

УДК 538.245 : 535 : 216

## НЕЛИНЕЙНЫЕ МАГНИТОУПРУГИЕ ВОЛНЫ ЛЯВА

А. Д. Бордман,<sup>1</sup> С. А. Никитов

Рассмотрены свойства нелинейных магнитоупругих волн типа Лява, распространяющихся в слоистых структурах пленка ферромагнетика—немагнитное полупространство. Выведены общие уравнения, описывающие связанные нелинейные поверхностные магнитостатические волны и поверхностные акустические волны Лява. Получено дисперсионное уравнение этих волн. Описаны свойства волн вблизи точки пересечения дисперсионных кривых волн. Построены зависимости волнового числа и частоты связанных волн от мощности нелинейной магнитостатической волны.

1. Свойства магнитоупругих волн, распространяющихся в слоистых структурах пленка—подложка, в настоящее время довольно подробно исследованы. При этом рассматривались различные ситуации: пленка немагнитная—подложка магнитная [1], подложка немагнитная—пленка магнитная [2, 3]; отдельно рассматривались свойства магнитоупругих волн в ферромагнитных пластинах [4–6]. С практической точки зрения наиболее интересной представляется ситуация, когда магнитная пленка находится на немагнитной подложке, поскольку это соответствует реальной ситуации: пленка железитриевого граната (ЖИГ) на подложке из галлий-гадолиниевого граната (ГГГ). ЖИГ — ферромагнетик, по своим свойствам напоминающий ферромагнетик; ГГГ — немагнитный диэлектрик. Когда частоты магнитостатических волн (МСВ), распространяющихся в ЖИГ, и акустических волн (АВ), распространяющихся в структуре ЖИГ—ГГГ, совпадают, из-за сильного магнитоупругого взаимодействия (магнитострикции) волны начинают взаимодействовать, что приводит к перестройке спектров, возникновению «щелей» в спектрах, изменению затухания и т. д. До сих пор, однако, рассматривались свойства линейных МСВ и АВ, взаимодействующих в слоистых структурах. В работе [7] в пренебрежении линейными магнитоупругими эффектами рассмотрено нелинейное магнитоупругое взаимодействие между АВ и МСВ, предсказан эффект взаимофокусировки этих волн. Известно, однако, что уже при достаточно малых мощностях входного сигнала МСВ становятся существенно нелинейными, при этом их свойства меняются значительно. Так, экспериментально [8] наблюдалась неустойчивость магнитоупругих волн в нормально намагниченных пленках ЖИГ по отношению к распаду на волны-сателлиты. Целью настоящей работы является теоретическое исследование взаимодействия нелинейных МСВ и АВ типа Лява вблизи области их магнитоупругого резонанса.

2. На рис. 1 представлена структура: слой ферромагнетика на немагнитном упругом полупространстве. Внешнее магнитное поле направлено вдоль оси  $OZ$ , волны распространяются вдоль  $OY$ . В такой структуре сдвиговая поверхностная волна типа Лява может существовать только при условии, когда  $v_{t_2} > v_{t_1}$ , где  $v_{t_2}$  — скорость сдвиговой объемной АВ в полупространстве,  $v_{t_1}$  — в слое. В случае структуры ЖИГ—ГГГ это неравенство не выполняется, поэтому в такой структуре волны типа Лява распространяться не могут. Однако существование этих волн возможно,

<sup>1</sup> Физический факультет Солфордского университета. Солфорд, Великобритания.

например, в структуре ЖИГ—НАГ (иттрий-алюминиевый гранат). Мы будем рассматривать взаимодействие волн именно в такой реальной структуре.

Уравнение прецессии магнитного момента, как обычно, записывается в виде

$$\partial \mathbf{M} / \partial t = -g \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{эфф}}, \quad (1)$$

здесь  $\mathbf{M}$  — полный магнитный момент,  $\mathbf{H}_{\text{эфф}}$  — эффективное магнитное поле,  $g$  — гиромангнитное отношение. Эффективное магнитное поле определяется вариацией гамильтониана по магнитному моменту. Мы будем рассматривать случай «длинных» волн, тем самым оставляя в гамильтониане члены, соответствующие диполь-дипольному, магнитоупругому и зеемановскому взаимодействию. При этом рассматриваем случай изотропного магнитного и упругого взаимодействия и пренебрегаем энергией неоднородного магнитного обмена. Нелинейность магнитной системы мы считаем слабой и будем рассматривать ее, разлагая  $M_x$  в ряд по малому параметру  $(M_x^2 + M_y^2) / M_0^2$ , считая, что  $M_x, M_y \ll M_0$ , где  $M_0^2 = M_x^2 + M_y^2 + M_z^2$ . В этом случае  $M_x \approx M_0 (1 - (M_x^2 + M_y^2) / 2M_0^2 + \dots)$ , многоточие обозначает члены более высокого порядка малости. Уравнение упругости записывается в виде

$$\rho \frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2} = \sum_i \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial e_{zi}} \right), \quad (2)$$

где  $\rho$  — плотность ферромагнетика,  $e_{zi}$  — элементы тензора напряжений,  $\mathcal{H}$  — гамильтониан упругой подсистемы, суммирование ведется по  $i = x, y$ . Магнитное поле и упругое смещение предполагаются пропорциональными  $\exp(-i\omega t)$ . Уравнения (1), (2) приводят к следующей системе:

$$\begin{aligned} -i\omega M_x &= -\omega_H M_y + \frac{\omega_M}{4\pi} \frac{\partial \Psi}{\partial y} - \frac{\omega_M}{4\pi} \frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{M_x^2 + M_y^2}{2M_0^2} - gb \frac{\partial U_z}{\partial y}, \\ -i\omega M_y &= -\frac{\omega_M}{4\pi} \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \frac{\omega_M}{4\pi} \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{M_x^2 + M_y^2}{2M_0^2} + \omega_H M_x + gb \frac{\partial U_z}{\partial x}, \\ -\omega^2 U_z &= c \left( \frac{\partial^2 U_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial y^2} \right) + \frac{b}{M_0^2} \left( \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} \right), \end{aligned} \quad (3)$$

$\Psi$  — потенциал МСВ,  $\omega$  — частота волны,  $\omega_H = gH_0$ ,  $\omega_M = 4\pi M_0 g$ ,  $H_0$  — внешнее магнитное поле,  $4\pi M_0$  — намагниченность насыщения,  $C \equiv C_{44}^{(2)}$  — упругий модуль ферромагнетика,  $b \equiv b_{44}$  — компонента магнитоупругого тензора. Уравнения Максвелла в магнитоэлектростатическом приближении сводятся к следующему уравнению для потенциала МСВ:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = -4\pi \left( \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} \right). \quad (4)$$

Решение уравнений (3), (4) есть

$$\begin{aligned} \Psi^{(2)} &= A [(1 + L_1 p x) e^{p x} + \alpha (1 + L_2 p x) e^{-p x} + L_3 e^{-3p x} + \\ &+ L_4 e^{3p x}] e^{iqy} - (\omega_M \omega_H / v_{i_2}^2) (b / M_0) U_z, \end{aligned} \quad (5)$$

$$U_z = B (\cos \kappa z + \eta \sin \kappa z) e^{iqy}, \quad (6)$$

здесь  $A$  — амплитуда потенциала МСВ;  $B$  — амплитуда упругого смещения;  $\alpha = (\mu_1 - \mu_2 + 1) / (\mu_1 + \mu_2 - 1)$ ;  $p^2 = q^2$ ;  $\eta = (C_{44}^{(3)} / C_{44}^{(2)}) (r / \kappa)$ ;  $v_{i_2}$  — фазовая скорость сдвиговой упругой волны в ферромагнетике;  $\mu_1, \mu_2$  — компоненты тензора магнитной проницаемости;  $q$  — волновое число нелинейной магнитоупругой волны;  $r^2 = q^2 - \omega^2 \rho_3 / C_{44}^{(3)}$ ;  $\kappa^2 = \omega^2 \rho_2 / C_{44}^{(2)} - q^2$ ;  $\rho_3, C_{44}^{(3)}$  от-

носятся к материалу подложки;  $L_1 \div L_4$  — сложные функции, зависящие от мощности волны, ранее найденные в [9].

Исходя из системы уравнений (3), возможно рассчитать, как изменяются константы распространения волн вследствие магнитоупругого и нелинейного взаимодействия. Выражая безразмерную мощность МСВ формулой

$$P = 2 |A|^2 \omega_H / M_0^2 d^2 \quad (7)$$

и производя некоторые алгебраические преобразования, возможно показать, что

$$z = \frac{\omega}{v_{t_2}} \left[ 1 + \frac{g b^2 \omega_H}{M_0^2 \omega^2 C_{44}^{(2)}} - \left( \frac{q v_{t_2}}{\omega} \right)^2 + \frac{b^2}{M_0^2} \frac{\omega_M \omega_H}{\omega^2} \frac{q^2}{\omega^2 c^2} (q d)^2 P F \right], \quad (8)$$

$$p = q \left[ 1 + F \left( \frac{2\pi (q d)^2 P}{\mu_1} + \frac{b^2 \omega_M \omega_H (q d)^2}{\mu_1 C_{44}^{(2)} M_0^2 \omega^2} P \right) \right], \quad (9)$$

где

$$F = \chi_1 (\chi_1^2 + \chi_2^2) (1 - \alpha^2) (1 - \alpha) + \chi_2 (\chi_1^2 + \chi_2^2) (1 + \alpha) (1 - \alpha^2) + 2\chi_1^2 \chi_2 (1 + \alpha) (1 - \alpha^2) - 2\chi_1^2 \chi_2 (1 - \alpha) (1 - \alpha^2),$$

$\chi_1, \chi_2$  — компоненты тензора магнитной восприимчивости. Видно, что в выражении для  $\chi$  только последний член в правой части обусловлен наличием нелинейности. Ренормализация происходит даже в случае линейных волн, и она обусловлена магнитоупругостью (второй член в квадратных скобках) и отличием фазовой скорости волны Лява от скорости сдвиговой упругой волны в слое ферромагнетика. В выражении для  $p$  ренормализация происходит только при наличии нелинейности МСВ, в случае линейной МСВ ее нет (на что указывалось в [2, 3]).

Решения для потенциала  $\Psi$  и упругого смещения  $U_x$  в вакууме и немагнитной подложке имеют стандартный вид [2]. Налагая граничные условия при  $x=0, d$ , сводящиеся к непрерывности магнитоэлектрического потенциала  $\Psi$  и нормальной компоненты магнитной индукции  $B_x$ , а также отсутствие упругих напряжений при  $x=d$  и непрерывность их при  $x=0$  (на границе раздела упругих сред), получаем дисперсионное уравнение нелинейных магнитоупругих волн Лява

$$\Delta_{ДЭ} \Delta_{Л} = \frac{b}{M_0^2} \Phi + \Delta_{Л} N_1 + N_2, \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} \Phi = & - \frac{\omega_M \omega_H}{\omega^2} \left\{ (\mu_1 - \mu_2 + 1) \left[ \cos \alpha d \left( \frac{x}{q} + \frac{x}{r} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(3)}} \right) + \sin \alpha d \left( \frac{x}{q} - \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(3)}} \frac{x}{r} \right) \right] + \right. \\ & + (\mu_1 - \mu_2 - 1) e^{-q d} \left( \frac{x}{r} \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(3)}} - \frac{x}{q} \right) \left. \right\} \left\{ \frac{C_{44}^{(2)}}{C_{44}^{(3)}} \frac{x q}{r^2} \sin \alpha d [(\chi_1 + \chi_2) - \alpha (\chi_1 - \chi_2)] - \right. \\ & \left. - \frac{q^2}{2\alpha C_{44}^{(3)}} [(\chi_1 + \chi_2) e^{q d} - (\chi_1 - \chi_2) \alpha e^{-q d}] \right\}, \quad (11) \end{aligned}$$

$$N_1 = (\mu_1 - \mu_2 - 1) [L_1 (1 + 2q d) e^{q d} + L_2 e^{-q d} + 4L_3 e^{+3q d} - 2L_4 e^{-3q d} + L_6], \quad (12)$$

$$N_2 = [2(L_3 - 2L_4) + (L_1 + L_2) + L_6] (\mu_1 - \mu_2 - 1) e^{-q d}, \quad (13)$$

$\Delta_{ДЭ} = (\mu_1 + \mu_2 + 1) (\mu_1 - \mu_2 + 1) e^{q d} - (\mu_1 - \mu_2 - 1) (\mu_1 + \mu_2 + 1) e^{-q d}$  — детерминант Деймана—Эшбаха;  $\Delta_{Л} = \cos \alpha d - (C_{44}^{(2)} / C_{44}^{(3)}) (x/r) \sin \alpha d$  — детерминант волн Лява;  $L_5, L_6$  — сложные функции, зависящие от магнитных свойств ферромагнетика и МСВ;  $L_5, L_6$  были ранее получены в нашей работе [9], поэтому здесь мы можем только указать, что в случае тонкой пленки ферромагнетика

$$L_1 \div L_6 \sim 4q d P, \quad (14)$$

где  $P$  — безразмерная мощность нелинейной МСВ. В отсутствие правой части уравнения (7) левая часть описывает линейные несвязанные волны Деймона—Эшбаха и Лява. Первый член в правой части (7) обеспечивает

магнитоупругую связь МСВ и АВ, второй и третий члены обусловлены нелинейными свойствами МСВ.

3. Исследуем свойства дисперсионного уравнения (10) вблизи точки пересечения дисперсионных кривых МСВ и АВ. Раскладывая детерминанты волн Лява и Деймона—Эшбаха вблизи точки пересечения дисперсионных кривых волн по малым отклонениям волновых чисел и частот, получим, что (12) можно записать в следующем виде:

$$\left(\frac{\partial \Delta_{\text{ЛЭ}}}{\partial \omega}\right) \left(\frac{\partial \Delta_{\text{ЛЛ}}}{\partial \omega}\right) \Delta \omega^2 + \left[ \left(\frac{\partial \Delta_{\text{ЛЭ}}}{\partial q}\right) \left(\frac{\partial \Delta_{\text{ЛЛ}}}{\partial \omega}\right) + \left(\frac{\partial \Delta_{\text{ЛЭ}}}{\partial \omega}\right) \left(\frac{\partial \Delta_{\text{ЛЛ}}}{\partial q}\right) \right] \Delta q \Delta \omega + \left(\frac{\partial \Delta_{\text{ЛЭ}}}{\partial q}\right) \left(\frac{\partial \Delta_{\text{ЛЛ}}}{\partial q}\right) \Delta q^2 = \frac{b^2}{M_0^2} \Phi + \left(\frac{\partial \Delta_{\text{ЛЛ}}}{\partial q} \Delta q + \frac{\partial \Delta_{\text{ЛЛ}}}{\partial \omega} \Delta \omega\right) N_1 + N_2. \quad (12a)$$

В случае, когда  $\Delta q=0$ , что соответствует в линейном случае середине волны расталкивания дисперсионных кривых, дисперсионное уравнение принимает вид

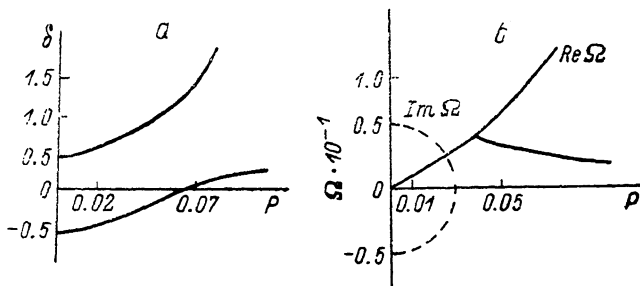


Рис. 2. Зависимости безразмерной добавки к волновому числу  $\Delta qd$  (а) и безразмерной добавки к частоте  $\Delta \omega \sqrt{\omega_{\text{ЛЛ}}}$  (б) вблизи точки магнитоупругого резонанса от безразмерной мощности  $P$ .

$d=0.2$  мкм,  $q=4.95 \cdot 10^8$  см<sup>-1</sup>,  $H_0=50$  Э,  $4\pi M_0=300$  Гс,  $\rho_2=5.17$ ,  $\rho_3=4.5$ ,  $v_{L_2}=3.85 \cdot 10^8$ ,  $v_{L_3}=5.03 \cdot 10^8$  см/с, мощность ПМСВ равна 1 мВт.

$$\Delta \omega^2 - \frac{N_1 \Delta \omega}{(\partial \Delta_{\text{ЛЛ}}/\partial \omega)} - \frac{N_2}{(\partial \Delta_{\text{ЛЛ}}/\partial \omega)(\partial \Delta_{\text{ЛЭ}}/\partial \omega)} - \frac{b^2 \Phi}{M_0^2 (\partial \Delta_{\text{ЛЛ}}/\partial \omega)(\partial \Delta_{\text{ЛЭ}}/\partial \omega)} = 0 \quad (15)$$

или

$$\Delta \omega \approx \frac{N_1}{2(\partial \Delta_{\text{ЛЛ}}/\partial \omega)} \pm \left[ \frac{N_2}{(\partial \Delta_{\text{ЛЛ}}/\partial \omega)(\partial \Delta_{\text{ЛЭ}}/\partial \omega)} + \frac{b^2 \Phi}{M_0^2 (\partial \Delta_{\text{ЛЛ}}/\partial \omega)(\partial \Delta_{\text{ЛЭ}}/\partial \omega)} \right]^{1/2}. \quad (16)$$

Видно, что даже при  $\Delta q=0$   $\Delta \omega$  имеет два значения. В отсутствие нелинейности  $N_1=N_2 \equiv 0$  подкоренное выражение больше нуля. Это говорит о том, что при  $\Delta q=0$  дисперсионные ветви АВ и МСВ расталкиваются. Если же  $N_1, N_2 \neq 0$ , то подкоренное выражение в (16) может стать отрицательным (при больших уровнях мощности); таким образом, выражение для  $\Delta \omega$  станет комплексным. Дисперсионное выражение (12a) можно переписать при  $\Delta \omega=0$ . В этом случае

$$(\Delta q)^2 - N_1 \Delta q / (\partial \Delta_{\text{ЛЛ}}/\partial q) - (b^2 \Phi / M_0^2 + N_2) / (\partial \Delta_{\text{ЛЭ}}/\partial q) (\partial \Delta_{\text{ЛЛ}}/\partial q) = 0 \quad (17)$$

или

$$\Delta q \approx \frac{N_1}{2(\partial \Delta_{\text{ЛЛ}}/\partial q)} \pm \left[ \left( N_2 + \frac{b^2 \Phi}{M_0^2} \right) \left( \frac{\partial \Delta_{\text{ЛЛ}}}{\partial q} \right) \left( \frac{\partial \Delta_{\text{ЛЭ}}}{\partial q} \right) \right]^{1/2}. \quad (18)$$

На рис. 2 представлены зависимости  $(\Delta qd) \equiv \delta$  от безразмерной мощности  $P$  (18) для  $\Delta \omega=0$  (а) и безразмерной частоты  $\Omega$  от мощности  $P$  для  $\Delta q=0$  (б). Видно, что даже на одной частоте благодаря наличию мощности, начиная с некоторого значения ее, добавка к волновому числу за счет магнитоупругости и нелинейности становится положительной всегда. Это говорит о том, что меняя мощность нелинейной МСВ, можно

управлять параметрами АВ, в частности изменять величину области расталкивания волн, групповой скорости.

Таким образом, впервые проанализированы дисперсионные свойства нелинейных магнитоупругих волн типа Лява в слоистых структурах, содержащих ферромагнитную пленку. В общем случае зона расталкивания волн видоизменяется; в зависимости от мощности частота и волновое число в этой области могут иметь комплексный вид. Показано, что мощность волны является дополнительной степенью свободы; меняя мощность, можно изменять дисперсионные характеристики волны.

Интерес представляют исследования нелинейных магнитоупругих волн типа рэлеевских. В случае, когда линейные МСВ и АВ распространяются перпендикулярно магнитному полю, лежащему в плоскости пленки, эти волны не связываются. Нелинейные же волны становятся связанными, однако об этом мы сообщим в нашей следующей работе.

#### Список литературы

- [1] Mattews H., van de Vaart H. // Appl. Phys. Lett. 1969. V. 15. N 11. P. 373—375.
- [2] Camley R. E. // J. Appl. Phys. 1979. V. 50. N 8. P. 5272—5284.
- [3] Parekh J. P. // Electron Lett. 1970. V. 6. N 14. P. 430—432.
- [4] van de Vaart H., Mattews H. // Appl. Phys. Lett. 1970. V. 16. N 4. P. 153—155.
- [5] Филиппов Б. Н. // Препринт № 80 (1), ИМФ УЦ АН СССР. Свердловск, 1980.
- [6] Бугасв А. С., Гуляев Ю. В., Зильберман П. Е., Филимонов Ю. А. // ФТТ. 1981. Т. 23. № 9. С. 2647—2652.
- [7] Гуляев Ю. В., Никитов С. А. // ФТТ. 1984. Т. 26. № 9. С. 2545—2547.
- [8] Зильберман П. Е., Казаков Г. Т., Тихонов В. В. // Письма ЖТФ. 1985. Т. 11. № 13. С. 769—773.
- [9] Boardman A. D., Nikitov S. A. // Phys. Rev. B1. 1989.

Институт радиотехники и электроники  
АН СССР  
Москва

Поступило в Редакцию  
16 ноября 1988 г.