УДК 537.226.33 : 534.2

РЕЗОНАНСНАЯ ДИФРАКЦИЯ АКУСТИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКАХ С КВАЗИРЕГУЛЯРНОЙ ДОМЕННОЙ СТРУКТУРОЙ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

В. И. Альшиц, А. Н. Даринский, А. Л. Шувалов

Рассматривается коллинеарная дифракция звука и света на периодической системе 180° сегнетоэлектрических доменов в электрическом поле, сопровождающаяся резонансной перекачкой доли энергии собственной волны, падающей перпендикулярно доменным стенкам, в волну ортогональной поляризации. Показано, что существенным является учет реально существующего в эксперименте случайного разброса в толщинах доменов вокруг среднего значения («квазирегулярность» доменной структуры). Развитая теория приводит к количественному согласию расчета и эксперимента, а также позволяет сделать ряд предсказаний относительно свойств рассматриваемого явления.

Внешнее электрическое поле **E** индуцирует пространственно-периодическую модуляцию акустических и оптических свойств кристалла с регулярной структурой 180° сегнетоэлектрических доменов, что обусловливает возможность различных дифракционных явлений. В частности, дифракция света или звука при нормальном падении на регулярную доменную структуру (РДС) в поле **E** может приводить на определенных резонансных частотах к возникновению перекачки доли энергии возбуждаемой на входе собственной волны в волну ортогональной поляризации. Это явление рассматривалось в [1]. Результаты акустического эксперимента для $LiNbO_3$ с РДС, сформированной из доменов одинаковой толщины, качественно правильно описывались построенной теорией, однако имелись некоторые существенные расхождения между теоретическими и экспериментальными кривыми. В настоящей работе теория из [1] обобщается путем дополнительного учета реально существующего разброса в значениях толщин доменов. При этом удается достичь количественного соответствия расчетных и экспериментальных кривых. Кроме того, такой более общий подход позволяет сформулировать ряд новых предсказаний.

Рассмотрим дифракцию акустических волн. Обозначим через $\mathbf{A}^{(0\alpha)}$, $v^{(0\alpha)}$ ($\alpha=1, 2, 3$) взаимно ортогональные единичные векторы поляризации и фазовые скорости изонормальных собственных волн для направления, ортогонального доменным границам; индекс «0» здесь и далее означает, что данные величины взяты при $E=0$. Пусть на входе РДС, состоящей из $N=2m+1$ доменов[1] толщины $l_j^{(0)}$ ($j=1, \ldots, N$), перпендикулярно к доменным границам возбуждается одна из собственных волн (например, $\alpha=1$) с амплитудой C. Тогда при $E\neq0$ прошедшая через РДС волна содержит наряду с парциальной волной, поляризованной вдоль $\mathbf{A}^{(01)}$, волны

[1] Чтобы не загромождать выкладки, будем полагать число доменов N нечетным. Очевидно, что в рассматриваемом случае $N \gg 1$ это предположение несущественно для приближенных расчетов.

с ортогональными поляризациями $A^{(0q)} \perp A^{(01)}$ ($q=2, 3$). Амплитуды этих волн, согласно [1], задаются приближенным выражением

$$C_q \approx C\xi_{q1}\left[1 - e^{i(k^{(01)}-k^{(0q)})l_1^{(0)}}(1+S_q)\right], \tag{1}$$

где $k^{(0\alpha)} = \omega/v^{(0\alpha)}$; $\xi_{q1} \sim E$ — вычисленные в [1] малые параметры, которые описывают изменение векторов поляризации собственных волн в поле $\mathbf{E}$,

$$S_q = \sum_{p=1}^{m}\left[e^{i(k^{(0q)}-k^{(01)})\left(\sum\limits_{j=2}^{2p+1} l_j^{(0)}\right)}\left(1 - e^{i(k^{(01)}-k^{(0q)})l_{2p}^{(0)}}\right)\times\right.$$
$$\left.\times\left(1 - \frac{v^{(0q)}}{v^{(01)}}e^{i(k^{(01)}-k^{(0q)})l_{2p+1}^{(0)}}\right)\right]. \tag{2}$$

Отметим, что соотношение (1) получено в [1] с помощью линеаризации матричного метода [2, 3] в предположении $|\xi|\, N \ll 1$.

Если положить, что все домены имеют одинаковую толщину $l_j^{(0)} = l^{(0)}$, то формулы (1), (2) приводят к результатам, полученным в [1]. Естественное обобщение указанного расчета может быть получено при дополнительном учете «квазирегулярности» реальной доменной структуры, т. е. случайного разброса толщин доменов $l_j^{(0)}$ вокруг среднего значения $l^{(0)}$. Допустим для простоты, что величины $l_j^{(0)}$ распределены по нормальному закону [2] $f(l_j^{(0)}) = (\sqrt{2\pi}\,\sigma)^{-1}\exp[-(l_j^{(0)} - l^{(0)})^2/2\sigma^2]$. Найдем среднюю интенсивность $\langle I_q\rangle$ парциальной волны с поляризацией $\mathbf{A}^{(0q)}$ на выходе РДС

$$\langle I_q\rangle \equiv \langle C_q C_q^*\rangle = \int\limits_{l_1^{(0)}} \cdots \int\limits_{l_N^{(0)}} C_q C_q^* f(l_1^{(0)}) \ldots f(l_N^{(0)})\, dl_1^{(0)} \ldots dl_N^{(0)}, \tag{3}$$

в окрестности резонанса, задаваемого условием

$$\omega_{\text{рез}}/\Omega_q = 1 + 2s \quad (s = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots), \tag{4}$$

где $\Omega_q = \pi v^{(0q)} v^{(01)}/|v^{(0q)} - v^{(01)}|\, l^{(0)}$. В результате вычислений имеем для $N \gg 1$

$$\frac{\langle I_q\rangle}{I_0} \approx \zeta\left\{\frac{(\mu_q^4 - 4\varepsilon_q^2)\left[e^{-N\mu_q^2/2}\cos(N\varepsilon_q) - 1\right]}{(\mu_q^4 + 4\varepsilon_q^2)^2} + \frac{N\mu_q^2}{2(\mu_q^4 + 4\varepsilon_q^2)}\right\}. \tag{5}$$

Здесь

$$I_0 \equiv |C|^2, \quad \zeta \equiv 8\xi_{q1}^2\left(1 + \frac{v^{(01)}}{v^{(0q)}}\right)^2, \quad \varepsilon_q \equiv \frac{\pi(\omega - \omega_{\text{рез}})}{\Omega_q},$$

$$\mu_q \equiv \frac{\sigma}{l^{(0)}}\frac{\pi\omega}{\Omega_q} \approx \pi\frac{\sigma}{l^{(0)}}(1 + 2s), \tag{6}$$

причем $|\varepsilon_q| \ll 1$, $\sigma/l^{(0)} \ll 1$. На рис. 1 приведено сопоставление данного расчета с экспериментом, выполненным в [1] для $LiNbO_3$. Наилучшее согласие по форме кривой [3] достигается при $\sigma/l^{(0)} \approx 0.045$, что приблизительно соответствует реальному разбросу толщин доменов в экспери-

---

[2] Можно показать, что корреляция величин l_j^0, связанная с условием $\sum\limits_{j=1}^{N} l_j^{(0)} = L$ (L — длина кристалла), практически не сказывается на результатах расчета при $N \gg 1$.

[3] На рис. 1 высота максимума расчетной кривой при $\sigma/l^{(0)} \approx 0.045$ отнормирована на эксперимент [1], поскольку в литературе отсутствуют полные данные по измерениям нелинейных коэффициентов в $LiNbO_3$, необходимых для вычисления электроакустического параметра ξ (см. [1]).

менте [1]. На рис. 1 также приведена теоретическая кривая из [1],[4] задаваемая формулой (5) при условии $\sigma=0$, т. е. в предположении идеальной регулярности доменной структуры. Видно, что случайный разброс толщин доменов вокруг среднего значения приводит к исчезновению нулей интенсивности, уширению резонансного пика и уменьшению его высоты.

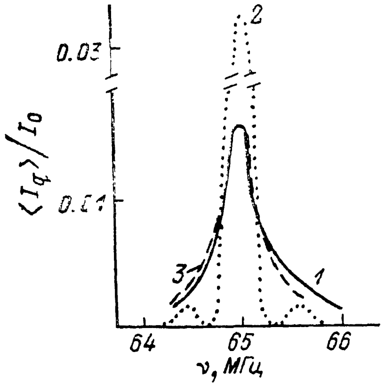

Рис. 1. Основной дифракционный максимум для $LiNbO_3$ при $E=9.8$ кВ/см, $N\approx350$.

1 — эксперимент [1]; 2, 3 — теория при $\sigma/l^{(0)}=0$ и 0.045 соответственно.

На рис. 2 представлены вытекающие из (5) графики зависимости высоты $\langle I_q\rangle_{рез}$

$$\frac{\langle I_q\rangle_{рез}}{I_0}\approx\zeta\left(\frac{e^{-N\mu_q^2/2}-1}{\mu_q^4}+\frac{N}{2\mu_q^2}\right) \tag{7}$$

и полуширины Δ_q резонансного пика от числа доменов N для случая $\sigma\neq0$. При условии $N\mu_q^2\gg1$ (но $|\xi|N\ll1$) резонансный максимум описывается формулой

$$\frac{\langle I_q\rangle}{I_0}\approx\zeta\frac{N\mu_q^2}{2(\mu_q^4+4\varepsilon_q^2)}. \tag{8}$$

Отсюда следует, что с возрастанием числа доменов N квадратичная зависимость $\langle I_q\rangle_{рез}$ от N (см. (7) при $N\mu_q^2\ll1$) меняется на линейную,

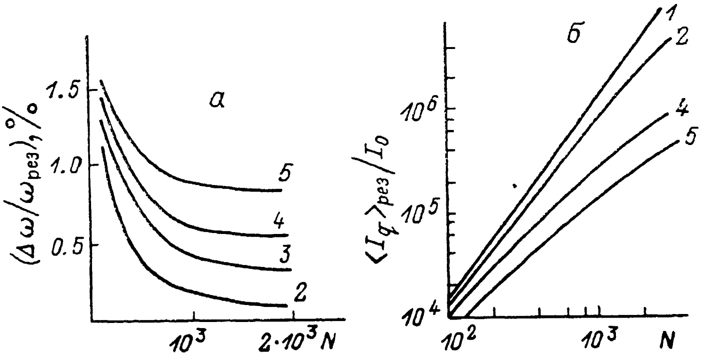

Рис. 2. Зависимость полуширины (*а*) и высоты (*б*) основного дифракционного максимума от числа доменов N.

$\sigma/l^{(0)}$: 1 — 0, 2 — 0.01, 3 — 0.03, 4 — 0.04, 5 — 0.05.

а полуширина Δ_q перестает зависеть от N, асимптотически стремясь к $\mu_q^2/2$. Заметим, что кривые на рис. 2 носят универсальный характер в том смысле, что они зависят лишь от параметров N, $\sigma/l^{(0)}$ и не зависят от материальных констант среды (то же относится и к рис. 3).

Следует отметить, что при $\sigma\neq0$ дополнительное понижение и уширение резонансного пика происходит, согласно (5), (6), с возрастанием порядка s дифракционного максимума (рис. 3), тогда как в предположе-

[4] Пользуясь случаем, укажем на опечатки, допущенные в [1]. На рис. 2 [1] приведена кривая для интенсивности волны, а не для амплитуды — соответственно все величины по оси ординат следует возвести в квадрат. Кроме того, в формуле (8) пропущена мнимая единица перед ω, а в формуле (16) необходимо заменить $\sin(m/2)$ на $\sin(\varepsilon/2)$.

нии $\sigma=0$ дифракционные максимумы строго периодичны. Данное обстоятельство имеет простое физическое объяснение, заключающееся в том, что с ростом s падает величина резонансной длины волны $\lambda_{рез} \approx 2\pi v^{(0q)}/\omega_{рез}$ (см. (4)) и неидеальность РДС (т. е. разброс толщин доменов) вносит все более заметный вклад.

Полученные в настоящей работе формулы в точности сохраняются для случая электромагнитных волн, распространяющихся через РДС в немагнитном, негиротропном, прозрачном кристалле, если в них положить $q=2$ (индекс «1» по-прежнему относим к собственной (при $E=0$) моде, возбуждаемой на входе РДС) и параметр Ω_q задать в виде $\Omega_q=\pi c/l^{(0)}|\Delta n|$,

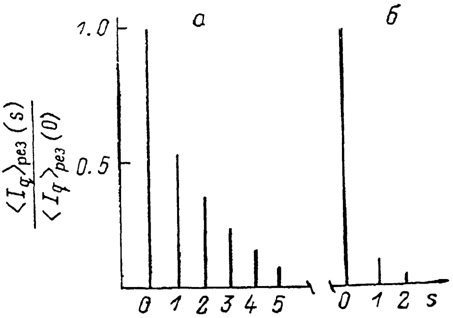

Рис. 3. Зависимость высоты резонансного пика интенсивности от порядка s дифракционного максимума.

а — $\sigma/l^{(0)}=0.01$, *б* — 0.05. $N=400$.

где $\Delta n=n^{(01)}-n^{(02)}$, $n^{(0\alpha)}$ — показатели преломления волн $\alpha=1$, 2 при $E=0$, c — скорость света. В частности, выражение (4) можно представить в виде

$$\lambda_{рез}=2|\Delta n|\, l^{(0)}/(1+2s). \tag{9}$$

Отсюда, например, для танталата лития следует, что при $l^{(0)} \approx 50$ мкм основной дифракционный максимум ($s=0$) будет наблюдаться в видимом диапазоне $\lambda_{рез} \approx 0.5$ мкм.

Литература

[1] Альшиц В. И., Антипов В. В., Сорокин Н. Г. и др. // Изв. АН СССР, сер. физ. 1987. Т. 51. № 10. С. 1733—1741.
[2] Барковский Л. М., Федоров Ф. И. // ДАН СССР. 1974. Т. 218, № 6. С. 1313—1316.
[3] Барковский Л. М., Борздов Г. Н. // Опт. и спектр. 1975. Т. 39. № 1. С. 150—154.

Институт кристаллографии АН СССР
Москва

Поступило в Редакцию
26 июля 1988 г.