

УДК 537.226+537.311

ВЛИЯНИЕ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА НА РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ ДВУМЕРНОГО ГАЗА НА АКУСТИЧЕСКИХ ФОНОНАХ

С. М. Бадалян, И. Б. Левинсон

Развит метод расчета вероятности рассеяния электронов на деформационном потенциале акустических фононов, позволяющий учесть отражение фононов на границе кристалла и границах раздела разных материалов. В качестве примера вычислен темп релаксации энергии в фермиевском двумерном электронном газе, расположенном вблизи свободной границы кристалла. Показано, что существуют ситуации, когда наличие свободной границы сильно подавляет темп релаксации энергии и меняет ее зависимость от энергии электрона (или электронной температуры).

При вычислении рассеяния электронов двумерного электронного газа на акустических фононах никогда не учитывается отражение этих фононов от различных поверхностей раздела, всегда имеющих место в реальных структурах — инверсионных слоях, гетеропереходах и квантовых ямах. (Исключение составляет работа [1] и примыкающая к ней работа [2], а также работа [3]. По поводу этих работ см. ниже). Принято считать, что это отражение несущественно и что учет его в лучшем случае даст поправочный множитель порядка единицы. На самом деле это не так — существуют ситуации, где учет отражения фононов меняет энергетическую зависимость времен релаксации электрона, а величины времен релаксации меняет по порядку величины.

Учесть отражение фононов при вычислении вероятности рассеяния обычным способом очень сложно. Рассмотрим, например, такую ситуацию: электроны в инверсионном слое вблизи поверхности полупроводника. Если следовать обычному методу расчета, то полубесконечный кристалл следует заменить на конечный объем L^3 , квантовать в нем фононное поле, вычислить вероятность рассеяния на каждой фононной моде, затем эти вероятности сложить, после чего устремить $L \rightarrow \infty$. Отыскивая фононные моды, следует на поверхности $z=0$, вблизи которой находятся электроны, принять истинное граничное условие — отсутствие напряжений на свободной поверхности. На удаленной поверхности $z=L$ можно принять любое граничное условие, однако независимо от того, какой выбор сделан, собственные колебания пластины в силу векторного характера фононного поля оказываются устроенными столь сложно, что проследить за ними при $L \rightarrow \infty$ оказывается практически невозможным. Обойти указанную трудность можно, если интересоваться сразу вероятностью рассеяния, просуммированной по фононным модам. Эта вероятность, вычисленная в борновском приближении, может быть выражена через коррелятор фононного поля [4], а коррелятор — через функцию Грина теории упругости [5], в которой предельный переход $L \rightarrow \infty$ можно сделать без труда.

1. Рассеяние на деформационном потенциале акустических фононов

В настоящей работе мы ограничиваемся деформационным взаимодействием электрона с акустическими фононами. В невырожденной зоне это взаимодействие имеет вид [6]

$$H = \frac{1}{2} \Xi_{\alpha\beta} [\nabla_{\alpha} u_{\beta}(\mathbf{r}) + \nabla_{\beta} u_{\alpha}(\mathbf{r})]. \quad (1)$$

Здесь $\alpha\beta$ — декартовы индексы ($x=1, y=2, z=3$), $\Xi_{\alpha\beta}$ — тензор деформационного потенциала, $u_{\alpha}(\mathbf{r})$ — компоненты вектора смещений. По повторяющимся индексам идет суммирование. Прямым вычислением можно показать, что вероятность перехода электрона из состояния $\psi_n(\mathbf{r})$ с энергией ϵ_n в состояние $\psi_{n'}(\mathbf{r})$ с энергией $\epsilon_{n'}$ под влиянием возмущения (1) в первом борновском приближении есть

$$W_{n \rightarrow n'} = \frac{1}{\hbar^2} \int d^3 r_1 \int d^3 r_2 \psi_{n'}^*(\mathbf{r}_1) \psi_{n'}(\mathbf{r}_2) \psi_n(\mathbf{r}_1) \psi_n^*(\mathbf{r}_2) \Xi_{\alpha\alpha'} \Xi_{\beta\beta'} \nabla_{1\alpha} \nabla_{2\beta} \langle u_{\alpha'}(\mathbf{r}_1) u_{\beta'}(\mathbf{r}_2) \rangle_{\omega}. \quad (2)$$

Здесь $\langle \dots \rangle_{\omega}$ есть Фурье-образ коррелятора операторов поля смещений в гейзенберговском представлении. При вычислении вероятности надо полагать $\hbar\omega = \epsilon_n - \epsilon_{n'}$.

Функция Грина теории упругости $G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2 | \omega)$ определяется как смещение вдоль оси α в точке \mathbf{r}_1 , когда плотность силы, направленной вдоль оси β , есть

$$-\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_2) e^{-i\omega t}.$$

Если фоновое поле равновесно и описывается температурой T , то коррелятор, входящий в (2), выражается через эту функцию Грина [5]

$$\langle u_{\alpha}(\mathbf{r}_1) u_{\beta}(\mathbf{r}_2) \rangle_{\omega} = -2\hbar [N(\omega) + 1] \text{Im} G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2 | \omega + i0), \quad (3)$$

где

$$N(\omega) = (e^{\hbar\omega/T} - 1)^{-1}.$$

Функция G , естественно, учитывает все граничные условия на границах раздела и границах образца. Если некоторые границы удалены на бесконечность, то запаздывающая функция Грина $G(\omega + i0) = G_{\text{ret}}(\omega)$ должна быть заменена на функцию Грина расходящихся волн $G_{\text{out}}(\omega)$.

Формулы (2), (3) в принципе решают задачу о вычислении вероятности перехода между произвольными состояниями электронов при деформационном рассеянии на равновесных акустических колебаниях для любой геометрии образца.

В большинстве случаев образец представляет собой, с точки зрения теории упругости, слоистую среду (например, полубесконечный полупроводник — слой окисла — слой металла), а электроны движутся в плоскости, параллельной границам раздела. В этом случае

$$G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2 | \omega) = \int \frac{d^2 q}{(2\pi)^2} g_{\alpha\beta}(\mathbf{q}, \omega | z_1, z_2) e^{i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2)}. \quad (4)$$

Ось z выбрана по нормали к границам раздела, $\mathbf{r} = (\mathbf{R}, z)$; \mathbf{q} и \mathbf{R} есть двумерные векторы в плоскости xy . Если нет магнитного поля, то волновые функции электрона имеют вид

$$L^{-1} e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}} \psi_n(z). \quad (5)$$

Здесь \mathbf{k} есть импульс электрона в плоскости xy , n — состояния поперечного движения вдоль z ; L^2 — размер структуры в плоскости x, y .

Подставляя (4), (5) в (2) и (3), получим

$$W_{n\mathbf{k} \rightarrow n'\mathbf{k}'} = \frac{2}{\hbar L^2} \left\{ \frac{N(\omega) + 1}{N(\omega)} \right\} \int d\mathbf{z}_1 \int d\mathbf{z}_2 \psi_{n'}^*(z_1) \psi_{n'}(z_2) \psi_n(z_1) \psi_n^*(z_2) D(\omega, \mathbf{q} | z_1, z_2), \quad (6)$$

где

$$D(\omega, \mathbf{q} | z_1, z_2) = -\text{Im} \left[\Xi_{\alpha\alpha'} \Xi_{\beta\beta'} g_{\alpha\alpha'} g_{\beta\beta'} - \Xi_{\alpha\alpha'} \Xi_{\beta\beta'} i q_{\beta} \frac{\partial}{\partial z_1} g_{\alpha\beta'} + \right. \\ \left. + \Xi_{\alpha\alpha'} \Xi_{\beta\beta'} i q_{\alpha} \frac{\partial}{\partial z_2} g_{\alpha'\beta} + \Xi_{\alpha\alpha'} \Xi_{\beta\beta'} \frac{\partial^2}{\partial z_1 \partial z_2} g_{\alpha\beta} \right]. \quad (7)$$

Краткости ради в последней формуле не указана зависимость $g_{\alpha\beta}$ от аргументов z_1, z_2 . В формуле для вероятности перехода (6) надо положить $\mathbf{q}=\mathbf{k}'-\mathbf{k}$. Верхняя строка этой формулы относится к переходам с потерей энергии, в ней $\hbar\omega=\varepsilon_{nk}-\varepsilon_{n'k'}>0$, а нижняя — к переходам с приобретением энергии, в ней $\hbar\omega=\varepsilon_{n'k'}-\varepsilon_{nk}>0$.

Дальнейшее упрощение может быть достигнуто, если считать, что рассеяние происходит в изотропной зоне с минимумом энергии в центре зоны Бриллюэна, когда

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \varepsilon_{\delta_{\alpha\beta}}. \quad (8)$$

Если считать к тому же, что все слои обладают упругой изотропией то зависимость $g_{\alpha\beta}$ от направления \mathbf{q} тривиальна [4] и определяется матрицами поворотов в плоскости xy . В этом случае

$$D(\omega, \mathbf{q} | z_1, z_2) = \Xi^2 K(\omega, \mathbf{q} | z_1, z_2), \quad (9)$$

где

$$K(\omega, \mathbf{q} | z_1, z_2) = -\text{Im} \left[q_\alpha q_\beta g_{\alpha\beta} - i q_\beta \frac{\partial}{\partial z_1} g_{z\beta} + i q_\alpha \frac{\partial}{\partial z_2} g_{\alpha z} + \frac{\partial^2}{\partial z_1 \partial z_2} g_{zz} \right]. \quad (10)$$

В дальнейшем нам понадобится ядро K для полупространства со свободной поверхностью. Воспользовавшись тем, что K не зависит от направления \mathbf{q} , выберем $\mathbf{q} \parallel x$, в результате чего получим

$$K(\omega, q | z_1, z_2) = -\text{Im} \left\{ q^2 g_{11} - i q \frac{\partial}{\partial z_1} g_{z1} + i q \frac{\partial}{\partial z_2} g_{1z} + \frac{\partial^2}{\partial z_1 \partial z_2} g_{zz} \right\}. \quad (11)$$

(Напомним, что здесь и ниже $q \equiv q_{||}$). Подставив сюда $g_{\alpha\alpha'}$ из [5], после элементарных, хотя и довольно громоздких, выкладок найдем K . Введем обозначения

$$a = (\omega^2/s^2 - q^2)^{1/2}, \quad b = (\omega^2/c^2 - q^2)^{1/2}, \quad \alpha = (q^2 - \omega^2/s^2)^{1/2}, \quad \beta = (q^2 - \omega^2/c^2)^{1/2}, \quad (12)$$

где s, c — скорости LA и TA волн соответственно.

Тогда

$$K = \frac{\omega^2}{\rho s^4} \frac{1}{2a} [\cos a(z_1 - z_2) + \mathcal{R} \cos a(z_1 + z_2)] \quad (sq < \omega), \quad (13a)$$

$$K = \frac{\omega^2}{\rho s^4} \frac{1}{2a} \frac{8abq^2(q^2 - b^2)^2}{16a^2b^2q^4 + (q^2 - b^2)^4} e^{-\alpha(z_1+z_2)} \quad (cq < \omega < sq), \quad (13б)$$

$$K = \frac{\omega^2}{\rho s^4} 4\beta q^2 e^{-\alpha(z_1+z_2)} \pi \text{sign } \omega \delta [4a\beta q^2 - (q^2 + \beta^2)^2] \quad (\omega < cq). \quad (13в)$$

Здесь ρ — плотность кристалла,

$$\mathcal{R} = [4abq^2 - (b^2 - q^2)^2] / [4abq^2 + (b^2 - q^2)^2]. \quad (14)$$

Если выразить \mathcal{R} через скорость звука и углы падения, то можно убедиться, что \mathcal{R} есть коэффициент отражения $LA \rightarrow LA$ на свободной поверхности. Можно проверить, что при $\mathcal{R}=0$ формула (13а) дает ядро K для случая, когда фононы занимают все бесконечное пространство. Естественно, что в этом случае TA фононы вклад в K не дают и $K \neq 0$ только при $sq < \omega$. Отметим еще, что условие обращения в нуль аргумента дельта-функции в (13в) дает закон дисперсии рэлеевских волн $\omega = c_{Rq}q$, так что в области $\omega < cq$ ядро $K \neq 0$ только при $\omega = c_{Rq}$.

2. Вероятность рассеяния в фермиевском газе

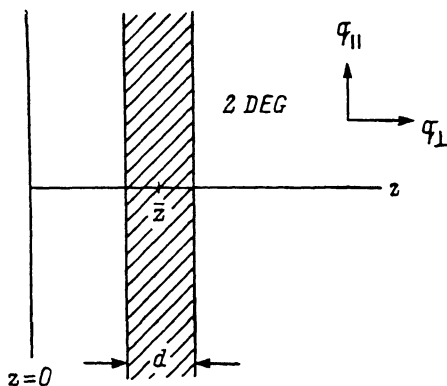
Ниже мы изучим, как наличие свободной поверхности влияет на рассеяние электронов $2D$ фермиевского газа. Предполагается, что электроны находятся на одном уровне поперечного движения, т. е. $\varepsilon_F \ll \pi^2 \hbar^2 / md^2$ (или $k_F \ll \pi/d$), где d — размер области поперечного движения вдоль z ,

и что рассеяние происходит между состояниями этого уровня с разными k . Электронный газ расположен от поверхности на расстоянии z (см. рисунок). Сначала для ясности рассмотрим случай, когда температура решетки T и температура электронов T_e равны нулю.

Если пренебречь отражением фононов от поверхности, то легко найти, каковы импульсы фононов, доминирующих в рассеянии. При этом характерная нормальная компонента $q_{\perp} \equiv q_z$ и характерная тангенциальная компонента $q_{\parallel} = q_x, q_y$, вообще говоря, различны. Согласно [7], существуют три области энергий пробного электрона $\epsilon - \epsilon_F$, где рассеяние носит различный характер. Границы этих областей определяются двумя энергиями

$$\epsilon_1 = \hbar s k_F = (2ms^2\epsilon_F)^{1/2}, \quad \epsilon_2 = \pi\hbar s/d, \quad \epsilon_1/\epsilon_2 = k_F d/\pi \ll 1. \quad (15)$$

Перечислим характерные импульсы и энергии фононов при рассеянии в различных областях:



область A ($\epsilon - \epsilon_F \ll \epsilon_1$) — неупругое малоугловое рассеяние

$$q_{\parallel} \simeq q_{\perp} \simeq (\epsilon - \epsilon_F)/s \ll k_F, \quad \hbar\omega \simeq \epsilon - \epsilon_F, \quad (16)$$

область B ($\epsilon_1 \ll \epsilon - \epsilon_F \ll \epsilon_2$) — неупругое большеугловое рассеяние

$$q_{\perp} \simeq (\epsilon - \epsilon_F)/s \gg q_{\parallel} \simeq k_F, \quad \hbar\omega \simeq \epsilon - \epsilon_F, \quad (17)$$

область C ($\epsilon_2 \ll \epsilon - \epsilon_F$) — квазиупругое большеугловое рассеяние

$$q_{\perp} \simeq \pi/d \gg q_{\parallel} \simeq k_F, \quad \hbar\omega \simeq \hbar\pi s/d \ll \epsilon - \epsilon_F. \quad (18)$$

Выясним, когда наличие свободной границы должно повлиять на вероятность рассеяния W . Очевидно, что если $q_{\perp} z \gg 1$, то при вычислении W границу можно не учитывать. Если же $q_{\perp} z \ll 1$, то наличие границы должно модифицировать вероятность рассеяния W . Ниже мы покажем, что если $q_{\perp} z \ll 1$, то в области B свободная граница сильно подавляет рассеяние.

Если учитываются только продольные LA фононы (т. е. модуль сдвига считается равным нулю), то на свободной поверхности дилатация $u \equiv \text{div } \mathbf{u} = 0$ и рассеяние на деформационном потенциале будет сильно подавлено, когда электроны лежат вблизи узла дилатации, т. е. когда $q_{\perp} z \ll 1$. Так как $z \geq d$, то в области C такое невозможно. Однако в областях A и B можно ожидать, что рассеяние будет подавлено, если

$$z(\epsilon - \epsilon_F)/\hbar s \ll 1. \quad (19)$$

Учтем теперь поперечные TA фононы. Тогда на свободной поверхности $u \neq 0$ и вывод о подавлении рассеяния, вообще говоря, неправилен. Обратим, однако, внимание на q_{\parallel} . В области B $q_{\parallel} \ll q_{\perp}$, т. е. в рассеянии участвуют LA фононы, распространяющиеся почти по нормали к границе. При отражении таких LA фононов от границы TA фононы почти не под-

мешиваются, и поэтому подавление рассеяния имеет место. В области A , где $q_{\perp} \simeq q_{\perp 1}$, смешивание LA и TA мод сильное, и поэтому условие $q_{\perp} \bar{z} \ll 1$ не обеспечивает подавления рассеяния. Таким образом, сильное подавление рассеяния вблизи свободной границы следует ожидать только в области B . В областях A и C учет отражения фононов от свободной границы при \bar{z} ($\varepsilon - \varepsilon_F$)/ $\hbar s \ll 1$ может привести только к численному множителю порядка единицы.

Выше было предположено, что $T=0$. Фактически это предположение означает $T \ll \varepsilon - \varepsilon_F$. Поэтому ясно, что сделанные выше оценки для q_{\perp} и q_{\parallel} остаются справедливыми и при $T \neq 0$, если только $T \ll \varepsilon - \varepsilon_F$. Интересуясь рассеянием в области B , можно разложить K по малому параметру $s\eta/\omega$. Это дает

$$K = \frac{\omega}{\rho s^3} \left[\sin \frac{\omega}{s} z_1 \sin \frac{\omega}{s} z_2 + 4 \frac{c^3}{s\omega^2} q^2 \cos \frac{\omega}{s} (z_1 + z_2) \right]. \quad (20)$$

Если рассеяние происходит между состояниями одного уровня поперечного движения n , то, как видно из (6), ядро K следует усреднить по функциям $|\psi|^2$ поперечного движения. При этом в первом слагаемом возникнут интегралы

$$\int dz |\psi(z)|^2 \sin \frac{\omega}{s} z. \quad (21)$$

Представим

$$z = \bar{z} + \zeta, \quad \bar{z} = \int dz z |\psi(z)|^2. \quad (22)$$

Тогда $(\omega/s) \zeta \simeq (\varepsilon - \varepsilon_F) d/\hbar s \ll 1$ и синус в интеграле (21) можно разложить по ζ (при любых \bar{z} , в том числе и малых). С учетом определения \bar{z} это дает, что интеграл (21) равен $\sin(\omega/s) \bar{z}$. Что касается косинуса во втором слагаемом, то в нем можно заменить $z_1 + z_2$ на $2\bar{z}$. В результате находим

$$\int dz_1 \int dz_2 |\psi(z_1)|^2 |\psi(z_2)|^2 k(z_1, z_2) = \frac{\omega}{\rho s^3} \left[\sin^2 \frac{\omega}{s} \bar{z} + 4 \frac{c^3}{s\omega^2} q^2 \cos \frac{2\omega}{s} \bar{z} \right]. \quad (23)$$

Подставляя (23) в (9) и (6), находим вероятность рассеяния между состояниями, принадлежащими одному уровню поперечного движения, в области энергии B в следующем окончательном виде:

$$W_{\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}'} = \frac{1}{\tau_F} \left\{ \frac{N(\omega) + 1}{N(\omega)} \right\} \frac{\pi}{L^2} \frac{2\hbar\omega}{ms^2 k_F^2} \left[\sin^2 \frac{\omega}{s} \bar{z} + 4 \frac{c^3}{s\omega^2} q^2 \cos \frac{2\omega}{s} \bar{z} \right], \quad (24)$$

$$\hbar\omega = |\varepsilon_k - \varepsilon_{k'}|, \quad q = |\mathbf{k} - \mathbf{k}'|.$$

Здесь введено характерное время рассеяния в фермиевском газе на деформационном потенциале акустических фононов [6]

$$\frac{1}{\tau_F} = \frac{1}{\pi} \frac{mk_F^2}{\hbar^2} \frac{\Xi^2}{\rho s}. \quad (25)$$

Первое слагаемое в квадратной скобке в (23) связано с тем, что электроны удалены от узла деформационного потенциала, который для LA фононов имеет место при $z=0$. Второе слагаемое обусловлено подмешиванием TA фононов, которое возникает на границе при отражении LA фононов и ликвидирует узел деформационного потенциала. Вероятность W для $\bar{z}=\infty$, т. е. без учета отражения от поверхности, получается, если в (24) отбросить быстро осциллирующие при $\bar{z} \rightarrow \infty$ члены, т. е. заменить квадратную скобку на $1/2$.

3. Релаксация энергии пробного электрона

Ниже мы вычислим только темп релаксации энергии, так как релаксация импульса на фононах, хотя и бывает существенна, часто маскируется рассеянием на примесях и неровностях поверхности. Что же касается

релаксации энергии, то она связана только с фононами и может быть измерена весьма точно в широком интервале T и T_e [8-10]. Согласно [6], для пробного электрона

$$Q(\varepsilon) = \sum_{\mathbf{k}'}^{(+)} \hbar\omega W_{\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}'} [1 - f_T(\varepsilon - \hbar\omega)] [1 - f_T(\varepsilon)]^{-1} - \sum_{\mathbf{k}'}^{(-)} \hbar\omega W_{\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}'} [1 - f_T(\varepsilon + \hbar\omega)] [1 - f_T(\varepsilon)]^{-1}. \quad (26)$$

Здесь $f_T(\varepsilon)$ — фермиевская функция ($\varepsilon \equiv \varepsilon_k$). Первая сумма идет по конечным состояниям $\varepsilon_{k'} < \varepsilon_k$, вторая — по $\varepsilon_{k'} > \varepsilon_k$. Подставляя сюда (24), найдем для рассеяния в области B

$$Q(\varepsilon) = \frac{1}{\tau_F} \left\{ \frac{T^3}{2ms^2\varepsilon_F} \frac{1}{2} [\mathcal{F}_2^-(0|x) - \mathcal{F}_2^-(\xi|x)] + 8\left(\frac{c}{s}\right)^3 T \mathcal{F}_0^-(\xi|x) \right\}, \quad (27)$$

где

$$\mathcal{F}_n^-(\xi|x) = \int_0^\infty dy y^n \cos \xi y \left\{ \frac{1}{1 + e^{y-x}} - \frac{1}{1 + e^{y+x}} \right\}, \quad x = (\varepsilon - \varepsilon_F)/T, \quad \xi = 2zT/\hbar s. \quad (28)$$

Функции $\mathcal{F}_n^-(0|x)$ совпадают с функциями $\mathcal{F}_n^-(x)$, определенными в [6].

Рассмотрим сначала случай горячих электронов $\varepsilon - \varepsilon_F \gg T$. Устремив $T \rightarrow 0$, из (27) получим

$$Q(\varepsilon) = \frac{1}{\tau_F} \left\{ \frac{1}{6} \frac{(\varepsilon - \varepsilon_F)^3}{2ms^2\varepsilon_F} I(\eta) + 8\left(\frac{c}{s}\right)^3 (\varepsilon - \varepsilon_F) \frac{\sin \eta}{\eta} \right\}, \quad (29)$$

где

$$I(\eta) = 1 - 3 \int_0^1 dt t^2 \cos \eta t = 1 - \frac{3}{\eta} \left(1 - \frac{2}{\eta^2} \right) \sin \eta - \frac{G}{\eta^2} \cos \eta. \quad (30)$$

Здесь $\eta = 2z(\varepsilon - \varepsilon_F)/\hbar s$ есть параметр, описывающий удаление горячего электрона от границы. Отсюда видно, что темп релаксации энергии пробного электрона является осциллирующей функцией расстояния z электронного газа от поверхности. Если электронный газ лежит в глубине материала ($\eta \gg 1$), то

$$Q(\varepsilon) = \frac{1}{\tau_F} \frac{1}{6} \frac{(\varepsilon - \varepsilon_F)^3}{2ms^2\varepsilon_F}. \quad (31)$$

Если электронный газ расположен у самой поверхности, то $z \simeq d$ и тогда $\eta \ll 1$, что дает

$$Q(\varepsilon) = \frac{1}{\tau_F} \left\{ \frac{1}{5} \frac{(\varepsilon - \varepsilon_F)^5}{2ms^2\varepsilon_F} \left(\frac{z}{\hbar s} \right)^2 + 8\left(\frac{c}{s}\right)^3 (\varepsilon - \varepsilon_F) \right\}. \quad (32)$$

Оба слагаемых сравниваются при $\varepsilon - \varepsilon_F \simeq (\varepsilon_1 \varepsilon_2)^{1/2}$. При меньших $\varepsilon - \varepsilon_F$ доминирует второе слагаемое, т. е. эффект смешивания LA и TA колебаний, а при больших $\varepsilon - \varepsilon_F$ первое слагаемое, т. е. эффект удаленности электронов от границы. Из (31), (32) видно, что наличие свободной границы меняет энергетическую зависимость темпа энергетической релаксации и сильно подавляет ее, так как

$$\frac{Q|_{z \rightarrow 0}}{Q|_{z \rightarrow \infty}} \simeq \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{\varepsilon_2} \right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon - \varepsilon_F} \right)^2 \ll 1, \quad (33)$$

На краях интервала B подавление исчезает при $\varepsilon - \varepsilon_F \simeq \varepsilon_1$ из-за сильного смешивания LA и TA колебаний, а при $\varepsilon - \varepsilon_F \simeq \varepsilon_2$ из-за того, что удаление от границы становится порядка эффективной длины волны π/q_\perp .

Для тепловых электронов $\varepsilon - \varepsilon_F \simeq T$ параметром, определяющим удаление от границы, является ξ . Для далекой границы, когда $\xi \gg 1$, интегралы, содержащие быстро осциллирующий множитель $\cos \xi y$, малы и, в согласии с [7],

$$Q(\varepsilon) = \frac{1}{\tau_F} \frac{T^3}{2ms^2\varepsilon_F} \frac{1}{3} \mathcal{F}_2^-(0|x). \quad (34)$$

Для близкой границы, когда $\xi \ll 1$, разлагая $\cos \xi y$, найдем

$$Q(\varepsilon) = \frac{1}{\tau_F} \left[\frac{T^5}{2ms^2\varepsilon_F} \left(\frac{z}{\hbar s} \right)^2 \mathcal{F}_4^-(0|x) + 8T \left(\frac{c}{s} \right)^3 x \right]. \quad (35)$$

Здесь использовано, что $\mathcal{F}_0^-(0|x) = x$. Из последних двух формул видно, что если T лежит в интервале B , то близкая к электронному газу свободная поверхность подавляет темп релаксации и для тепловых электронов. Так как при $x \simeq 1$ интегралы $\mathcal{F}_n^-(0|x) \simeq 1$, то отношение (35) и (34) дается снова формулой (33), куда вместо $\varepsilon - \varepsilon_F$ надо подставить T .

4. Релаксация электронной температуры

Если распределение горячих электронов описывается электронной температурой $T_e > T$, то можно вычислить темп релаксации энергии всего электронного газа. В расчете на один электрон имеем, согласно [6],

$$\begin{aligned} \bar{Q} = \frac{1}{nL^2} \sum_{\mathbf{k}} f_{T_e}(\varepsilon) \left\{ \sum_{\mathbf{k}'}^{(+)} \hbar\omega W_{\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}'} [1 - f_{T_e}(\varepsilon - \hbar\omega)] - \right. \\ \left. - \sum_{\mathbf{k}'}^{(-)} \hbar\omega W_{\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}'} [1 - f_{T_e}(\varepsilon + \hbar\omega)] \right\}. \end{aligned} \quad (36)$$

После вычисления оказывается, что $\bar{Q}(T_e, T)$ может быть представлена как разность двух функций, зависящих только от T_e и T , т. е. [11]

$$\bar{Q}(T_e, T) = \bar{Q}_0(T_e) - \bar{Q}_0(T). \quad (37)$$

При этом

$$\bar{Q}_0(T) = \frac{1}{\tau_F} \left\{ \frac{T^4}{2ms^2\varepsilon_F^2} \frac{1}{2} [J_4(0) - J_4(\xi)] + 8 \left(\frac{c}{s} \right)^3 \frac{T^2}{\varepsilon_F} J_2(\xi) \right\}, \quad (38)$$

где

$$J_n(\xi) = \int_0^\infty dy \frac{y^{n-1}}{e^y - 1} \cos \xi y = \frac{1}{2} \Gamma(n) [\zeta(n, 1 + i\xi) + \zeta(n, 1 - i\xi)], \quad \xi = 2zT/\hbar s. \quad (39)$$

Здесь ζ есть обобщенная ζ -функция Римана [12]. Действуя, как выше, легко видеть, что для больших ξ получается, как и в [7],

$$\bar{Q}_0(T) = \frac{1}{\tau_F} \frac{\pi^4}{30} \frac{T^4}{2ms^2\varepsilon_F^2} \quad (\xi \gg 1), \quad (40)$$

в то время как для малых ξ

$$\bar{Q}_0(T) = \frac{1}{\tau_F} \left\{ \frac{8\pi^6}{63} \frac{T^6}{2ms^2\varepsilon_F^2} - \left(\frac{z}{\hbar s} \right)^2 + \frac{4\pi^2}{3} \left(\frac{c}{s} \right)^3 \frac{T^2}{\varepsilon_F} \right\} \quad (\xi \ll 1). \quad (41)$$

5. Обсуждение результатов

Область энергий B существует, если $\pi/k_F d \gg 1$, т. е. при достаточно низких плотностях электронов и достаточно сильной локализации поперечного движения. Примем $n = 10^{11} \text{ см}^{-2}$ и $d = 30 \text{ \AA}$. Тогда $k_F = 0.8 \times 10^6 \text{ см}^{-1}$, $\varepsilon_1 = 3 \text{ К}$, $\varepsilon_2 = 40 \text{ К}$ (при $s = 5 \cdot 10^5 \text{ см/с}$). Максимальным влиянием свободной границы является для энергий электрона в середине этого интервала, т. е. при $\varepsilon - \varepsilon_F$, $T_e \simeq (\varepsilon_1 \varepsilon_2)^{1/2} \simeq 10 \text{ К}$, где, согласно (33), на-

личие свободной границы уменьшает Q в ϵ_1/ϵ_2 раз, т. е. на порядок. Характерное расстояние, на котором свободная граница влияет на рассеяние электронов с такой энергией, есть $\hbar s/2T_e \approx 50 \text{ \AA}$.

Модель со свободной границей непосредственно относится к инверсионным слоям, возникающим на естественной поверхности полупроводника (например, Ge, InAs), и к квантовым ямам, расположенным вблизи поверхности на расстояниях порядка 100 \AA . Она относится скорее всего и к ситуации, когда диэлектрик в МДП структуре не напылен, а прижат (mujar foil). В этом случае акустический контакт плохой и фононы в полупроводнике отражаются от границы раздела полупроводник—диэлектрик почти как от свободной. Следует упомянуть еще МДП структуры с тонким слоем окисла и тонким (оптически прозрачным) затвором. Коэффициенты отражения на границах полупроводник—диэлектрик и диэлектрик—металл не очень велики. Если в грубом приближении пренебречь разницей в акустических свойствах сред, то систему можно описать в рамках рассмотренной модели.

При вычислении Q не был учтен вклад рэлеевских волн. Вероятность рассеяния на этих волнах может быть найдена, если подставить в (6) и (9) K , согласно (13в). Вычисление для релаксации энергии на рэлеевских волнах в области B дает

$$Q(\epsilon) = \alpha \hbar s k_F / \bar{c}_F, \quad (42)$$

где α — численный коэффициент порядка единицы, который может быть явно выражен через c/s . В области B вклад (42) мал. Он становится существенным только на нижней границе этой области, при $\epsilon = \epsilon_F \approx \hbar s k_F$.

Обсудим теперь результаты работ [1^{–3}]. В работе [1] вероятность рассеяния тоже выражалась через коррелятор смещений. Предполагая, что рассеяние квазиупруго, авторы считали, что можно использовать статический коррелятор, т. е. Фурье-компоненту с $\omega=0$. Однако это не так. Из явных выражений (13) видно, что в корреляторе можно считать $\omega=0$, если ω мало по сравнению с $s q_H$. Между тем из (16)—(18) следует, что такая ситуация никогда не реализуется: в области A $\omega \approx s q_H$, а в областях B и C $\omega \gg s q_H$. Поэтому мы полагаем, что результаты работы [1] ошибочны.

Что касается работы [2], то в ней рассеяние не предполагалось упругим, однако ее результаты в области B не совпадают с нашими.

Особо остановимся на работе [3], где учитывалось преобразование $LA \rightarrow TA$ на границе образца. В этой работе была получена зависимость $Q \sim (T_e^2 - T^2)$, соответствующая второму слагаемому в (41). (По-видимому, использованное в [3] приближение соответствует $z=0$). Однако Q , согласно формуле (12), в [3] не обращается в нуль при $c \rightarrow 0$, когда преобразование $LA \rightarrow TA$ становится невозможным. (Возможно, что это результат описки, так как размерность в правой части формулы (12), если подставить туда (13), неправильная).

Один из авторов (И. Л.) выражает благодарность А. А. Марадудину, дискуссии с которым стимулировали настоящую работу, а также Ю. В. Дубровскому и М. И. Резнику за ознакомление с экспериментальной ситуацией. Авторы благодарны А. Киракосяну и А. Вартапяну за обсуждение результатов работы [2].

Л и т е р а т у р а

- [1] Ezawa H., Kawaji S., Nakamura K. Jap. J. Appl. Phys., 1974, vol. 13, N 1, p. 126—155; Errata Jap. J. Appl. Phys., 1975, vol. 14, N 6, p. 924—922.
- [2] Вартапян А. А., Киракосян А. А. Тез. XIII Всес. совещ. по теории полупроводников. Ереван, 1987.
- [3] Глазман Л. И. ФНТ, 1982, т. 8, № 6, с. 617—625.
- [4] Gantmakher V. F., Levinson Y. B. Carrier scattering in metals and semiconductors. Amsterdam, Oxford, New York, Tokyo, North—Holland, 1987. 459 p.
- [5] Maradudin A. A., Mills D. L. Ann. of Physics (N. Y.), 1976, vol. 100, N 1—2, p. 262—309.

- [6] Гантмахер В. Ф., Левинсон И. Б. Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках. М.: Наука, 1984. 352 с.
- [7] Карпус В. ФТП, 1986, т. 20, № 1, с. 12—19.
- [8] Neugebauer T., Landwehr G. Phys. Rev., 1980, vol. B21, N 2, p. 702—708.
- [9] Hirakawa K., Sasaki H. Appl. Phys. Lett., 1986, vol. 49, N 14, p. 889—891.
- [10] Блюмина М. Г., Денисов А. Г., Полянская Т. А. и др. Письма в ЖЭТФ, 1986, т. 44, № 5, с. 257—260.
- [11] Price P. J. J. Appl. Phys., 1982, vol. 53, N 10, p. 6863—66.
- [12] Бейтман Г., Эрдейн А. Высшие трансцендентные функции. М.: Наука, 1965, т. 1. 294 с.

Институт проблем технологии
микроэлектроники и обособистых материалов АН СССР
Черноголовка
Московская область

Поступило в Редакцию
4 апреля 1988 г.

