

УДК 537.621.4

СПЕКТР ИЗГИБНЫХ ВОЛН И НЕУСТОЙЧИВОСТЬ БЛОХОВСКОЙ ДОМЕННОЙ ГРАНИЦЫ В ОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Ю. А. Димашко, П. П. Шатский, Д. А. Яблонский

Найден спектр длинноволновых изгибных колебаний блоховской доменной границы (БДГ) во внешнем магнитном поле (однородное поле, параллельное направлению намагниченности в центре БДГ+градиентное поле смещения). Показано, что корректный учет локальной части магнитостатической энергии изогнутой БДГ приводит к асимметрии спектра, а нелокальной — к его немонотонности и обращению частоты в нуль при $k \neq 0$. Последнее отвечает неустойчивости БДГ относительно неоднородного возмущения (неоднородное перемагничивание БДГ). Найденные соответствующие критические значения поля и волнового вектора, исследовано влияние на них градиентного поля смещения. Учтена как однородная, так и обменная релаксация колебаний БДГ.

Спектр неоднородных колебаний доменной границы (ДГ) блоховского типа в одноосном ферромагнетике (ФМ) теоретически исследовался в ряде работ [1-6]. Основная трудность при этом была связана с учетом магнитодипольного взаимодействия. В своей пионерской работе [1] Винтер пренебрегал магнитным полем, возникающим за счет неоднородности выхода магнитных моментов из плоскости ДГ. Попытки выйти за рамки этого приближения [2, 3] увенчались работой Гишинского [4], который получил спектр неоднородных колебаний блоховской ДГ путем самосогласованного решения уравнений магнитостатики и линеаризованных уравнений Ландау—Лифшица.

Симметричный анализ показывает, что в классе неоднородных колебаний блоховской ДГ существуют трансляционные колебания, называемые изгибными. Спектр длинноволновых изгибных колебаний определялся Шлеманом [5] и Слончевским [6], но постановка задачи была существенно различной; у Шлемана в энергии магнитодипольного взаимодействия учитывалась только энергия, связанная с поверхностными магнитными зарядами ЦМД пленки, а у Слончевского она сводилась к собственной магнитостатической энергии ДГ.

Результаты перечисленных работ в целом не согласуются. Например, спектр Слончевского не совпадает с длинноволновым пределом спектра Гишинского (его голдстоуновской части). Такое положение дел не позволило удовлетворительно объяснить экспериментально полученный спектр изгибных колебаний блоховской ДГ [7].

В настоящей работе в рамках модели Слончевского [6] исследован спектр длинноволновых изгибных колебаний блоховской ДГ при произвольной ориентации волнового вектора k в плоскости ДГ с учетом как однородной, так и обменной релаксации. Рассмотрена эволюция спектра во внешнем магнитном поле, противоположном поляризации блоховской ДГ, и определен характер возникающей при этом неустойчивости.

Будем рассматривать изолированную ДГ в ферромагнитной пленке (ФМП) типа «легкая ось в плоскости ФМП», находящуюся во внешнем магнитном поле H . Пусть поверхность ФМП параллельна плоскости XZ , а легкая ось направлена вдоль оси Z , тогда ДГ лежит в плоскости YZ . Полная энергия системы составит

$$E = \int \left(A \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x_\alpha} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x_\alpha} - K m_z^2 - M \mathbf{m} \mathbf{H} \right) d\mathbf{r} + \frac{M^2}{2} \int \frac{\operatorname{div} \mathbf{m}(\mathbf{r}) \operatorname{div} \mathbf{m}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r} d\mathbf{r}', \quad (1)$$

где $A, K > 0$ — постоянные неоднородного обмена и одноосной анизотропии; M — величина спонтанной намагниченности; \mathbf{m} — единичный вектор, указывающий ее направление. Последнее слагаемое в (1) представляет собой собственную дипольную энергию ДГ. При этом мы пренебрегаем полем магнитных зарядов, создаваемых ДГ в месте ее выхода на поверхность ФМП. Это поле сравнимо с $4\pi M$ на глубине, не превосходящей толщину ДГ $\Delta = \sqrt{\frac{A}{K}}$. Если толщина ФМП намного больше толщины ДГ, оно может привести лишь к слабым поверхностным эффектам.

Длинноволновые изгибные возбуждения ДГ описываются состояниями вида [6]

$$\mathbf{m}(\mathbf{r}) = (\cos \varphi / \operatorname{ch} \xi, \sin \varphi / \operatorname{ch} \xi, \eta \operatorname{th} \xi), \quad (2)$$

где $\xi = (x - q(\mathbf{r}_\perp)) / \Delta$, $\varphi(\mathbf{r}_\perp)$, $q(\mathbf{r}_\perp)$ — динамические переменные; $\mathbf{r}_\perp = (0, y, z)$ — координаты на плоской ДГ (т. е. на плоскости $\bar{Y}\bar{Z}$); $\eta = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dm_z}{dx} dx$ — топологический заряд ДГ. В зависимости от направления намагниченности в доменах относительно ДГ $\eta = \pm 1$. Предполагается, что функции $\varphi(\mathbf{r}_\perp)$ и $q(\mathbf{r}_\perp)$ достаточно гладкие

$$|\Delta \varphi| \ll \frac{\varphi}{\Delta}, \quad |\nabla q| \ll \frac{q}{\Delta}. \quad (3)$$

При наличии однородного поля H_y и градиентного поля смещения $H_x = \eta x H'_z$, стабилизирующего положение ДГ, энергия имеет два минимума¹ $q=0$, $\varphi = \pm \pi/2$. Им отвечают две возможных поляризации ДГ. В случае $H_y > 0$ значению $\varphi > \pi/2$ отвечает поляризация ДГ вдоль поля в плоскости, а $\varphi = -\pi/2$ против. Очевидно, в последнем случае ДГ метастабильна. Анализ возмущений ДГ, не нарушающих ее одномерности, как в рамках уравнений Слончевского [6], так и на основе уравнений Ландау—Лифшица [8] приводит к одному и тому же результату — при $H_y = 8M$ происходит однородный переход ДГ в абсолютно стабильное состояние $\varphi = \pi/2$. Ниже будет показано, что длинноволновые возмущения однородности ДГ существенно влияют на характер перехода и понижают критическое значение поля.

Примем за основное состояние ДГ $q_0=0$, $\varphi_0 = -\pi/2$ и рассмотрим малые колебания

$$\varphi = \varphi_0 + \delta\varphi, \quad q = q_0 + \delta q. \quad (4)$$

В дальнейшем удобно перейти к Фурье-образам функций $\delta\varphi(\mathbf{r}_\perp)$ и $\delta q(\mathbf{r}_\perp)$

$$\delta\varphi = \int \delta\varphi_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_\perp} \frac{d\mathbf{k}}{2\pi}, \quad \delta q = \int \delta q_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_\perp} \frac{d\mathbf{k}}{2\pi}, \quad d\mathbf{k} = dk_y dk_z. \quad (5)$$

Подставляя (2), (4), (5) в выражение (1) для энергии, удерживая в нем члены до второго порядка по $\delta\varphi_{\mathbf{k}}$ и $\delta q_{\mathbf{k}}$ и производя интегрирование явной зависимости от пространственных координат, получим

$$E = E_0 + \frac{\sigma}{2} \int d\mathbf{k} \left\{ |\delta q_{\mathbf{k}}|^2 \left(k^2 + 2 \frac{M H'_z}{\sigma} \right) + |\delta\varphi_{\mathbf{k}}|^2 \left(\Delta^2 k^2 - \frac{\pi H_y M}{4K} \right) + Q^{-1} \left[|\delta\varphi_{\mathbf{k}} - ik_y \delta q_{\mathbf{k}}|^2 J_1 \left(\frac{\pi k \Delta}{2} \right) + k_z^2 |\delta q_{\mathbf{k}}|^2 J_2 \left(\frac{\pi k \Delta}{2} \right) \right] \right\},$$

¹ Чтобы не учитывать изменения направления намагниченности внутри доменов, мы полагаем величины H_y и $H'_z \Delta$ малыми по сравнению с полем анизотропии $H_A = 2K/M$.

$$\sigma = 4\sqrt{AK}, \quad Q = k/2\pi M^2, \quad k = |\mathbf{k}|, \\ J_1(a) = \int_0^\infty \frac{u^2}{\operatorname{ch}^2 u} \frac{du}{u^2 + a^2}, \quad J_2(a) = \int_0^\infty \frac{u^2}{\operatorname{sh}^2 u} \frac{du}{u^2 + a^2}. \quad (6)$$

Выражение в квадратных скобках отвечает собственной магнитостатической энергии неоднородно-деформированной ДГ (см. Приложение).

В соответствии с длинноволновым приближением (3) мы пренебрегли членами четвертого порядка по $k\Delta$ и должны использовать для интегралов $J_{1,2}(a)$ их разложения в окрестности точки $a=0$ [2]

$$J_1(a) = 1 - \frac{\pi}{2}|a| + \frac{14}{\pi^2}\zeta(3)a^2 - \frac{\pi}{2}|a|^3 + O(a^4),$$

$$J_2(a) = \frac{\pi}{2|a|} - 1 + \frac{\pi}{6}|a| + O(a^2),$$

$$\zeta(3) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \approx 1.202507. \quad (7)$$

Далее воспользуемся уравнениями Слончевского [6] с учетом обменной релаксации [9, 10] для динамических переменных $\delta\varphi_{\mathbf{k}}$, $\delta q_{\mathbf{k}}$

$$-\frac{2M}{\gamma\Delta} \left(\eta \frac{\partial}{\partial t} \delta q_{\mathbf{k}} + \alpha_1 \Delta \frac{\partial}{\partial t} \delta \varphi_{\mathbf{k}} \right) = \frac{\delta E}{\delta \varphi_{\mathbf{k}}^*}, \\ \frac{2M}{\gamma} \left(\eta \frac{\partial}{\partial t} \delta \varphi_{\mathbf{k}} - \frac{\alpha_2}{\Delta} \frac{\partial}{\partial t} \delta q_{\mathbf{k}} \right) = \frac{\delta E}{\delta q_{\mathbf{k}}^*}. \quad (8)$$

Здесь $\alpha_1 = \alpha$, $\alpha_2 = \alpha + \alpha^e/3\Delta^2$; α , α^e — постоянные однородной и обменной релаксации. Пространственная дисперсия релаксационных слагаемых опущена, поскольку мы интересуемся только длинноволновыми колебаниями ДГ. Отметим, наконец, что обычно уравнения Слончевского записываются для случая $\eta = -1$. Нам представляется удобным сохранить свободу в выборе ориентации ДГ.

Используя явное выражение для энергии (6) через динамические переменные $\delta\varphi_{\mathbf{k}}$, $\delta q_{\mathbf{k}}$ и полагая их зависимость от времени $\sim e^{-i\omega t}$, получаем систему двух однородных алгебраических уравнений. Условие ее нетривиальной совместности дает закон дисперсии $\omega(\mathbf{k})$. Для малых параметров затухания ($\alpha_{1,2} \ll 1$) дисперсионная зависимость такова:

$$\omega = \omega_r - i\omega_i, \\ \omega_r = \gamma \left[4\pi M \eta J_1 \left(\frac{\pi k \Delta}{2} \right) k_y \Delta Q^{-1} + \sqrt{H_1 H_2} \right], \\ \frac{\omega_i}{\omega_r} = \frac{(\alpha_1 H_1 + \alpha_2 H_2)}{2\sqrt{H_1 H_2}}, \\ H_1 = 4\pi M J_1 \left(\frac{\pi k \Delta}{2} \right) - \frac{\pi}{2} H_y + \frac{2A}{M} k^2, \\ H_2 = H'_y \Delta + 4\pi M \Delta^2 \left[k_y^2 J_1 \left(\frac{\pi k \Delta}{2} \right) + k_z^2 J_2 \left(\frac{\pi k \Delta}{2} \right) \right] + \frac{2A}{M} k^2. \quad (9)$$

Полученная зависимость, помимо учета обменной релаксации, имеет два существенных отличия от спектра Слончевского [6]: 1) наличие в законе дисперсии нечетного члена $\sim k_y$, 2) уточняющие сомножители при $4\pi M$ во всех выражениях.

Первое отличие связано с тем, что Слончевский, рассматривая локальную часть энергии магнитодипольного взаимодействия, игнорирует изменение формы ДГ, т. е. фактически использует для ее поверхностной плотности выражение $4\pi M^2 \cos^2 \varphi$ вместо правильного $4\pi M^2 \cos^2(\varphi - \partial q / \partial y)$.

Второе отличие обусловлено тем обстоятельством, что мы вычислили собственную магнитодипольную энергию точно (в рамках данной модели). Тем самым была учтена нелокальная часть энергии магнитодипольного взаимодействия. Как явствует из дальнейшего, она оказывает существенное влияние на характер неустойчивости ДГ в магнитном поле $H_y \sim 8M$.

Проанализируем вещественную часть спектра в ряде простейших случаев.

1) $\mathbf{H}=0$ (отсутствие внешнего магнитного поля). В направлении $k_y=0$ спектр обладает пространственной четностью. В главном приближении по $k\Delta$ имеем

$$\omega_r = 4\pi\gamma M \sqrt{k\Delta}, \quad (10)$$

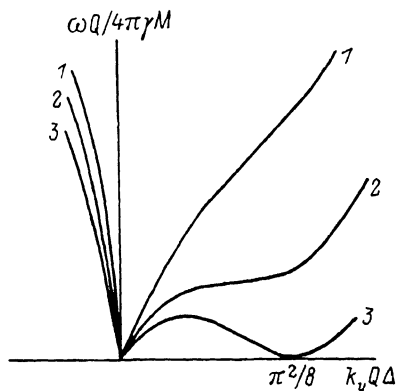
что совпадает с результатом [6]. (Совпадение вполне естественно: при таком направлении вектора \mathbf{k} $\partial q/\partial y=0$). Во всех остальных направлениях пространственная четность нарушена. Например, для $k_x=0$ в главном по $k\Delta$ приближении

$$\omega_r = 4\pi\gamma M \Delta (\eta k_y + k \sqrt{Q+1}) Q^{-1}, \quad (11)$$

что полностью совпадает с длинноволновым пределом голдстоуновской моды

Рис. 1. Спектр изгибных волн блоховской ДГ при различных значениях напряженности однородного магнитного поля H_y .

$H_{y1}^* = 8M (1 - 2.96Q^{-1})$, $H_{y0} = 8M (1 - 2.52Q^{-1})$, $H_{y2}^* = 8M (1 - 2.96Q^{-1})$, $H_{y3}^* = H_{y0}$.



спектра Гилинского [4], полученного для $k_x=0$ в отсутствие внешнего магнитного поля ($\mathbf{H}=0$) и затухания ($\alpha_{1,2}=0$).²

Нарушение пространственной четности проявляется в том, что фазовые скорости волн, распространяющихся вдоль оси Y (v_+) и против нее (v_-), различны

$$v_{\pm} = 4\pi\gamma M \Delta (\sqrt{Q+1} \pm \eta) Q^{-1}. \quad (12)$$

Однако для двух соседних ДГ, ограничивающих, например, полосовой домен, знаки параметра η противоположны и поэтому спектр восстанавливает пространственную четность (см. также [4]).

2) $\mathbf{H}=(0, H_y, 0)$ (однородное магнитное поле H_y). В этом случае зависимость фазовой скорости от H_y при $k_x=0$, $k=|k_y| \rightarrow 0$ есть

$$v_{\pm} = 4\pi\gamma M \Delta (\sqrt{Q+1} (1 - H_y/8M) \pm \eta) Q^{-1}. \quad (13)$$

При $H_y=8MQ/(Q+1)$ фазовая скорость v_+ (для $\eta=-1$) либо v_- (для $\eta=1$) обращается в нуль. Однако, как показывает анализ общего выражения (7), еще до этого при некотором значении $H_y=H_{y0}$ спектр $\omega_r(\mathbf{k})$ касается плоскости $\omega_r=0$ в некоторой точке $k_y=k_{y0}$, $k_x=0$ (рис. 1). Это указывает на неустойчивость блоховской ДГ относительно неоднородного возмущения, при котором магнитные моменты выходят из плоскости ДГ (рис. 4). Такая неустойчивость проявляется раньше, чем неустойчивость относительно однородного выхода моментов из плоскости ДГ. Это происходит потому, что дальнедействующий вклад в магнитоэстатическую энер-

² Обращает на себя внимание замечательный факт — совпадение спектра (11) со спектром Гилинского независимо от величины фактора качества Q , хотя он получен в рамках модели Слончевского, работающей, вообще говоря, при $Q \gg 1$. В данном случае применимость модели Слончевского определяется спецификой длинноволнового приближения.

гию при такой деформации отрицателен (см. Приложение), что и делает неоднородную деформацию энергетически более выгодной.

Критическое поле H_{y0} и критическое волновое число k_{y0} зависят от фактора качества Q и в пределе $Q \rightarrow \infty$ имеют следующие асимптотические выражения:

$$H_{y0} = 8M \left[1 - \left(1 + \frac{\pi^4}{64} \right) Q^{-1} + O(Q^{-2}) \right], \quad k_{y0} = \frac{\pi^2}{8Q\Delta} + O(Q^{-2}). \quad (14)$$

Поскольку $k_{y0}\Delta \sim \pi^2/8Q \ll 1$ при $Q \gg 1$, то приближение $Q \gg 1$ позволяет описать нарушение однородности ДГ самосогласованно (не выводит за пределы длинноволнового приближения). Весь дальнейший анализ идет в пределе $Q \gg 1$.

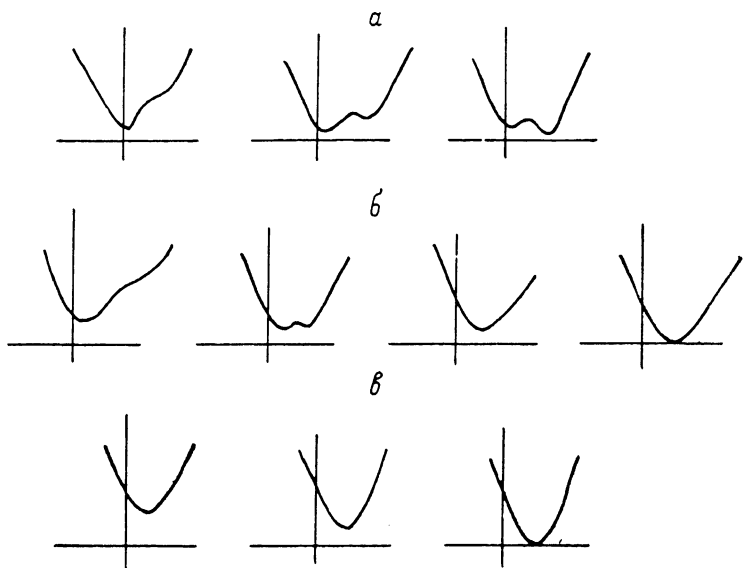


Рис. 2. Эволюция спектра метастабильной блоховской ДГ при возрастании напряженности однородного поля H_y для различных значений градиента H'_z . $H'_{z1} = 0.027 (Q\Delta)^{-1} 4\pi M$, $H'_{z2} = 0.036 (Q\Delta)^{-1} 4\pi M$.

$a - H'_z < H'_{z1}$, $б - H'_{z1} < H'_z < H'_{z2}$, $в - H'_z > H'_{z2}$.

Эволюция спектра в процессе приближения H_y к критическому значению H_{y0} изображена на рис. 2. При $H_y < H_{y0}^* = 8M \left(1 - 2.96/Q \right)$ зависимость $\omega_r(k_y, 0)$ монотонна как при $k_y > 0$, так и при $k_y < 0$. При $H_y > H_{y0}^*$ из точки $k_y = 0.85/Q\Delta$, $\omega_r = 4\pi\gamma M^2 \cdot 0.22/Q$ появляются локальный минимум и локальный максимум. При $H_y = H_{y0}$ локальный минимум касается оси $\omega_r = 0$, а локальный максимум находится в точке $k_y = 0.44/Q\Delta$, $\omega_r = 4\pi\gamma M \times 0.12/Q$.

3) $\mathbf{h} = (0, H_y, \gamma x H'_z)$ (ДГ в однородном магнитном поле, закрепленная градиентным полем смещения). Благодаря закреплению ДГ ее спектр получает отличную от нуля частоту активации $\omega_0 = \gamma (4\pi M H'_z \Delta)^{1/2}$, отвечающую однородным колебаниям ДГ ($\mathbf{k} = 0$). Это оказывает влияние на критическое значение однородного поля H_{y0} , оно начинает зависеть от градиента H'_z . При $H'_z \rightarrow \infty$ (точнее, при $H'_z \gg 4\pi M/Q\Delta$) $H_{y0} \rightarrow 8M \left(1 - \pi^4/64Q \right)$, т. е. меняется по отношению к исходному своему значению на $8MQ^{-1}$.

Характер спектра зависит от соотношения между H_y и H'_z . Он может иметь один либо два локальных минимума (рис. 2, 3), отвечающих неоднородным по оси Y колебаниям ДГ. Такие колебания могут быть возбуждены параметрически переменным однородным магнитным полем. Порогом возбуждения будет удвоенная частота локального минимума. При этом доменных границ должно быть как минимум две, так как в про-

тивном случае из-за асимметрии спектра параметрическое возбуждение будет запрещено законом сохранения импульса магнонов.

Учтем теперь наличие поверхности у ФМП. Так как мы рассматриваем задачу, в которой можно пренебречь магнитодипольной энергией поверхностных магнитных зарядов и энергией их взаимодействия с собственными магнитными зарядами ДГ, то наличие поверхности у ФМП приведет к тому, что спектр изгибных колебаний ДГ станет дискретным. Рассмотрим случай $H_y=0$, $H_z=0$, $k_z=0$. Выше было указано, что фазовая скорость изгибных волн, бегущих по оси Y и против нее, различна. Поэтому условие образования стоячих изгибных волн существенно отличается от стандартного и имеет вид

$$\omega l (1/v_- + 1/v_+) = 2\pi n, \quad (15)$$

где l — размер ФМП по оси Y ; $n=1, 2, 3, \dots$. С учетом выражения (12) для фазовых скоростей v_{\pm} соотношение (15) приобретает вид

$$\frac{\omega}{4\pi\gamma M} = \frac{\pi}{\sqrt{Q+1}} \frac{\Delta}{l} n. \quad (16)$$

Экспериментально спектр изгибных волн ДГ в ФМП исследовался в работе [7], но сопоставление выражения (16) с результатами этой работы

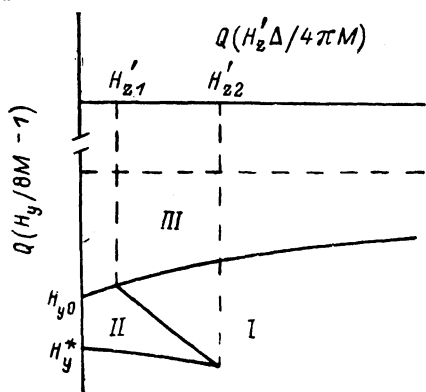


Рис. 3. Фазовая диаграмма блоховской ДГ во внешнем магнитном поле.

I — область «одноячного» спектра метастабильной фазы, II — область «двухъячного» спектра метастабильной фазы, III — область моностабильности блоховской ДГ.

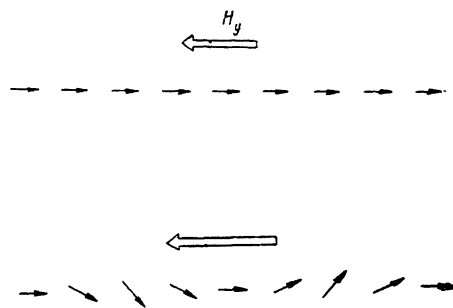


Рис. 4. Деформация структуры блоховской ДГ при $H_y > H_{y0}$.

требует известной осторожности, так как исследованные образцы, по-видимому, имели фактор качества $Q \ll 1$ и существенную роль в структуре ДГ могла играть кубическая анизотропия. Отметим также, что для применимости полученных результатов к ФМП конечной толщины l нормальная составляющая волнового вектора k должна быть ограничена снизу, $k_y \gg l^{-1}$.

Авторы благодарны В. Г. Барьяхтару, Ф. Г. Барьяхтару и А. М. Гришину за обсуждение результатов работы и ценные замечания.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Вычислим магнитоэстатическую энергию, отвечающую малой деформации блоховской ДГ

$$\varphi = \varphi_0 + \delta\varphi, \quad q = q_0 + \delta q, \quad \varphi_0 = -\pi/2, \quad q_0 = 0.$$

При этом единичный вектор $m(\mathbf{r})$ (2) получит приращение

$$\delta m(\mathbf{r}) = \left(\frac{\delta\varphi}{\operatorname{ch}(x/\Delta)}, \quad \frac{\delta q}{\Delta} \frac{\operatorname{th}(x/\Delta)}{\operatorname{ch}(x/\Delta)}, \quad -\eta \frac{\delta q}{\Delta} \frac{1}{\operatorname{ch}^2(x/\Delta)} \right). \quad (\text{П. 1})$$

Фурье-образ этого приращения равен

$$\delta \mathbf{m}(\mathbf{K}) = \Delta \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{|\delta \varphi_{\mathbf{k}}|}{\operatorname{ch}(\pi k_x \Delta / 2)}, -\frac{ik_x \delta q_{\mathbf{k}}}{\operatorname{ch}(\pi k_x \Delta / 2)}, \eta \frac{ik_x \delta q_{\mathbf{k}}}{\operatorname{sh}(\pi k_x \Delta / 2)} \right), \quad (\text{П. 2})$$

$$\mathbf{K} = (k_x, k_y, k_z), \quad \mathbf{k} = (0, k_y, k_z).$$

Перейдем к Фурье-представлению магнитостатической энергии

$$E_{\text{маг}} = \frac{M^2}{2} \int \frac{\operatorname{div} \mathbf{m}(\mathbf{r}) \operatorname{div} \mathbf{m}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r} d\mathbf{r}' = 2\pi M^2 \int |\mathbf{K} \mathbf{m}(\mathbf{K})| \frac{\delta^2 \mathbf{K}}{K^2}. \quad (\text{П. 3})$$

Величина $\mathbf{K} \mathbf{m}(\mathbf{K})$, имеющая смысл Фурье-образа плотности магнитных зарядов, в данном случае равна $\mathbf{K} \delta \mathbf{m}(\mathbf{K})$, поскольку блоховская ДГ в ее исходном состоянии магнитных зарядов не создает

$$\mathbf{K} \delta \mathbf{m}(\mathbf{K}) = \Delta \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[\frac{k_x (\delta \varphi_{\mathbf{k}} - ik_y \delta q_{\mathbf{k}})}{\operatorname{ch}(\pi k_x \Delta / 2)} + \eta \frac{ik_x k_z \delta q_{\mathbf{k}}}{\operatorname{sh}(\pi k_x \Delta / 2)} \right]. \quad (\text{П. 4})$$

Подставляя это выражение в формулу (П. 3) и производя интегрирование по переменной k_x , получаем

$$E_{\text{маг}} = \int \varepsilon(\mathbf{k}) d\mathbf{k},$$

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = 4\pi M^2 \Delta \left[|\delta \varphi_{\mathbf{k}} - ik_y \delta q_{\mathbf{k}}|^2 J_1\left(\frac{\pi k \Delta}{2}\right) + k_z^2 |\delta q_{\mathbf{k}}|^2 J_2\left(\frac{\pi k \Delta}{2}\right) \right], \quad (\text{П. 5})$$

где

$$J_1(a) = \int_0^{\infty} \frac{u^2}{\operatorname{ch}^2 u} \frac{du}{|u^2 + a^2|}, \quad J_2(a) = \int_0^{\infty} \frac{u^2}{\operatorname{sh}^2 u} \frac{du}{|u^2 + a^2|}. \quad (\text{П. 6})$$

Выделим из интеграла $J_1(a)$ его значение при $a=0$

$$J_1(a) = J_1(0) + [J_1(a) - J_1(0)] = 1 + [J_1'(a) - 1].$$

При $k_z=0$ такое представление разбивает магнитостатическую энергию (П. 5) на локальную и нелокальную части

$$\begin{aligned} \varepsilon(\mathbf{k}) &= \varepsilon_{\text{л}}(\mathbf{k}) + \varepsilon_{\text{н}}(\mathbf{k}), \\ \varepsilon_{\text{л}}(\mathbf{k}) &= 4\pi M^2 \Delta |\delta \varphi_{\mathbf{k}} - ik_y \delta q_{\mathbf{k}}|^2, \\ \varepsilon_{\text{н}}(\mathbf{k}) &= 4\pi M^2 \Delta |\delta \varphi_{\mathbf{k}} - ik_y \delta q_{\mathbf{k}}|^2 [J_1(\pi k \Delta / 2) - 1]. \end{aligned} \quad (\text{П. 7})$$

Поскольку из структуры интеграла $J_1(a)$ ясно видно, что при $a \neq 0$ $J_1(a) < J_1(0)$, то нелокальная часть магнитостатической энергии отрицательна при любой деформации с $k_z=0$.

Л и т е р а т у р а

- [1] Winter J. M. Phys. Rev., 1961, vol. 124, N 2, p. 452—459.
- [2] Janak J. F. Phys. Rev., 1964, vol. 134, N 2A, p. 411—422.
- [3] Куркин М. И., Танкеев А. П. ФММ, 1973, т. 36, № 6, с. 1149—1158.
- [4] Гилинский И. А. ЖЭТФ, 1975, т. 68, № 3, с. 1032—1045.
- [5] Schlömann E. IEEE Trans. Magn., 1974, vol. MAG-10, p. 11—18.
- [6] Малоземов А., Слоузуски Дж. Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами. М.: Мир, 1982. 382 с.
- [7] Дедух Л. М., Никитенко В. И., Сыногач В. Т. Письма в ЖЭТФ, 1987, т. 45, № 8, с. 386—388.
- [8] Ходенков Г. Е. ФММ, 1986, т. 61, № 5, с. 850—858.
- [9] Барьяхтар В. Г. ЖЭТФ, 1984, т. 87, № 9, с. 2011—2019.
- [10] Барьяхтар Ф. Г., Дорман В. Л., Соболев В. Л. ФТТ, 1985, т. 27, № 11, с. 3502—3512.