

УДК 548.4 : 534.2

## ЗВУКОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ ОБРАЗОВАНИИ ТРЕЩИНЫ В НЕОГРАНИЧЕННОЙ УПРУГОЙ СРЕДЕ И НА ПОВЕРХНОСТИ УПРУГОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА

К. А. Чижко

Проанализированы поля звукового излучения (асимптотики поля скоростей смещения точек среды и поля напряжений в волновой зоне), возникающие при образовании прямолинейной хрупкой трещины в неограниченной изотропной среде и на поверхности изотропного полупространства. Для описания трещины как источника упругих полей использована модель дислокационного скопления, совершающего неконсервативное движение в кристалле. Получены спектральные компоненты (Фурье-трансформанты по времени) и пространственно-временная форма излучаемых импульсов. В неограниченной среде бесконечно длинная трещина излучает цилиндрические волны сдвига и сжатия, испускаемые в момент зарождения трещины критического размера и при последующем нестационарном распространении краев дефекта. В полуограниченной среде состав излучения пополняется поверхностными рэлеевскими волнами. Приведены оценки амплитуд полей в излучаемых звуковых импульсах.

Трещины, зарождающиеся и распространяющиеся в пластически деформируемых кристаллах, являются источниками мощного звукового излучения, несущего информацию о динамических характеристиках процессов разрушения. Несмотря на то что представление о трещине как очаге акустической эмиссии широко используется при интерпретации соответствующих опытных данных, теоретическое описание возникающих здесь явлений в настоящее время далеко от своего завершения. В работе [1] в строгой постановке решалась задача об упругих полях трещины, раскрывающейся в объеме изотропной среды; в [2] проведен анализ динамики упругого полупространства с поверхностной трещиной. Подход, развиваемый в [1, 2], эффективен при анализе полей от глубоких трещин, однако его применение сталкивается с трудностями определения закона движения берегов дефекта. Кроме того, результаты [1, 2] не являются непосредственно полями излучения в смысле, который обычно придается этому термину в теории поля [3].

Вместе с тем существует возможность описания зарождения и распространения трещин в модели плоского дислокационного скопления [4, 5], для которого, однако, следует уточнить концепцию динамического поведения, поскольку скопления, соответствующие трещинам, состоят из дислокаций, не могущих скользить в плоскости дефекта [4]. Использование дислокационных моделей в механике разрушения представляется совершенно естественным, поскольку эволюция дислокационных ансамблей является истинной физической причиной возникновения трещин [6]. Наконец, сведение задачи о развитии трещины к динамике дислокационного скопления позволяет подойти к проблеме звукового излучения в этом процессе с позиций хорошо развитой количественной теории [7].

Цель настоящей работы — расчет полей звукового излучения для дислокационной модели хрупкой трещины, зарождающейся в неограниченной изотропной среде и на поверхности изотропного полупространства. Трещина переменной ширины  $2L(t)$  рассматривается как плоское скопление прямолинейных краевых дислокаций, распределенных с из-

вестной плотностью  $\rho_{ik}(\mathbf{r}, t)$ . Получены выражения для спектральных компонент и пространственно-временного распределения полей излучения в дипольном приближении (асимптотики поля скоростей смещения точек среды и поля напряжений в волновой зоне на расстояниях до точки наблюдения  $r \gg 2L$ ).

## 1. Постановка задачи. Дислокационная модель трещины

Поле скоростей смещений точек упругой среды, содержащей подвижные дислокации, удовлетворяет динамическому уравнению теории упругости [5, 7]

$$\rho \frac{\partial^2 v_i}{\partial t^2} - \lambda_{iklm} \frac{\partial}{\partial x_k} \frac{\partial}{\partial x_l} v_m = f_i(\mathbf{r}, t). \quad (1)$$

Здесь  $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t) = (\partial/\partial t) \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ ;  $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$  — поле смещений в среде с плотностью  $\rho$ ;  $\lambda_{iklm}$  — тензор модулей упругости. Объемные силы связаны с тензором плотности потока дислокаций  $j_{ik}(\mathbf{r}, t)$  [5, 7]

$$f_i(\mathbf{r}, t) = \lambda_{ijnp} (\partial/\partial x_j) j_{np}(\mathbf{r}, t). \quad (2)$$

Ниже мы ограничимся случаем изотропной среды, для которой

$$\lambda_{iklm} = \rho (c_l^2 - 2c_t^2) \delta_{ik} \delta_{lm} - \rho c_t^2 (\delta_{im} \delta_{kl} + \delta_{il} \delta_{km}), \quad (3)$$

где  $c_l, c_t$  — скорости продольного и поперечного звуков.

Рассмотрим трещину, имеющую прямолинейные, параллельные оси  $oZ$  края, лежащую в плоскости  $y=0$  (рис. 1). Для решения стоящей перед нами задачи необходимо описать динамику трещины как эволюцию скопления непрерывно распределенных краевых дислокаций [4, 5], экстраплоскости которых лежат в плоскости трещины  $y=0$ . Закон движения концов трещины  $x = \pm L(t)$  предполагается заданным (такая постановка соответствует обычному для теории излучения подходу [3]). В этом случае отлична от нуля только компонента  $j_{yy}$  тензора плотности потока дислокаций и компонента  $\rho_{yz}$  тензора плотности дислокаций [5, 7] (они являются функциями двумерного радиус-вектора  $\mathbf{R} = (x, y)$ , лежащего в плоскости, перпендикулярной линиям дислокаций в скоплении). Эти величины связаны уравнением непрерывности [7]

$$(\partial/\partial t) \rho_{yz} + (\partial/\partial x) j_{yy} = 0. \quad (4)$$

При вычислении полей излучения необходим, однако, не сам тензор  $j_{ik}$ , а связанная с ним интегральная характеристика — полный дислокационный дипольный момент системы [5, 7], производная по времени от которого с учетом (4) равна

$$\frac{\partial}{\partial t} D_{yy} = - \int j_{yy} dx dy = - \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-L}^L dx \int_{-L}^x dx' \frac{\partial}{\partial t} \rho(x', y, t). \quad (5)$$

Плотность дислокаций в движущемся скоплении  $\rho_{ik}(\mathbf{R}, t)$  должна определяться из решения соответствующей динамической задачи [7], но в интересующем нас случае в этом фактически нет необходимости. Эквивалентность тонкой трещины дислокационному скоплению определенного вида означает, что смещения на ее берегах совпадают с геометрическим

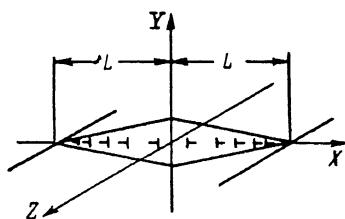


Рис. 1.

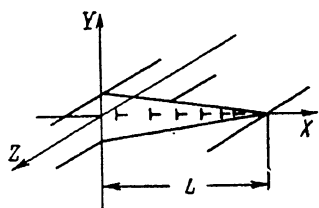


Рис. 2.

смещением точек среды, содержащей скопление дислокаций с известным  $\rho_{ik}(\mathbf{R}, t)$ , создающим такие же поля в среде, что и исходная трещина с заданным распределением нагрузок на раскрытых поверхностях. В смысле же динамики между двумя этими объектами нет ничего общего: дислокации скопления, моделирующего трещину, вообще не могут скользить в плоскости  $y=0$ , в то время как раскрытие трещины происходит с большими скоростями. При этом распределение смещений на берегах дефекта устанавливаются за времена  $\tau \sim L/c_R$  ( $c_R$  — скорость рэлеевских волн) и в интересующем нас случае, когда скорость движения концов трещины  $V_c = dL/dt \ll c_R$ , можно считать, что в каждый момент времени  $\rho_{ik}$  совпадает со статическим распределением [5]

$$\rho_{yy}(\mathbf{R}, t) = \frac{2\alpha x \delta(y)}{\sqrt{L^2(t) - x^2}} \Theta(t), \quad a = (1 - \sigma) \frac{p_0}{\mu}, \quad (6)$$

в котором  $L(t)$  — заданная функция времени,  $\mu = \rho c_s^2$  — модуль сдвига,  $\sigma$  — коэффициент Пуассона,  $p_0$  — внешнее растягивающее напряжение,  $\Theta(t)$  — ступенчатая функция Хэвисайда. Предполагается, что  $L(0) = L_{кр} = 2\alpha\mu / [\pi(1 - \sigma)p_0^2]$  — полудлина критической трещины ( $\alpha$  — коэффициент поверхностного натяжения кристалла) [5]. На расстояниях  $d \sim 10a_0$  ( $a_0$  — параметр решетки) вблизи концов свободно растущей трещины выражение (6) должно быть заменено на  $\rho(x) \sim \sqrt{L^2(t) - x^2}$  [5], однако мы не учитываем здесь этого обстоятельства, что соответствовало бы удержанию в интересующей нас интегральной величине (5) малой поправки порядка  $d/L \ll 1$ . Формула (6) описывает тонкую трещину, растущую таким образом, что в любой момент времени отношение ее длины

$L(t)$  к раскрытию  $h(t) = \int_0^{L(t)} \rho(\mathbf{R}, t) dx$  есть постоянная (и малая) величина  $h(t)/L(t) = 2a = \text{const}(t) \ll 1$ . Скопление (6), полный вектор Бюргера которого равен нулю, состоит из двух одинаковых скоплений (сверхдислокаций) разных знаков с векторами Бюргера  $B_+ = -B_- = h(t)$ , равными друг другу по абсолютной величине.

Подставляя (6) в (5), находим  $\partial D_{yy}/\partial t = \pi a (\partial/\partial t) L^2(t)$ . Таким образом, источником полей в среде, содержащей трещину, оказывается диполь из двух сверхдислокаций с векторами Бюргера  $aL(t)$ , разбегающихся со скоростями  $V_c \ll c_R$ . Указанный результат справедлив для достаточно длинных трещин, у которых  $L(t) \gg L_{кр}$ . Пользуясь известными результатами для дислокационных скоплений [7], можно показать, что для коротких трещин, размеры которых порядка критической длины  $L_{кр}$  [5], производная по времени от дипольного момента равна  $(\partial/\partial t) D_{yy} \sim L_{кр} (\partial L(t)/\partial t)$ .

Очевидно, что принятая модель в основных чертах правильно отражает свойства трещины как источника звука в среде. Модельные предположения подтверждаются результатами экспериментального наблюдения звукового излучения дислокационных скоплений [8], из которых следует, что очаг эмиссии сосредоточен в быстро движущейся голове скопления.

## 2. Звуковое излучение линейной трещины в неограниченной среде

В работе [9] получены общие выражения для полей излучения системы произвольно движущихся прямолинейных параллельных дислокаций в неограниченной изотропной среде. Эти результаты, однако, неприменимы к интересующему нас здесь случаю неконсервативного движения дислокаций и нуждаются в соответствующем обобщении в рамках известной схемы теории упругости с использованием функции Грина  $G_{ik}^{(0)}(\mathbf{r}, t)$  для неограниченной среды [10]. Решение уравнения (1) в общем случае имеет вид

$$v_i(\mathbf{R}, t) = \lambda_{klmn} \frac{\partial}{\partial x_l} \int_{-\infty}^t dt' \int d^2 R' \tilde{G}_{ik}^{(0)}(\mathbf{R} - \mathbf{R}', t - t') j_{nm}(\mathbf{R}', t'), \quad (7)$$

для  $\tilde{G}_{ik}^{(0)}(\mathbf{R}, t)$  — функция Грина динамической плоской задачи теории упругости в бесконечной изотропной среде [9]. Произведя вычисления, аналогичные [9], получаем выражения для спектральных компонент  $\mathbf{v}^\omega(\mathbf{R})$  поля скоростей в волновой зоне  $\omega R/c \gg 1$  (см. [3])

$$v_i^\omega(\mathbf{R}) = -\frac{is(\omega)c_l^2}{\sqrt{2\pi|\omega|R}} \sum_{\lambda=l,t} \frac{1}{c_\lambda^{3/2}} \Psi_{ik}^{(\lambda)}(\mathbf{N}) \mathcal{J}_k^{(\lambda)\omega}(\mathbf{N}) \exp\left[-\frac{i\omega}{c_\lambda} R + \frac{i\pi}{4} s(\omega)\right]. \quad (8)$$

Здесь

$$\mathcal{J}^{(\lambda)\omega}(\mathbf{R}) = i\omega \mathbf{v} \int d^2 R' j_{yy}^\omega(\mathbf{R}') \exp\left(i \frac{\omega}{c_\lambda} \mathbf{R}' \mathbf{N}\right), \quad (9)$$

а также  $\mathbf{N} = \mathbf{R}/R$ ,  $\mathbf{v} = \{(1 - 2\gamma^2)N_x, N_y, 0\}$ ,  $\gamma = c_t/c_l$ ,  $s(\omega) = \text{sign } \omega$  и  $\Psi_{ik}^{(\lambda)}(\mathbf{N})$  — тензоры, определяющие угловое распределение излучения

$$\Psi_{ik}^{(l)}(\mathbf{N}) = N_i N_k, \quad \Psi_{ik}^{(t)}(\mathbf{N}) = \delta_{ik} - N_i N_k. \quad (10)$$

При записи (8) учтено, что поля регистрируются на далеких расстояниях от источника [3]:  $|\mathbf{R} - \mathbf{R}'| \approx R - \mathbf{R}' \mathbf{N}$ , а  $R' \sim L$ . Спектральные компоненты  $\sigma_{ik}^\omega(\mathbf{R})$  поля напряжений в волновой зоне находим из (8) с помощью закона Гука

$$\sigma_{ik}^\omega(\mathbf{R}) = \frac{is(\omega)\rho c_l^4}{\sqrt{2\pi|\omega|R}} \sum_{\lambda=l,t} \frac{1}{c_\lambda^{3/2}} \Lambda_{ikm}^{(\lambda)}(\mathbf{N}) \mathcal{J}_m^{(\lambda)\omega}(\mathbf{N}) \exp\left[-\frac{i\omega R}{c_\lambda} + \frac{i\pi}{4} s(\omega)\right], \quad (11)$$

где

$$\Lambda_{ikm}^{(l)}(\mathbf{N}) = [\delta_{ik} - 2\gamma^2(N_i N_k - \delta_{ik})] N_m, \quad (12)$$

$$\Lambda_{ikm}^{(t)}(\mathbf{N}) = \gamma^2[\delta_{im} N_k + \delta_{km} N_i - 2N_i N_k N_m]. \quad (13)$$

Обратим внимание на то, что определение вектора  $\mathcal{J}^{(\lambda)\omega}$  и тензоров  $\Lambda_{ikm}^{(\lambda)}$  отличается от аналогичных формул для полей излучения системы консервативно движущихся (скользящих) дислокаций [9].

В дипольном (нулевом по параметру  $\omega R'/c \ll 1$ ) приближении

$$\mathcal{J}^{(\lambda)\omega}(\mathbf{R}) = \pi \gamma \nu [-i\omega L^2(0) + (i\omega)^2 (L^2)^\omega], \quad (14)$$

причем первое слагаемое связано с рождением трещины критического размера  $L(0) = L_{кр}$  при  $t = t_0$ ; вклад этого слагаемого аналогичен излучению при аннигиляции дислокаций [9]. Второе слагаемое в (14) относится к тормозному излучению при нестационарном развитии растущей трещины. Отметим, что плотность потока (14) пропорциональна квадрату длины трещины; этот интересный результат будет обсужден в конце данного раздела.

Произведя обратное преобразование Фурье по времени в (8) и (11) с учетом (14), получим пространственно-временную форму полей излучения трещины в неограниченной среде

$$v_i(\mathbf{R}, t) = \frac{ac_l^2}{2\sqrt{2}R} \sum_{\lambda=l,t} \frac{1}{c_\lambda^{3/2}} \Psi_{ik}^{(\lambda)}(\mathbf{N}) v_k \left\{ -\tilde{u}_0 \frac{\theta(t - R/c_\lambda)}{\sqrt{t - R/c_\lambda}} + \int_0^\infty \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}} \theta(\tau - t - R/c_\lambda) \tilde{W}(t - \tau - R/c_\lambda) \right\}, \quad (15)$$

где

$$\tilde{u}_0 = L(0) V_c(0), \quad \tilde{W}(t) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} L^2(t).$$

$$\sigma_{ik}(\mathbf{R}, t) = -\frac{\rho c_l^2}{2\sqrt{2R}} \sum_{\lambda=l, t} \frac{1}{c_\lambda^{1/2}} \Lambda_{ikm}^{(\lambda)}(N) v_m \left\{ -\tilde{u}_0 \frac{\Theta(t - R/c_\lambda)}{t - R/c_\lambda} + \int_0^\infty \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}} \Theta(\tau - t - R/c_\lambda) \tilde{W}(t - \tau - R/c_\lambda) \right\}. \quad (16)$$

По общей структуре выражения (15), (16) совпадают с аналогичными формулами для звукового излучения при аннигиляции прямолинейных дислокаций [9], однако смысл функций, определяющих пространственно-временную эволюцию звуковых импульсов, здесь совершенно иной. Начальная «скорость»  $\tilde{u}_0$  и «ускорение»  $\tilde{W}(t)$  при последующем расширении трещины представляют собой не истинные скорость и ускорение концов дефекта, а соответствуют производным по времени от квадрата ширины трещины. Это есть следствие использованной модели трещины как скопления непрерывно распределенных дислокаций, эквивалентного паре «сверхдислокаций» противоположного знака с переменными векторами Бюргерса, равными  $L(t)$  и отстоящими друг от друга на расстояние  $2L(t)$ . Таким образом, полный поток в системе  $LV_c$ , что объясняет полученную нами зависимость. Поля излучения бесконечно протяженной плоской трещины содержат в своем составе цилиндрические волны сдвига и сжатия, как и должно быть вследствие трансляционной симметрии системы вдоль оси  $oZ$ . При этом компонента  $v_z$  поля скоростей равна нулю вместе с компонентами  $\sigma_{iz}$  поля напряжений.

Наконец, укажем оценки для амплитуды импульсов излучения от трещины длиной  $L \sim 10^{-4}$  см, рождающейся за время  $\tau_0$  ( $R \sim 1$  см,  $V_c \sim 10^{-2}$  с)

$$v \sim c \left(\frac{L}{R}\right)^{1/2} \left(\frac{L}{c\tau_0}\right)^{3/2} \sim c \left(\frac{L}{R}\right)^{1/2} \left(\frac{V_c}{c}\right)^{3/2} \sim (10^{-6} \div 10^{-5}) \text{ с}. \quad (17)$$

Для напряжений имеем, как обычно,  $\sigma \sim \rho c v \sim 10^{-6}$  д. Как и следовало ожидать, звуковая эмиссия при образовании трещины оказывается весьма значительной. Амплитуду «начального всплеска» при образовании в начальный момент времени трещины критического размера можно сравнить с амплитудой излучения при аннигиляции дислокаций [9]. Принимая во внимание, что вектор Бюргерса одной сверхдислокации в трещине длины  $L_{кр}$  равен  $B_+ = -B_- = (2a/3)\sqrt{dL_{кр}} \sim 10b$  ( $b$  — вектор Бюргерса решеточной дислокации), находим, что амплитуды полей излучения в два-три раза (а интенсивность — на порядок) превосходят соответствующие величины для аннигилирующих дислокаций.

### 3. Излучение звука поверхностной трещиной

Рассмотрим линейную трещину, параллельную оси  $oZ$ , зарождающуюся на свободной поверхности упругоизотропного полупространства  $x > 0$  в момент времени  $t=0$  ( $L(0) = L_{кр}$ ) и распространяющуюся в глубь среды вдоль оси  $oY$  (рис. 2). В этом случае

$$\frac{\partial D_{yy}}{\partial t} = \frac{\pi a}{2} \frac{\partial}{\partial t} L^2(t). \quad (18)$$

При наличии свободной поверхности уравнение (1) должно быть дополнено граничными условиями

$$\lambda_{ixlm} \frac{\partial v_l}{\partial x_m} \Big|_{x=0} = 0. \quad (19)$$

Общие выражения, описывающие поля излучения системы произвольно движущихся у поверхности изотропного полупространства дислокаций, приведены в работе [11]. Наличие границы среды приводит к появлению в составе излучения поверхностных рэлеевских волн. Именно

эта часть излучения является наиболее специфичной и информативной в рассматриваемом случае, и мы ограничимся анализом только рэлеевской эмиссии. Формулы работы [11] нуждаются в обобщении на случай неконсервативного движения дислокаций. В результате находим спектральные компоненты поверхностной части поля скоростей смещения точек среды

$$v^{\omega}(\mathbf{R}) = \frac{\pi a |\omega|}{c_R \Delta_0 \sqrt{2}} [L^2(0) - i\omega(L^2)^{\omega}] \times \\ \times \exp\left(-\frac{i\omega|y|}{c_R}\right) \sum_{\lambda=l, t} \mathbf{R}^{(\lambda)\omega}(y) \exp\left(-\frac{|\omega|x}{c_R} \sqrt{1-\gamma_{\lambda}^2}\right), \quad (20)$$

где  $c_R$  — скорость рэлеевских волн, векторы  $\mathbf{R}^{(\lambda)\omega}(y)$  определяются по формулам ( $\xi^{(\lambda)\omega}(y) = \{-is(\omega)\sqrt{1-\gamma_{\lambda}^2}, s(y), 0\}$ )

$$\mathbf{R}^{(l)\omega}(y) = -\frac{\gamma_l^2 - 2}{\sqrt{1-\gamma_l^2}} \xi^{(l)\omega}(y), \quad (21)$$

$$\mathbf{R}^{(t)\omega}(y) = 2ts(\omega)s(y) [\xi^{(t)\omega}(y) \times \tau], \quad \tau = (0, 0, 1), \quad (22)$$

причем  $\gamma_{\lambda} = c_R/c_{\lambda}$  ( $\lambda = l, t$ ), а также

$$\Delta_0 = \frac{2}{\gamma_l^2(1-\gamma_l^2)} \left[ 1 - 2 \frac{4 - 3(\gamma_l^2 - \gamma_t^2)^2 + 2\gamma_l^2\gamma_t^2}{(2-\gamma_l^2)^3} \right].$$

Спектральные компоненты поля напряжений равны

$$\sigma_{ik}^{\omega}(\mathbf{R}) = -\frac{\pi a |\omega|}{c_R^2 \Delta_0 \sqrt{2}} [L^2(0) - i\omega(L^2)^{\omega}] \times \\ \times \lambda_{iklm} \exp\left(-i\omega \frac{|y|}{c_R}\right) \sum_{\lambda=l, t} \xi^{(\lambda)\omega}(y) R_m^{(\lambda)\omega}(y) \exp\left(-\frac{|\omega|x}{c_R} \sqrt{1-\gamma_{\lambda}^2}\right). \quad (23)$$

Как и в случае неограниченной среды, спектральные компоненты полей в полупространстве записаны в дипольном приближении [3, 11].

Выполнив обратное преобразование Фурье в (20) и (23), находим поверхностную часть полей излучения трещины

$$v(\mathbf{R}, t) = \frac{a}{c_R \Delta_0 \sqrt{2}} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{\lambda=l, t} \mathbf{R}^{(\lambda)}(y) \left[ \tilde{u}_0 I^{(\lambda)}(\mathbf{R}, t - |y|/c_R) - \right. \right. \\ \left. \left. - \int_0^{\infty} dt' \tilde{W}(t') I^{(\lambda)}(\mathbf{R}, t - t' - |y|/c_R) \right] \right\}, \quad (24)$$

где

$$I^{(\lambda)}(\mathbf{R}, t) = \frac{t - i(x/c_R) \sqrt{1-\gamma_{\lambda}^2}}{t^2 + (x^2/c_R^2)(1-\gamma_{\lambda}^2)},$$

и соответственно

$$\sigma_{ik}(\mathbf{R}, t) = -\frac{a}{c_R^2 \Delta_0 \sqrt{2}} \lambda_{iklm} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{\lambda=l, t} \xi^{(\lambda)}(y) R_m^{(\lambda)}(y) \times \right. \\ \left. \times \left[ 2\tilde{u}_0 I^{(\lambda)}\left(\mathbf{R}, t - \frac{|y|}{c_R}\right) - \int_0^{\infty} dt' \tilde{W}(t') I^{(\lambda)}\left(\mathbf{R}, t - t' - \frac{|y|}{c_R}\right) \right] \right\}. \quad (25)$$

Векторы  $\mathbf{R}^{(\lambda)}(y)$  и  $\xi^{(\lambda)}(y)$  получаются из соответствующих спектральных компонент заменой в них функции  $s(\omega)$  на единицу (ср. с [11]). Первые слагаемые в (20), (23)–(25) представляют собой импульсы поверхностных волн, возникающие в момент образования на поверхности среды трещины критического размера. Вторые слагаемые в этих выражениях связаны с последующим нестационарным развитием трещины в глубь среды.

На поверхности среды при  $x=0$  отличны от нуля

$$v_y(0, y, t) \sim \frac{as(y) \gamma_i^2 (\gamma_i^2 - 2)}{c_R \Delta_0 \sqrt{1 - \gamma_i^2}} \frac{L(0) V_c(0)}{t - |y|/c_R}, \quad (26)$$

а также

$$\sigma_{yy}(0, y, t) \sim \frac{ap}{\Delta_0} \frac{(1 - \gamma_i^2) (\gamma_i^2 - 2)}{\sqrt{1 - \gamma_i^2}} \frac{L(0) V_c(0)}{t - |y|/c_R}. \quad (27)$$

Остальные компоненты поля напряжений и поля скоростей на поверхности равны нулю, как и должно быть в согласии с граничными условиями и симметрией задачи. Полагая  $t - |y|/c_R \sim \tau_0$  ( $\tau_0$  — время образования трещины критического размера), получим оценки амплитуд полей в поверхностных импульсах при  $x=0$

$$v \sim \frac{L(0)}{\tau_0} \frac{V_c}{c_R} \sim V_c \frac{V_c}{c_R}, \quad \sigma \sim \rho v c \sim \mu \left( \frac{V_c}{c_R} \right)^2. \quad (28)$$

Для значений параметров, принятых в предыдущем разделе, напряжения на поверхности среды составляют  $10^{-4}$   $\mu$ .

#### 4. Обсуждение результатов

Использование дислокационной модели для описания звукового излучения трещины позволяет сравнительно простым путем получить решение сложной задачи динамической теории упругости. При этом возникает вопрос об адекватности дислокационной модели реальным свойствам трещины как источника внутренних напряжений в среде. Формально эта модель может быть строго обоснована в рамках теории упругости [5], но для широких трещин кажется странным, что граничные условия на боковых поверхностях дефекта могут привести к такому же распределению упругих полей в кристалле, как и плоское дислокационное скопление конечной ширины. Ответ заключается в том, что равновесие боковых поверхностей трещины и равновесие эквивалентного скопления дислокаций определяется одними и теми же условиями для одинаковых компонент, приложенных к дефектам напряжений. В этом смысле упругий отклик трещины совпадает с откликом плоского скопления дислокаций при малых отклонениях последних из положений равновесия; подробное рассмотрение подобных вопросов имеется в работе [12].

Дислокационная модель трещины весьма удобна в работе и легко может быть развита, например, для случаев, когда в концах дефекта имеется пластическая релаксация. Для этого в (6) следует ввести «модулирующие» множители, перенормирующие амплитуды пакетов и несущие информацию о процессах движения дислокаций среды вблизи концов трещины. Таким образом, возможно получить аналитическое решение задачи, которая в настоящее время исследована лишь методами машинного моделирования [13].

Трещины являются источниками весьма интенсивной эмиссии в среде, благодаря чему их можно надежно идентифицировать в эксперименте по регистрации звукового излучения в процессе пластической деформации и разрушения кристаллов [14]. Успехи экспериментальных методик позволяют предположить, что в звуковом излучении трещин можно будет зарегистрировать сравнительно тонкие эффекты, например доплеровский сдвиг для импульсов, излучаемых с противоположных концов трещины, движущихся с большими скоростями в разные стороны.

#### Л и т е р а т у р а

- [1] Крылов В. В. // Акуст. журн. 1983. Т. 29. № 6. С. 790—798.
- [2] Крылов В. В., Пономарев Е. П. // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 2. С. 211—217.
- [3] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М., 1967. 460 с.
- [4] Хирт Дж., Лоте Й. Теория дислокаций. М., 1972. 599 с.
- [5] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. М., 1965. 203 с.

- [6] Фридель Ж. Дислокации. М., 1967. 643 с.  
[7] Косевич А. М. Дислокации в теории упругости. Киев, 1978. 219 с.  
[8] Бойко В. С., Гарбер Р. И., Кривенко Л. Ф., Кривуля С. С. // ФТТ. 1969. Т. 11. № 12. С. 3624—3626.  
[9] Нацик В. Д., Чишко К. А. // ФТТ. 1972. Т. 14. № 11. С. 3126—3132.  
[10] Новацкий В. Теория упругости. М., 1975. 872 с.  
[11] Нацик В. Д., Чишко К. А. // ФТТ. 1978. Т. 20. № 2. С. 457—465.  
[12] Чишко К. А. // ФТТ. 1981. Т. 23, № 1. С. 36—45.  
[13] Карпинский Д. Н., Санников С. В. // Тез. I Всес. конф. «Акустическая эмиссия материалов и конструкций». Ростов-на-Дону, 1984. Т. 1. С. 212—213.  
[14] Бойко В. С., Кривенко Л. Ф. // ФТТ. 1988. Т. 30. № 3. С. 716—723.

Физико-технический институт  
низких температур АН УССР  
Харьков

Поступило в Редакцию  
20 июля 1988 г.  
В окончательной редакции  
20 октября 1988 г.