УДК 539.1

АКУСТИЧЕСКАЯ МОДУЛЯЦИЯ СПЕКТРА МЕССБАУЭРОВСКОГО ПОГЛОЩЕНИЯ МАЛЫМИ ЧАСТИЦАМИ

А. В. Затовский, А. В. Звелиндовский

Изучена акустическая модуляция спектров поглощения гамма-квантов хаотически вкрапленными в упругую матрицу сферическими частицами, в состав которых входят мессбауэровские атомы. Построено общее выражение для спектра поглощения, пригодное при произвольных частотах падающего акустического поля, длина волны которого значительно превышает размеры вкраплений. Детально исследована форма спектра при некогерентном низкочастотном акустическом воздействии.

Частотная модуляция спектров мессбауэровского поглощения при акустическом воздействии на кристаллический образец изучалась многими авторами (см. обзоры [1, 2]). Существенные изменения формы спектра наблюдаются как при ультразвуковых частотах, сравнимых с естественной шириной линии Г [1], так и на частотах, значительно меньших Г, в широких пределах изменения мощности звуковой волны [3]. Простое теоретическое описание [4-6] явления основано на предположении, что образец совместно с мессбауэровским ядром в звуковом поле колеблется как целое и дополнительно к тепловому движению поглощающего атома модулирует спектр.

В настоящей работе построен спектр поглощения гамма-квантов малыми частицами, в состав которых входит мессбауэровский атом. Сами частицы вкраплены в упругую матрицу, в которой распространяется звуковая волна.

Спектр резонансного поглощения гамма-квантов определяется Фурье-образом промежуточной функции Ван Хова, описывающей корреляцию положений мессбауэровского атома

$$\sigma(\omega) \sim \operatorname{Re} \int_0^\infty dt e^{-(\Gamma/2 - i\omega)t} F(\mathbf{p}, t), \quad F(\mathbf{p}, t) = \left\langle e^{i\mathbf{p}(\mathbf{r}(t) - \mathbf{r}(0))} \right\rangle. \tag{1}$$

Здесь ω — сдвиг частоты гамма-кванта от резонансной; $\mathbf{p}$ — импульс гамма-кванта; $\mathbf{r}(t)$ — координата поглощающего атома в момент времени t; угловыми скобками обозначено усреднение по тепловому движению. Будем изучать спектр резонансного поглощения на системе сферических хаотически расположенных вкраплений в однородной упругой среде. Пусть в состав сферических частиц входят мессбауэровские атомы и размер частиц мал по сравнению с длиной волны акустического поля, действующего на матрицу с вкраплениями. Под влиянием акустического поля мессбауэровский атом вместе с ближайшим окружением будет совершать вынужденные колебания. Приближенно можно считать, что тепловое и вынужденное движения атома независимы. Характеру теплового движения атомов частиц и его влиянию на вероятность эффекта Мессбауэра в литературе уделялось много внимания [7]. Здесь мы будем считать, что спектр поглощения гамма-квантов может быть аппроксимирован лоренцевой кривой с эффективной полушириной $\Delta\Gamma$, учитывающей закономерности тепловых смещений атомов в ограниченной области [7]. Явный вид вынужденных смещений атомов во внешнем акустическом поле найдем, решив вспомогательную задачу о деформационном смещении участка упругого сферического вкрапления радиуса R в изотропной упругой среде из материала, отличающегося от материала вкрапления. Среда и сфера находятся в состоянии периодического движения, которое вдали от сферы представляет собой монохроматическую плоскую продольную волну. Смещения во внутренней и внешней областях частицы удовлетворяют уравнениям теории упругости (индексы 1 и 2 для внешней и внутренней области опустим)

$$\rho\,(\partial^2 \mathbf{s}/\partial t^2) = (\lambda + \mu)\,\nabla\,\mathrm{div}\,\mathbf{s} + \mu\Delta\mathbf{s}, \tag{2}$$

где λ, μ — коэффициенты Ламе; ρ — плотность среды. Для гармонической периодической волны $\mathbf{s}=\mathbf{s}_0(\mathbf{r})\exp(i\Omega t)$ с частотой Ω амплитуда может быть представлена в виде

$$\mathbf{s}_0 = -\nabla\psi + \mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{r}\pi. \tag{3}$$

Скалярные потенциалы ψ и π удовлетворяют уравнениям

$$(\Delta + k^2)\,\psi = 0,\quad (\Delta + \varkappa^2)\,\pi = 0, \tag{4}$$

где $k=\Omega\,(\rho/(\lambda+2\mu))^{1/2}$, $\varkappa=\Omega\,(\rho/\lambda)^{1/2}$ — волновые числа продольной и поперечной волн. Решения уравнений для скалярных потенциалов внутренней и внешней областей легко находятся путем их разложения по сферическим функциям Бесселя и полиномам Лежандра. Постоянные интегрирования определяются из условий непрерывности смещений и напряжений на границе раздела двух сред. Полное решение такой задачи громоздко и проведено в [8]. Результат значительно упрощается для частиц малых размеров по сравнению с длиной акустической волны ($kR \ll 1$). В этом случае, учитывая лишь основные по малости kR вклады, находим

$$s(r,\,t) \simeq \frac{k_1 r a_0}{4 - \mu_2/\mu_1}\sin\Omega t\,(0 \leqslant r \leqslant R). \tag{5}$$

Здесь a_0 — амплитуда падающей звуковой волны. Подставляя этот результат в (1), имеем

$$\sigma(\omega) \sim \mathrm{Re}\int\limits_0^\infty dt e^{-qt}\cos(A\sin\Omega t), \tag{6}$$

где введены обозначения

$$q = \frac{1}{2}(\Gamma + \Delta\Gamma) - i\omega,\quad A = \mathbf{pr}\frac{a_0 k_1}{4 - \mu_2/\mu_1}. \tag{7}$$

Разложим под знаком интеграла косинус в ряд по степеням A, поменяем порядок суммирования и интегрирования. Результат является рядом для функции Ломмеля

$$\sigma(\omega) \sim \mathrm{Re}\frac{1}{q}\,[1 - s_{1,\ \nu}(A)],\quad \nu = -iq/\Omega \tag{8}$$

и справедлив при любых значениях частоты звука. Его вид существенно упрощается для акустических возмущений, частота которых $\Omega \ll \Gamma$; таким образом, $|\nu| \gg 1$. Асимптотику функции Ломмеля при больших значениях модуля индекса легко найти исходя из дифференциального уравнения

$$[L_A + (A^2 - \nu^2)]\,s_{\mu,\ \nu}(A) = A^{\mu+1},\quad L_A = A^2\frac{\partial^2}{\partial A^2} + A\frac{\partial}{\partial A}.$$

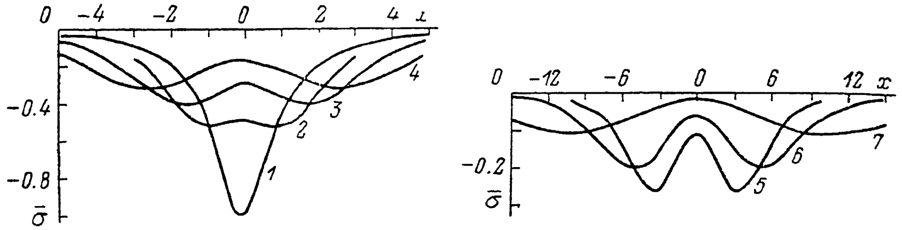
Решение этого уравнения при $\mu=1$ и после замены аргумента $A=\nu\tau$ удобно искать в виде ряда по обратным степеням ν^2, так что

$$s_{1,\ \nu}(\tau)=1+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{\nu^{2n}}\left(\frac{-1}{\tau^2-1}\ L_\tau\right)^n\frac{1}{\tau^2-1}. \qquad (9)$$

С учетом этого спектр (8) после простых преобразований можно записать в виде

$$\sigma(\omega)\sim \mathrm{Re}\,\frac{q}{q^2+(\Omega A)^2}\left(1-\frac{1}{\nu^2}L_\tau\frac{1}{\tau^2-1}+\ldots\right). \qquad (10)$$

Этот результат следует еще усреднить по всем возможным направлениям между радиусом-вектором **r**, задающим положение мессбауэровского атома внутри сферического вкрапления, и волновым числом (импульсом)



Спектры мессбауэровского поглощения сферическими частицами в акустическом поле y: *1* — 0, *2* — 0.707, *3* — 1.179, *4* — 1.768, *5* — 2.357, *6* — 3.536, *7* — 7.071.

падающего гамма-кванта. Первый член в (10) является главным членом разложения. Отделяя в нем вещественную часть, получим

$$\sigma(\omega)\sim\int_0^\pi \sin\theta d\theta\left[\frac{1}{(1+\Delta\Gamma/\Gamma)^2+4(\omega+A\Omega)^2/\Gamma^2}+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{(1+\Delta\Gamma/\Gamma)^2+4(\omega-A\Omega)^2/\Gamma^2}\right]. \qquad (11)$$

Интегрирование можно приближенно провести, например, с помощью механических квадратур Чебышева. В этом случае, ограничиваясь лишь двумя узлами, следует положить $\cos\theta\simeq 0.577$. В результате спектр определяется суммой двух лоренцианов и его анализ не вызывает затруднений, если колебания мессбауэровских ядер в образце возбуждаются когерентным звуковым полем. В простейшем случае полностью некогерентных акустических колебаний результат (11) следует усреднить по подходящему распределению амплитуд a_0. Выберем его в виде

$$P(a_0)=\frac{4}{\sqrt{\pi}}\frac{a_0^2}{a^3}\exp\left(-\frac{a_0^2}{a^2}\right).$$

Усреднение спектра в этом случае приводит к табулированным функциям, тесно связанным с интегралом вероятности [9]

$$\bar\sigma(\omega)\sim\frac{1}{\Omega A_0}\,\mathrm{Re}\,z\frac{\partial}{\partial z}W(z),\quad z=iq/\Omega A_0,$$

$$W(z)=e^{-z^2}\left(1+\frac{2i}{\sqrt{\pi}}\int_0^z e^{t^2}dt\right). \qquad (12)$$

Здесь $A_0=0.577prak_1/(4-\mu_2/\mu_1)$. Введем безразмерные параметры: сдвиг резонансной частоты $x=2\omega/(\Gamma+\Delta\Gamma)$ и комбинацию множителей, содержащих акустическую частоту, наиболее вероятную амплитуду вынужденных колебаний a, волновые числа гамма-квантов и звукового поля $y=2\Omega A_0/(\Gamma+\Delta\Gamma)$.

На рисунке представлены результаты расчета зависимости спектра от частоты при различных значениях параметра y. С увеличением y одиночная лоренцева линия существенно меняется, принимая вид размытой двугорбой кривой. Эти результаты аналогичны полученным экспериментально [3] по мессбауэровскому поглощению на тонких металлических пластинах в условиях звуковой модуляции.

Путем сопоставления (12) с экспериментом на хаотически расположенных вкраплениях, содержащих мессбауэровские атомы, возможно извлечение для вкраплений коэффициента Ламе μ_2 при известных упругих свойствах матрицы. Можно надеяться, что такой метод определения упругих свойств вкраплений будет опробован экспериментально.

Литература

[1] Макаров Е. Ф., Митин А. В. // УФН. 1976. Т. 120. № 1. С. 55—84.
[2] Андреева М. А., Кузьмин Р. Н. Мессбауэровская гамма-оптика. М., 1982. 228 с.
[3] Аракелян А. Р., Арутюнян Г. А., Габриелян Р. Г. и др. // Акуст. журн. 1978. Т. 24. № 6. С. 809—812.
[4] Шапиро Ф. Л. // УФН. 1960. Т. 72. № 4. С. 685—696.
[5] Буев А. Р. // ФТТ. 1976. Т. 18. № 6. С. 1791—1793.
[6] Tsankov L. T. // J. Phys. A. 1980. Т. 13. N 9. P. 2959—2967.
[7] Петров Ю. И. Малые частицы. М., 1982. 359 с.
[8] Труэлл Р., Эльбаум Ч., Чик Б. Ультразвуковые методы в физике твердого тела. М., 1972. 307 с.
[9] Фаддеева В. Н., Терентьев Н. М. Таблицы значений интеграла вероятности от комплексного аргумента. М., 1954. 342 с.

Одесский
государственный университет
им. И. И. Мечникова
Одесса

Поступило в Редакцию
7 июля 1988 г.