{I(m_{xx})}{I(m)} A_4,$$

$$B_2 = \frac{I(m_x m_{xx})}{I(m)} A_2, \quad B_5 = \frac{I(m_x m_{xx})}{I(m)} A_5,$$

$$B_3 = \frac{I(m_x^2 m_{xx})}{I(m)} A_3, \quad B_6 = \frac{I(m_{xx})}{I(m)} A_6,$$

$$B_7 = \frac{1}{I(m)} \left(\frac{1}{l} A_7 \frac{\varepsilon_1 c}{c\varepsilon + e^2} \right),$$

$$B_8 = \frac{1}{I(m)} \left(\frac{1}{l} A_8 \frac{e^2 \varepsilon_0^2 c E_0}{(c\varepsilon + e^2)^2} + \frac{1}{l} A_{10} \frac{\varepsilon_0^2 c^2}{(c\varepsilon + e^2)^2} \right),$$

$$B_9 = \frac{1}{I(m)} \left(\frac{1}{l} A_9 \frac{e^2 \varepsilon_0^2 c E_0^2}{(c\varepsilon + e^2)^3} + \frac{1}{l} A_{11} \frac{e \varepsilon_0^2 c^2 E_0}{(c\varepsilon + e^2)^3} + \frac{1}{l} A_{12} \frac{\varepsilon_0^3 c^3}{(c\varepsilon + e^2)^3} \right),$$

где введено обозначение

$$I(f(x)) = \frac{1}{l} \int_0^e f(x) dx.$$

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Fosshem K., Kajimura K., Kazyaka T. G., Melcher R. L., Shiren N. S. // Phys. Rev. 1978. V. 17B. N 3. P. 964—998.
- [2] Kajimura K. // Physical acoustics, Principles and methods. V. 16. / Ed. W. P. Mason, R. N. Thuston. N. Y., Acad. Press, 1982. P. 295—340.
- [3] Кессель А. Р., Зельдович С. А., Гуревич И. Л. // ФТТ. 1976. Т. 18. № 3. С. 826—831.
- [4] Асадуллин Я. Я. // УФЖ. 1983. Т. 28. № 1. С. 105—109.
- [5] Кессель А. Р., Михайлов В. Н., Мусин В. М. // Тез. XIII Всес. конф. по акустоэлектронике и квантовой акустике (Черновцы, окт. 1986 г.). Киев, 1986. Ч. II. С. 106—107.

Казанский физико-технический
институт КФ АН СССР
Казань

Поступило в Редакцию
30 мая 1988 г.
В окончательной редакции
17 февраля 1989 г.