

УДК 538.958; 539.12

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ СЕЧЕНИЕ РАССЕЯНИЯ СВЕТА В ДВУМЕРНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМАХ

Л. И. Коровин, С. Т. Павлов, Б. Э. Эшпулатов

Получено выражение для дифференциального сечения комбинационного рассеяния света (ДСКРС) в двумерной электронной системе, учитывающее наличие границ раздела сред с различными оптическими свойствами. ДСКРС определяется интенсивной характеристикой среды — тензором рассеяния четвертого ранга $S_{\alpha\gamma\beta\lambda}$, содержит тензоры второго ранга $\epsilon_{\alpha\beta}$, описывающие зависимость от угла рассеяния при различных поляризациях рассеянного света, и коэффициенты Френеля f_{γ} падающего света, определяющие зависимость ДСКРС от углов падения света в случае различных поляризаций.

В последнее время возрастает интерес к исследованию полупроводниковых электронных систем пониженной размерности и, в частности, двумерного электронного газа [1]. Этот интерес обусловлен как уникальностью физических свойств двумерных систем, так и успехами в развитии технологии получения высокоподвижных двумерных электронов [2-4] в гетероструктурах, квантовых ямах, сверхрешетках и т. п. Среди них особое место занимают структуры GaAs—AlGaAs с модулированным легированием: сильно легированные слои широкозонного AlGaAs чередуются со слоями нелегированного узкозонного GaAs. Перешедшие с мелких примесей в узкозонные слои носители тока оказываются пространственно разделенными с рассеивающими примесями, что повышает подвижность. Движение носителей в GaAs размерно квантовано: зона проводимости представляет собой серию подзон, так что свободное движение реализуется только в плоскости слоя. Таким образом, двумерный электронный газ в структурах с модулированным легированием подобен двумерному электронному газу в приповерхностном слое полупроводника в системе МДП [1].

Рассеяние света является одним из наиболее эффективных методов исследования различных аспектов физики двумерного электронного газа. В последние годы здесь выделились три направления исследований. Первое из них — изучение рассеяния света квантованной двумерной плазмой. Спектр поляризованного и деполаризованного рассеянного света несет информацию как о коллективных, так и об одночастичных элементарных возбуждениях [5]. Резонансное усиление и относительная роль переходов с переворотом и без переворота спина обсуждались в [6-8]. Второе направление — исследование рассеяния света в многослойных гетероструктурах GaAs—Al_xGa_{1-x}As [9]. Появление искусственно созданного сверхпериода в случае высокого качества последнего приводит к появлению минизонного характера энергетического спектра электронов, что влияет на спектр рассеянного света. Третье — исследование с помощью рассеяния света особенностей взаимодействия квазидвумерных электронов и экситонов с фононами [10, 11].

Однако дифференциальное сечение рассеяния, до сих пор использовавшееся при интерпретации эксперимента, вычислялось без последовательного учета специфики двумерных систем [12-14]. В связи с этим возникает

потребность в развитии строгой теории рассеяния света двумерными системами. Теория должна, во-первых, учесть своеобразные угловые зависимости сечения рассеяния, обусловленные наличием границ раздела сред с различными свойствами, и, во-вторых, основываться на интенсивной характеристике вещества — тензоре рассеяния $S_{\alpha\gamma\beta}$, подобно тому как это было сделано в объемном случае [15]. Полученная на основе этих двух факторов общая формула для сечения рассеяния будет полезной как при интерпретации экспериментальных данных (см., например, последние работы [16, 17]), так и при теоретическом анализе задачи.

В настоящей работе вычислено дифференциальное эффективное сечение рассеяния света в электронных двумерных системах путем установления связи между интенсивностью рассеянного света и электромагнитными полями, обусловленными взаимодействующим со средой возбуждающим излучением. Система уравнений Максвелла рассмотрена с учетом граничных условий на входной поверхности раздела диэлектрик—полупроводник.

1. Постановка задачи и необходимые соотношения

Рассмотрим границу двух полубесконечных сред с различными диэлектрическими проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 . Поверхность $z=0$ является границей раздела полупроводник—диэлектрик. В плоскости xu система однородна и изотропна. Предположим, что со стороны диэлектрика ($z < 0$) на границу раздела $z=0$ падает возбуждающая световая волна с частотой ω_l и волновым вектором χ_l . В приповерхностном слое полупроводника появляется ток с плотностью $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$. В этой же области возникает вторичное (рассеянное) излучение с частотой ω_s и волновым вектором χ_s . Значения напряженностей электрического \mathbf{E} и магнитного $\mathbf{H} = -i(c/\omega)\text{rot } \mathbf{E}$ полей определяются из решения системы уравнений Максвелла с граничными условиями. Будем исходить из уравнения для вектора \mathbf{E}

$$\text{rot rot } \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) - (\epsilon(z)\omega^2/c^2)\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = (4\pi i\omega/c^2)\mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega), \quad (1)$$

$$\epsilon(z) = \epsilon_1, \quad (z < 0); \quad \epsilon(z) = \epsilon_2, \quad (z > 0). \quad (2)$$

В линейном по напряженности электрического поля возбуждающего света приближении [18]

$$j_\alpha(\mathbf{r}, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt \int_{-\infty}^{+\infty} dt' \int d\mathbf{r}' e^{i\omega t} \sigma_{\alpha\beta}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t' | \mathbf{r}, t) E_\beta(\mathbf{r}, t'), \quad (3)$$

где тензор электропроводности $\sigma_{\alpha\beta}$ равен

$$\sigma_{\alpha\beta} = \theta(t - t') \left\{ \frac{e}{m_0} \rho(\mathbf{r}, t) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta_{\alpha, \beta} + (i\hbar)^{-1} \int_0^{t'-t} dt'' [j_\beta(\mathbf{r}', t + t''), j_\alpha(\mathbf{r}, t)] \right\}. \quad (4)$$

Здесь c — скорость света в вакууме, e — заряд электрона, m_0 — масса свободного электрона, $\rho(\mathbf{r}, t)$ — плотность заряда, $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$ — плотность тока, $\theta(t)$ — ступенчатая функция.

Введем в рассмотрение функции Грина $G_{\alpha\beta}$ уравнения (1)

$$L_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \omega) G_{\beta\gamma}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \omega) = \delta_{\alpha\gamma} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (5)$$

где

$$L_{\alpha, \beta}(\mathbf{r}, \omega) = (\text{rot rot})_{\alpha\beta} - (\epsilon(z)\omega^2/c^2)\delta_{\alpha\beta}. \quad (6)$$

Уравнение (1) с учетом (3) запишем в интегральной форме

$$E_\alpha(\mathbf{r}, \omega) = E_{l\alpha}(\mathbf{r}, \omega_l) + \frac{4\pi i\omega}{c^2} \int d\mathbf{r}' \int d\mathbf{r}'' G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \sigma_{\beta\gamma}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}'', \omega_l | \mathbf{r}', \omega - \omega_l) \times E_\gamma(\mathbf{r}'', \omega_l). \quad (7)$$

Здесь $E_{I\alpha}(\mathbf{r}, \omega_l)$ — решение однородного уравнения (1), т. е. поле падающей световой волны. Решая уравнение (7) методом итераций, получим в первом приближении выражение для напряженности электрического поля рассеянной световой волны

$$E_{s\alpha}(\mathbf{r}, \omega_s) = \frac{4\pi i \omega_s}{c^2} \int d\mathbf{r}' d\mathbf{r}'' G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega_s) \varepsilon_{\beta\gamma}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}'', \omega_l | \mathbf{r}', \omega_s - \omega_l) E_{I\gamma}(\mathbf{r}'', \omega_l). \quad (8)$$

Так как система однородна в плоскости xy , то функция Грина $G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega_s)$ зависит только от разности переменных $x - x'$ и $y - y'$. Переходя к разложению Фурье по этим переменным

$$G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega_s) = (2\pi)^{-2} \int d\mathbf{x}_{s\parallel} G_{\alpha\beta}(\mathbf{x}_{s\parallel}, z, z', \omega_s) \exp[i\mathbf{x}_{s\parallel}(\mathbf{r}_{\parallel} - \mathbf{r}'_{\parallel})] \quad (9)$$

($\mathbf{x}_{s\parallel}$ есть проекция вектора \mathbf{x}_s на плоскость xy , а \mathbf{z}_{\parallel} — двумерный вектор в той же плоскости) и используя его в (5), получим уравнение для Фурье-компоненты функции Грина

$$L_{\alpha\beta}(\mathbf{x}_{s\parallel}, z, \omega_s) G_{\beta\gamma}(\mathbf{x}_{s\parallel}, z, z', \omega_s) = \delta_{\alpha\gamma} \delta(z - z'), \quad (10)$$

где

$$L_{\alpha\beta}(\mathbf{x}_{s\parallel}, z, \omega) = \begin{pmatrix} -\frac{d^2}{dz^2} + x_y^2 - \varepsilon(z) \frac{\omega^2}{c^2} & -x_x x_y & i x_x \frac{d}{dz} \\ -x_x x_y & -\frac{d^2}{dz^2} + x_x^2 - \varepsilon(z) \frac{\omega^2}{c^2} & i x_y \frac{d}{dz} \\ i x_x \frac{d}{dz} & -i x_y \frac{d}{dz} & x_x^2 + x_y^2 - \varepsilon(z) \frac{\omega^2}{c^2} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Подставляя решение однородного уравнения (1) в виде

$$E_{I\alpha}(\mathbf{r}, t) = E_{I\alpha}(\mathbf{x}_{I\parallel}, z, \omega_l) \exp\{i(\mathbf{x}_{I\parallel} \mathbf{r}_{\parallel} - \omega_l t)\} \quad (12)$$

и учитывая (9), получим из (8) для Фурье-компонент поля $E_{s\alpha}(\mathbf{x}_{s\parallel}, z, \omega_s)$ следующие выражения:

$$E_{s\alpha}(\mathbf{x}_{s\parallel}, z, \omega_s) = \frac{4\pi i \omega_s}{c^2} \int_0^{\infty} dz' \int_0^{\infty} dz'' G_{\alpha\beta}(\mathbf{x}_{s\parallel}, z, z', \omega_s) \varepsilon_{\beta\gamma}(\mathbf{x}_{I\parallel}, z'', \omega_l | \mathbf{q}_{\parallel}, z'', \omega_s - \omega_l) \times \\ \times E_{I\gamma}(\mathbf{x}_{I\parallel}, z'', \omega_l), \quad \mathbf{q}_{\parallel} = \mathbf{x}_{s\parallel} - \mathbf{x}_{I\parallel}. \quad (13)$$

Интенсивность вторичного излучения определяется усредненным значением плотности потока энергии

$$S(\mathbf{r}, t) = (c/4\pi) \langle \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \rangle, \quad (14)$$

где

$$\langle \dots \rangle = \text{Sp} \{ F_0 \dots \}, \quad F_0 = \frac{\exp[-\beta(\mathcal{H} - \mu \hat{N})]}{\text{Sp} \exp[-\beta(\mathcal{H} - \mu \hat{N})]}, \quad (15)$$

\mathcal{H} — полный гамильтониан среды, \hat{N} — оператор числа частиц, μ — химический потенциал, $\beta = T^{-1}$, T — температура в энергетических единицах.

2. Напряженность электрического поля возбуждающего света

Напряженность электрического поля возбуждающего света, как уже говорилось выше, определяется решением однородного уравнения

$$L_{\alpha\beta}(\mathbf{x}_{I\parallel}, z, \omega_l) E_{I\beta}(\mathbf{x}_{I\parallel}, z, \omega_l) = 0. \quad (16)$$

Предположим, что возбуждающая волна падает из области диэлектрика $z < 0$ на поверхность полупроводника $z=0$ и плоскость xz есть плоскость падения, т. е. в (11) $x_{Iy}=0$. Возможны, как известно, два вида поляриза-

ции: а) вектор электрического поля перпендикулярен плоскости падения (S -поляризация), б) вектор поля лежит в плоскости падения (P -поляризация).

В случае S -поляризованной падающей волны из (11) и (16) имеем

$$d^2 E_{ly}(z)/dz^2 + \{\varepsilon(z)(\omega_i^2/c^2) - \kappa_{ix}^2\} E_{ly}(z) = 0. \quad (17)$$

Решение (17) в области $z > 0$, удовлетворяющее граничным условиям (непрерывность E_y и H_x компонент поля), имеет вид

$$E_{ly}(z) = 2\kappa_{iz}^{(1)} (\kappa_{iz}^{(1)} + \kappa_{iz}^{(2)})^{-1} E_{0y} \exp(i\kappa_{iz}^{(2)} z), \quad (18)$$

$$\kappa_{iz}^{(i)} = \sqrt{\varepsilon_i(\omega_i^2/c^2) - \kappa_{ix}^2}, \quad i = 1, 2. \quad (19)$$

Здесь E_{0y} — амплитуда падающей волны в диэлектрике.

В случае P -поляризованной падающей волны из (11) и (16) получим

$$i\kappa_{ix} dE_{lx}(z)/dz - \{d^2/dz^2 + \varepsilon(z)(\omega_i^2/c^2)\} E_{lx}(z) = 0, \quad (20)$$

$$\{\varepsilon(z)(\omega_i^2/c^2) - \kappa_{ix}^2\} E_{lx}(z) = i\kappa_{ix} dE_{lx}(z)/dz. \quad (21)$$

Решение системы уравнений (20) и (21), удовлетворяющее граничным условиям (непрерывность E_x и H_y на поверхности $z=0$) и соответствующее прошедшей в полупроводник волне, имеет вид

$$E_{lx}(z) = 2\varepsilon_1 \kappa_{iz}^{(2)} (\varepsilon_1 \kappa_{iz}^{(2)} + \varepsilon_2 \kappa_{iz}^{(1)})^{-1} E_{0x} \exp(i\kappa_{iz}^{(2)} z), \quad (22)$$

$$E_{lz}(z) = 2\varepsilon_1 \kappa_{iz}^{(1)} (\varepsilon_1 \kappa_{iz}^{(1)} + \varepsilon_2 \kappa_{iz}^{(2)})^{-1} E_{0x} \exp(i\kappa_{iz}^{(2)} z). \quad (23)$$

3. Определение функции Грина уравнения (10)

Уравнения, аналогичные (10), (11), в связи с другими задачами рассматривались в [19-21]. В нашем случае необходимо определить $G_{\alpha\beta}(\kappa_{s\parallel}, z, z', \omega_s)$ при произвольном направлении вектора $\kappa_{s\parallel}$. Для упрощения выкладок можно сначала направить ось x вдоль вектора $\kappa_{s\parallel}$, а затем вращением координатной системы перейти к случаю произвольного направления $\kappa_{s\parallel}$, как это сделано в [21]. Итак, полагая $\kappa_{sy} = 0$, из (10) и (11) получаем следующую систему уравнений:

$$-\{d^2/dz^2 + \varepsilon(z)(\omega_s^2/c^2)\} G_{xx}(z, z') + i\kappa_{s\parallel} dG_{zx}(z, z')/dz = \delta(z - z'), \quad (24)$$

$$i\kappa_{s\parallel} dG_{xx}(z, z')/dz - [\varepsilon(z)(\omega_s^2/c^2) - \kappa_{s\parallel}^2] G_{xx}(z, z') = 0, \quad (25)$$

$$\{d^2/dz^2 + \varepsilon(z)(\omega_s^2/c^2) - \kappa_{s\parallel}^2\} G_{yy}(z, z') = -\delta(z - z'), \quad (26)$$

$$\{d^2/dz^2 + \varepsilon(z)(\omega_s^2/c^2)\} G_{zx}(z, z') - i\kappa_{s\parallel} dG_{zx}(z, z')/dz = 0, \quad (27)$$

$$i\kappa_{s\parallel} dG_{zx}(z, z')/dz - [\varepsilon(z)(\omega_s^2/c^2) - \kappa_{s\parallel}^2] G_{zx}(z, z') = \delta(z - z'). \quad (28)$$

Компоненты $G_{yx} = G_{yz} = G_{zy} = G_{xy} = 0$, поскольку уравнения для них оказываются однородными. Решение системы уравнений (24) и (28) сводится к решению уравнения (26) и уравнений

$$\frac{d^2}{dz^2} G_{xx}(z, z') + \left[\varepsilon(z) \frac{\omega_s^2}{c^2} - \kappa_{s\parallel}^2 \right] G_{xx}(z, z') = -\frac{\varepsilon(z)(\omega_s^2/c^2) - \kappa_{s\parallel}^2}{\varepsilon(z)\omega_s^2/c^2} \delta(z - z'), \quad (29)$$

$$\frac{d^2}{dz^2} G_{zx}(z, z') + \left[\varepsilon(z) \frac{\omega_s^2}{c^2} - \kappa_{s\parallel}^2 \right] G_{zx}(z, z') = -\frac{i\kappa_{s\parallel} c^2}{\varepsilon(z)\omega_s^2} \frac{d}{dz} \delta(z - z'), \quad (30)$$

после чего $G_{zx}(z, z')$ и $G_{xx}(z, z')$ определяются из (25) и (28) соответственно. Граничные условия для функции Грина $G_{\alpha\beta}$ совпадают с таковыми для поля E_α . Поэтому компоненты G_{xx} , G_{yy} и G_{zx} на границе непрерывны, а G_{xx} и G_{zx} испытывают скачок, как и E_x . Непрерывность H_x и H_y приводит к непрерывности производных dG_{yy}/dz и dG_{zx}/dz . Поскольку нас интересует свет, излучаемый в приповерхностной области полупроводника, а не в его объеме, можно считать, что $0 < z' < \infty$.

Перейдем к определению функции $G_{yy}(z, z')$. Уравнение (26) в областях $z < 0$ и $z > 0$ имеет вид

$$\{d^2/dz^2 + (\kappa_{sz}^{(1)})^2\} G_{yy}^I(z, z') = 0, \quad (\kappa_{sz}^{(1)})^2 = \varepsilon_1(\omega_s^2/c^2) - \kappa_{s\parallel}^2, \quad z < 0, \quad (31)$$

$$\{d^2/dz^2 + (\kappa_{sz}^{(2)})^2\} G_{yy}^{II}(z, z') = -\delta(z - z'), \quad (\kappa_{sz}^{(2)})^2 = \varepsilon_2(\omega_s^2/c^2) - \kappa_{s\parallel}^2, \quad z > 0. \quad (32)$$

Их решения представим в виде

$$G_{yy}^I(z, z') = A \exp(-i\kappa_{sz}^{(1)}z), \quad z < 0; \quad (33)$$

$$G_{yy}^{II}(z, z') = B \exp(i\kappa_{sz}^{(2)}z) + i(2\kappa_{sz}^{(2)})^{-1} \exp\{i\kappa_{sz}^{(2)}|z - z'|\}, \quad z > 0, \quad (34)$$

где учитывается, что рассеянная волна может только уходить из активной области. Определив константы A и B из условия непрерывности G_{yy} и dG_{yy}/dz на границе $z=0$, получим

$$G_{yy}^I(z, z') = i(\kappa_{sz}^{(1)} + \kappa_{sz}^{(2)})^{-1} \exp\{-i(\kappa_{sz}^{(1)}z - \kappa_{sz}^{(2)}z')\}. \quad (35)$$

Так как нас интересует рассеянная в область $z < 0$ волна, то величину $G_{yy}^{II}(z, z')$ не приводим. Подобным образом получаем остальные компоненты функции Грина в области $z < 0$

$$G_{\alpha\beta}^I(z, z') = i(c/\omega_s) g_{\alpha\beta}(\kappa_{s\parallel}, \omega_s) \exp\{-i(\kappa_{sz}^{(1)}z - \kappa_{sz}^{(2)}z')\}, \quad (36)$$

где

$$g_{\alpha\beta}(\kappa_{s\parallel}, \omega_s) = \frac{c/\omega_s}{\varepsilon_1\kappa_{sz}^{(2)} + \varepsilon_2\kappa_{sz}^{(1)}} \begin{pmatrix} \kappa_{sz}^{(1)}\kappa_{sz}^{(2)} & 0 & -\kappa_{s\parallel}\kappa_{sz}^{(1)} \\ 0 & \nu & 0 \\ \kappa_{s\parallel}\kappa_{sz}^{(2)} & 0 & -\kappa_{s\parallel}^2 \end{pmatrix}; \quad \nu = \frac{\omega_s^2}{c^2} \frac{\varepsilon_1\kappa_{sz}^{(2)} + \varepsilon_2\kappa_{sz}^{(1)}}{\kappa_{sz}^{(1)} + \kappa_{sz}^{(2)}}. \quad (37)$$

Для определения $G_{\alpha\beta}^I(z, z')$ при произвольном направлении вектора $\kappa_{s\parallel}$ используем матрицу вращения

$$R_{i,j} = \begin{pmatrix} \kappa_x/\kappa_{\parallel} & -\kappa_y/\kappa_{\parallel} & 0 \\ \kappa_y/\kappa_{\parallel} & \kappa_x/\kappa_{\parallel} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (38)$$

В результате матрица $g(\kappa_{s\parallel}, \omega_s)$ для произвольного направления вектора $\kappa_{s\parallel}$ оказывается равной

$$g(\kappa_{s\parallel}, \omega_s) = Rg(\kappa_{s\parallel}, \omega_s)R^{-1} = (c/\omega_s) (\varepsilon_1\kappa_{sz}^{(2)} + \varepsilon_2\kappa_{sz}^{(1)})^{-1} \times \\ \times \begin{pmatrix} (\kappa_x/\kappa_{\parallel})^2 \kappa_{sz}^{(1)}\kappa_{sz}^{(2)} + (\kappa_{sy}/\kappa_{s\parallel})^2 \nu & (\kappa_x\kappa_y/\kappa_{\parallel}^2) (\kappa_{sz}^{(1)}\kappa_{sz}^{(2)} - \nu) & -\kappa_{sx}\kappa_{sz}^{(1)} \\ (\kappa_x\kappa_y/\kappa_{\parallel}^2) (\kappa_{sz}^{(1)}\kappa_{sz}^{(2)} - \nu) & (\kappa_y/\kappa_{\parallel})^2 \kappa_{sz}^{(1)}\kappa_{sz}^{(2)} + (\kappa_x/\kappa_{\parallel})^2 \nu & -\kappa_{sy}\kappa_{sz}^{(1)} \\ \kappa_{sx}\kappa_{sz}^{(2)} & \kappa_{sy}\kappa_{sz}^{(2)} & -\kappa_{s\parallel}^2 \end{pmatrix}, \quad (39)$$

$$\kappa_{\parallel}^2 = \kappa_x^2 + \kappa_y^2, \quad (\kappa_x(y)/\kappa_{\parallel}) \kappa_{s\parallel} = \kappa_{sx}(y). \quad (40)$$

Подставляя (18), (22), (23) и (36) в (18), получаем окончательное выражение для напряженности электрического поля световой волны, рассеянной в $z < 0$

$$E_{\alpha}(\kappa_{s\parallel}, z, \omega_s) = E_{\alpha}(\kappa_{s\parallel}, \kappa_{sz}^{(1)}, \omega_s) \exp(-i\kappa_{sz}^{(1)}z), \quad (41)$$

где

$$E_{\alpha}(\kappa_{s\parallel}, \kappa_{sz}^{(1)}, \omega_s) = -(4\pi/c) g_{\alpha\beta}(\kappa_{s\parallel}, \omega_s) f_{\gamma}(\kappa_I, \omega_I) \times \\ \times \sigma_{\beta\gamma}(\kappa_{I\parallel}, \kappa_{Iz}^{(2)}, \omega_I | \mathbf{q}_{\parallel}, \kappa_{sz}^{(2)}, \omega_s - \omega_I) E_{0y}. \quad (42)$$

В формуле (42) тензор $\sigma_{\beta\gamma}$ равен

$$\sigma_{\beta\gamma} = \int_0^{\infty} dz' \int_0^{\infty} dz'' \exp\{i(\kappa_{sz}^{(2)}z' + \kappa_{sz}^{(2)}z'')\} \sigma_{\beta\gamma}(\kappa_{I\parallel}, z'', \omega_I | \mathbf{q}_{\parallel}, z', \omega_s - \omega_I), \quad (43)$$

а функции f_{γ} определяют зависимость от направления падающего света

$$f_x(\kappa_I, \omega_I) = \frac{2\varepsilon_1\kappa_{Iz}^{(2)}}{\varepsilon_1\kappa_{Iz}^{(2)} + \varepsilon_2\kappa_{Iz}^{(1)}}, \quad f_y(\kappa_I, \omega_I) = \frac{2\kappa_{Iz}^{(1)}}{\kappa_{Iz}^{(1)} + \kappa_{Iz}^{(2)}}, \quad f_z(\kappa_I, \omega_I) = \frac{2\varepsilon_1\kappa_{Iz}^{(1)}}{\varepsilon_1\kappa_{Iz}^{(2)} + \varepsilon_2\kappa_{Iz}^{(1)}}. \quad (44)$$

4. Дифференциальное сечение рассеяния света

Время наблюдения в оптических экспериментах T составляет много периодов колебаний поля излучения, поэтому измеряемая энергия усреднена по времени. Переходя от $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ и $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ к компонентам Фурье по времени в (14) и усредняя по t [18], получаем

$$S(\mathbf{r}) = \int_0^{\infty} d\omega_s S(\mathbf{r}, \omega_s), \quad (45)$$

где

$$S(\mathbf{r}, \omega_s) = \frac{c}{2(2\pi)^3} \int_0^{\infty} d\omega'_s \eta_{\mathbf{T}}(\omega_s - \omega'_s) \{ \langle [E^*(\mathbf{r}, \omega_s) \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega'_s)] + \text{к. с.} \rangle \}, \quad (46)$$

$$\eta_{\mathbf{T}}(\omega) = \sin(\omega T/2)/(\omega T/2). \quad (47)$$

В случае пространственной однородности системы в плоскости xy , используя соответствующее фурье-преобразование в (46), получаем (зависимость от координаты z исчезает)

$$S = \int_0^{\infty} d\omega_s S(\omega_s), \quad (48)$$

$$S(\omega_s) = (cS_0/16\pi^3) \int_0^{\infty} d\omega'_s \eta_{\mathbf{T}}(\omega_s - \omega'_s) \int (d\mathbf{x}_{s\parallel}/(2\pi)^2) \times \\ \times \{ \langle [E^*(\mathbf{x}_{s\parallel}, z, \omega_s) \mathbf{H}(\mathbf{x}_{s\parallel}, z, \omega'_s)] + \text{к. с.} \rangle \}, \quad (49)$$

S_0 — площадь двумерного излучающего слоя. Используя соотношение $\mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega_s) = (c/i\omega_s) \text{rot } \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega_s)$ и (41), получаем из (49)

$$S(\omega_s) = (cS_0/16\pi^3) \mathbf{n} \sqrt{\varepsilon_1} \int_0^{\infty} d\omega'_s \eta_{\mathbf{T}}(\omega_s - \omega'_s) \int (d\mathbf{x}_{s\parallel}/(2\pi)^2) \times \\ \times \{ \langle [E^*(\mathbf{x}_{s\parallel}, z_{sz}, \omega_s) \mathbf{E}(\mathbf{x}_{s\parallel}, z_{sz}, \omega'_s)] + \text{к. с.} \rangle \}, \quad (50)$$

где $\mathbf{n} = \mathbf{z}_s/z_s$. Подставляя (50) в (48), получаем с учетом (42) соотношение для интенсивности рассеянного в область диэлектрика ($z < 0$) света

$$I_s = (cS_0/16\pi^3) \sqrt{\varepsilon_1} |e_{s\alpha}|^2 e_{i\gamma}^* e_{i\sigma} |E_0|^2 g_{\alpha\beta} g_{\alpha\lambda} f_{\gamma} f_{\sigma} \int_0^{\infty} d\omega_s \int_0^{\infty} d\omega'_s \eta_{\mathbf{T}}(\omega_s - \omega'_s) \int (d\mathbf{x}_{s\parallel}/(2\pi)^2) \times \\ \times \{ \langle \sigma_{\beta\gamma}^{\pm}(\omega_s) \sigma_{\lambda\sigma}(\omega'_s) + \sigma_{\lambda\sigma}(\omega_s) \sigma_{\beta\gamma}^{\pm}(\omega'_s) \rangle \}, \quad (51)$$

$$g_{\alpha\beta} \equiv g_{\alpha\beta}(\mathbf{x}_{s\parallel}, \omega_s), \quad f_{\alpha} \equiv f_{\alpha}(\mathbf{x}_i, \omega_i), \quad \sigma_{\alpha\beta}(\omega) \equiv \sigma_{\alpha\beta}(\mathbf{x}_{i\parallel}, \mathbf{x}_{i\perp}^{(2)}, \omega_i | \mathbf{q}_{\parallel}, \mathbf{x}_{i\perp}^{(2)}, \omega - \omega_i)$$

($e_{i\alpha}$ — составляющие орта вдоль направления падающего света). По повторяющимся индексам $\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \sigma$ производится суммирование.

Используя стандартное определение дифференциального сечения рассеяния в геометрии (см. рисунок), когда

$$z_{sx} = \sqrt{\varepsilon_1} (\omega_s/c) \sin \theta_s \cos \varphi_s, \quad z_{sy} = \sqrt{\varepsilon_1} (\omega_s/c) \sin \theta_s \sin \varphi_s, \\ z_{sz}^{(1)} = \sqrt{\varepsilon_1} (\omega_s/c) \cos \theta_s, \quad (52)$$

получаем окончательно (Ω — телесный угол)

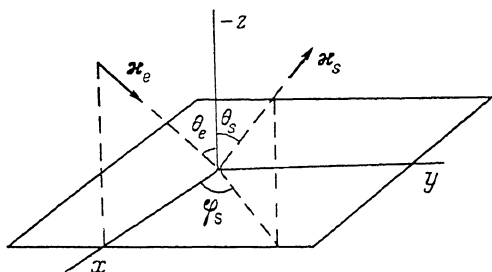
$$d^2\sigma/d\omega_s d\Omega = \delta S_0 \varepsilon_1 \cos \theta_s |e_{s\alpha}|^2 e_{i\gamma}^* e_{i\sigma} g_{\alpha\beta}(\mathbf{x}_{s\parallel}, \omega_s) g_{\alpha\gamma}(\mathbf{x}_{s\parallel}, \omega_s) f_{\gamma}^*(\mathbf{x}_i, \omega_i) \times \\ \times f_{\sigma}(\mathbf{x}_i, \omega_i) S_{\lambda\sigma\beta\gamma}(\omega_i, \omega_s), \quad (53)$$

где тензор четвертого ранга $S_{\lambda\sigma\beta\gamma}$ определяется выражением

$$S_{\lambda\sigma\beta\gamma}(\omega_i, \omega_s) = (\omega_s \omega_i / c^4) \int_{-\infty}^{+\infty} (dt/2\pi) \exp\{i(\omega_i - \omega_s)t\} \times \\ \times \langle \sigma_{\beta\gamma}^{\pm}(\mathbf{x}_{i\parallel}, \mathbf{x}_{i\perp}^{(2)}, \omega_i | \mathbf{q}_{\parallel}, \mathbf{x}_{i\perp}^{(2)}, t) \sigma_{\lambda\sigma}(\mathbf{x}_{i\parallel}, \mathbf{x}_{i\perp}^{(2)}, \omega_i | \mathbf{q}_{\parallel}, \mathbf{x}_{i\perp}^{(2)}, 0) \rangle, \quad (54)$$

$$\sigma_{\beta\gamma}^{\pm}(\mathbf{x}_{i\parallel}, \mathbf{x}_{i\perp}^{(2)}, \omega_i | \mathbf{q}_{\parallel}, \mathbf{x}_{i\perp}^{(2)}, t) = (ie/m_0 \omega_i) \delta_{\beta\gamma\rho}(\mathbf{q}_{\parallel}, \mathbf{x}_{i\perp}^{(2)} + \mathbf{x}_{i\perp}^{(2)}, t) + \\ + (\hbar \omega_i)^{-1} \int_0^{\infty} d\tau e^{i\omega_i \tau}]j_{\beta}(\mathbf{x}_{i\parallel}, \mathbf{x}_{i\perp}^{(2)}, t - \tau), j_{\alpha}(-\mathbf{x}_{s\parallel}, \mathbf{x}_{s\perp}^{(2)}, t)]_{-}. \quad (55)$$

Таким образом, дифференциальное сечение рассеяния определяется тензором рассеяния света $S_{\lambda\sigma\beta\gamma}$ — функциональной интенсивной характеристикой среды, несущей в себе полную информацию о взаимодействии среды со светом по каналу вторичного излучения. В отличие от объемного



Геометрия рассеяния. Падающая волна лежит в плоскости Oxz , плоскость oxy является границей раздела диэлектрик—полупроводник.

k_i и k_s — волновые векторы падающей и рассеянной волн соответственно. θ_i и θ_s — углы волновых векторов с осью $(-z)$. φ_s — угол поворота системы координат, $\cos \varphi_s = k_x/k_{s\parallel}$.

выражения дифференциальное сечение рассеяния света содержит тензоры второго ранга $g_{\alpha\beta}(k_{\parallel}, \omega_s)$, описывающие зависимость от угла рассеяния при различных поляризациях рассеянного света. Кроме того, результат включает в себя коэффициенты Френеля f_r падающего света, через которые определяется зависимость сечения от углов падения света в случае различных поляризаций.

Л и т е р а т у р а

- [1] Андо Т., Фаулер А. Б., Стерн Ф. Электронные свойства двумерных систем. М., 1985. 416 с.
- [2] Dingle R., Stormer H. L., Gossard A. C., Wiegmann W. Appl. Phys. Lett., 1978, vol. 33, N 6, p. 665—668.
- [3] Волков В. А., Гродненский И. М. Микроэлектроника, 1982, т. 11, № 3, с. 195—207.
- [4] Bland J. A. C., Hayes W., Skolnik M. S., Mowbray D. J., Bass S. J. Superlattices and Microstruct., 1987, vol. 3, N 1, p. 83—87.
- [5] Pinczuk A., Worlock J. M. Surf. Sci., 1983, vol. 113, N 1, p. 69—84.
- [6] Burstein E., Pinczuk A., Mills D. L. Surf. Sci., 1980, vol. 98, N 3, p. 451—468.
- [7] Katayama S., Ando T. J. Phys. Soc. Jap., 1985, vol. 54, N 4, p. 1615—1626.
- [8] Bechsjett F., Enderlein R. Phys. Stat. Sol. (b), 1985, vol. 131, N 1, p. 55—66.
- [9] Merlin R., Colvard C., Klein M. V. et al. Appl. Phys. Lett., 1980, vol. 36, N 1, p. 43—47.
- [10] Sood A. K., Menezes J., Cardona M., Ploog K. Phys. Rev. Lett., 1985, vol. 54, N 19, p. 2115—2118.
- [11] Zucker J. E., Pinczuk A., Chemla D. S., Gossard A., Wiegmann W. Surf. Sci., 1986, vol. 174, N 1, p. 175—182.
- [12] Генкин В. Н., Соколов В. В. ФТТ, 1972, т. 14, № 4, с. 1258—1260.
- [13] Zaluzny M. Thin Solids Films, 1983, vol. 100, N 1, p. 169—174.
- [14] Павлов С. Т., Эшнуплатов Б. Э. ФТТ, 1986, т. 28, № 2, с. 389—393.
- [15] Ивченко Е. Л., Ланг И. Г., Павлов С. Т. ФТТ, 1977, т. 19, № 9, с. 1751—1759.
- [16] Meunadier M. H., Finkmann E., Struge M. D. et al. Phys. Rev., 1987, Vol. B35, N 5, p. 2517—2520.
- [17] Gammon D., Merlin R., Markoc H. Phys. Rev., 1987, vol. B35, N 5, p. 2552—2555.
- [18] Enderlein R., Peucker K., Bechstedt F. Phys. Stat. Sol. (b), 1979, vol. 92, N 1, p. 143—158.
- [19] Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Статистическая физика. М., 1978, с. 370—402.
- [20] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М., 1982, с. 405—407.
- [21] Mills D. L., Maradudin A. A., Burstein E. Annals Phys., 1970, vol. 56, N 2, p. 504—555.