

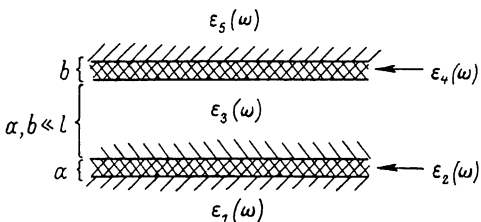
УДК 539.211

## ВАН-ДЕР-ВААЛЬСОВО ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ТОНКИХ ПРОВОДЯЩИХ СЛОЕВ

Ю. С. Бараш

Рассмотрено ван-дер-ваальсово взаимодействие двух тонких конденсированных слоев, а также атома с тонким слоем. Показано, что в определенных представляющих интерес предельных случаях зависимость взаимодействия от расстояния является степенной, а показатели степени заметно различаются для диэлектрических и металлических слоев в сходных условиях. Данное различие обусловлено имеющейся в тонких слоях металла коллективной плазменной модой двумерного типа (вообще говоря, затухающей).

1. Для описания некоторых свойств квазидвумерных конденсированных структур, а также для многих задач физики капиллярных явлений и адсорбции существенную роль может играть ван-дер-ваальсово взаимодействие тонких конденсированных слоев, а также других тел с тонкими слоями. В предлагаемой работе в рамках общей теории ван-дер-ваальсовых сил рассмотрены взаимодействие двух тонких конденсированных слоев и взаимодействие атома с тонким слоем. Полученные результаты показывают, что речь здесь идет о наиболее простых из тех сравнительно немногих примеров, когда коллективные эффекты могут качественно изменить поведение ван-дер-ваальсова взаимодействия. Они приводят при определенных условиях к существенному изменению функциональной зависимости взаимодействия от расстояния, хотя влияние пространственной дисперсии диэлектрических проницаемостей сред здесь пренебрежимо мало. Отметим, что для формы зависимости ван-дер-ваальсова взаимодействия от расстояния важна не столько зависимость диэлектрических проницаемостей конденсированных сред от волнового вектора, сколько дисперсионная зависимость от этого вектора и от расстояния между телами соответствующих собственных частот электромагнитного поля в системе. Модификация ван-дер-ваальсова взаимодействия тел с тонким металлическим слоем обусловлена вкладом от коллективной моды, отсутствующей в случае тонких диэлектрических слоев. Эту моду образуют плазменные колебания двумерного типа, для которых характерна специфическая зависимость частоты от двумерного волнового вектора и от расстояния  $l$ .



2. Рассмотрим многослойную систему, изображенную на рисунке. Поскольку все слои считаются изотропными, собственные частоты электромагнитного поля в данной системе зависят от длины  $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$  двумерного волнового вектора, лежащего в параллельной границам щели плос-

кости. При этом свободная энергия ван-дер-ваальсова взаимодействия, приходящаяся на единицу площади соприкосновения слоев, может быть представлена в виде [1, 2]

$$\Delta F_S(l) = \frac{T}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} k dk [\ln D_1(k, i\omega_n, l) + \ln D_2(k, i\omega_n, l)], \quad \omega_n = 2\pi T n / \hbar. \quad (1)$$

Штрих у знака суммы означает здесь, что член с  $n=0$  берется с половинным весом.

Нулями функции  $D_1(k, \omega, l)$  являются все зависящие от расстояния  $l$  собственные частоты для  $s$ -поляризованных электромагнитных волн (при фиксированной величине  $k$ ) с учетом их кратности. Аналогично нули функции  $D_2(k, \omega, l)$  есть зависящие от  $l$  собственные частоты для  $p$ -поляризованных волн. Кроме того, величины  $D_{1,2}$  предполагаются нормированными так, что при  $l \rightarrow \infty$  они равны единице. Общий вид функций  $D_{1,2}(k, \omega, l)$  для изображенной на рисунке слоистой системы при произвольной толщине слоев был найден в [1]. Ниже ограничимся только случаем тонких слоев, толщина которых много меньше расстояния между ними [1]

$$a, b \ll l. \quad (2)$$

Тогда имеем

$$D_1(k, \omega, l) = 1 - \frac{[(\rho_1 - \rho_3) - a(\rho_1 - \rho_2)(\rho_3 + \rho_2)][(\rho_5 - \rho_2) - b(\rho_5 - \rho_4)(\rho_3 + \rho_4)]}{[(\rho_1 + \rho_3) + a(\rho_1 - \rho_2)(\rho_3 - \rho_2)][(\rho_5 + \rho_3) + b(\rho_5 - \rho_4)(\rho_3 - \rho_4)]} e^{-2\rho_3 l}, \quad (3)$$

$$D_2(k, \omega, l) = 1 - \frac{\varepsilon_2(\varepsilon_3\rho_1 - \varepsilon_1\rho_3) - a(\varepsilon_2\rho_1 - \varepsilon_1\rho_2)(\varepsilon_2\rho_3 + \varepsilon_3\rho_2)}{\varepsilon_2(\varepsilon_3\rho_1 + \varepsilon_1\rho_3) + a(\varepsilon_2\rho_1 - \varepsilon_1\rho_2)(\varepsilon_2\rho_3 - \varepsilon_3\rho_2)} \times \\ \times \frac{\varepsilon_4(\varepsilon_3\rho_5 - \varepsilon_5\rho_3) - b(\varepsilon_4\rho_5 - \varepsilon_5\rho_4)(\varepsilon_4\rho_3 + \varepsilon_3\rho_4)}{\varepsilon_4(\varepsilon_3\rho_5 + \varepsilon_5\rho_3) + b(\varepsilon_4\rho_5 - \varepsilon_5\rho_4)(\varepsilon_4\rho_3 - \varepsilon_3\rho_4)} e^{-2\rho_3 l}, \quad (4)$$

где

$$\rho_j(k, \omega) = \left( k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_j(\omega) \right)^{1/2}.$$

После подстановки выражений (3), (4) в формулу (1), получается весьма громоздкий и трудно обозримый результат. Ниже положим  $\varepsilon_1(\omega) = \varepsilon_3(\omega) = \varepsilon_5(\omega)$ , т. е. ограничимся рассмотрением двух тонких слоев, погруженных в однородную жидкость (описание некоторых других примеров дано в [3]). Как и для взаимодействия двух толстых пластин [4, 5], здесь представляет интерес описание нескольких предельных случаев, для которых ван-дер-ваальсово взаимодействие тонких слоев имеет сравнительно простой вид. Так, при пренебрежении запаздыванием и вкладом от тепловых электромагнитных флуктуаций для тонких слоев в однородной жидкости из (1), (3) и (4) находим

$$\Delta F_S(l) = \frac{\hbar}{(2\pi)^2} \int_0^{\infty} d\omega \int_0^{\infty} k dk \ln \left\{ 1 - \frac{k^2 e^{-2kl} ab (\varepsilon_3^2 - \varepsilon_3^2) (\varepsilon_4^2 - \varepsilon_3^2)}{[2\varepsilon_2\varepsilon_3 + ka(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2][2\varepsilon_4\varepsilon_3 + kb(\varepsilon_4 - \varepsilon_3)^2]} \right\}. \quad (5)$$

Все фигурирующие здесь проницаемости зависят от аргумента  $i\omega$ .

В другом предельном случае, когда запаздывание сказывается наиболее сильно, а тепловые эффекты по-прежнему малы, вместо (5) имеем

$$\Delta F_S(l) = \frac{c\hbar}{32\pi^2 \varepsilon_{30}^{1/2} l^3} \int_0^{\infty} x^2 dx \int_1^{\infty} \frac{dp}{p^2} \times$$

<sup>1</sup> В данных условиях слои можно рассматривать как двумерные. Действительно, для ван-дер-ваальсова взаимодействия существенны  $k \ll l^{-1}$  и из (2) имеем  $ka \ll 1$ . Именно в этом предельном случае наиболее заметно выражено влияние коллективных эффектов на зависимость ван-дер-ваальсова взаимодействия от расстояния. В частности, будет показано, приближение аддитивного типа оказывается в принципе неприменимо к тонким металлическим слоям.

$$\times \left\{ \ln \left[ 1 - \frac{x^2 e^{-x} ab (\varepsilon_{20} - \varepsilon_{30}) (\varepsilon_{40} - \varepsilon_{30})}{\varepsilon_{30}^2 [4p^2 l + ax (s_{20} - p)^2] [4p^2 l + bx (s_{40} - p)^2]} \right] + \right. \\ \left. + \ln \left[ 1 - \frac{x^2 e^{-x} ab (\varepsilon_{20} - \varepsilon_{30}) (\varepsilon_{40} - \varepsilon_{30}) \left[ p^2 \left( 1 + \frac{\varepsilon_{20}}{\varepsilon_{30}} \right) - 1 \right] \left[ p^2 \left( 1 + \frac{\varepsilon_{40}}{\varepsilon_{30}} \right) - 1 \right]}{\left[ 4p^2 \varepsilon_{20} l + ax \varepsilon_{30} \left( s_{20} - p \frac{\varepsilon_{20}}{\varepsilon_{30}} \right)^2 \right] \left[ 4p^2 \varepsilon_{40} l + bx \varepsilon_{30} \left( s_{40} - p \frac{\varepsilon_{40}}{\varepsilon_{30}} \right)^2 \right]} \right] \right\}, \quad (6)$$

где нулевой индекс означает статические значения величин и  $s_{j0} = (p^2 - 1 + \varepsilon_{j0}/\varepsilon_{30})^{1/2}$ .

Наконец, если взаимодействие формируется в основном классическими тепловыми флуктуациями электромагнитного поля, получаем

$$\Delta F_S(l) = \frac{T}{4\pi} \int_0^\infty k dk \ln \left[ 1 - \frac{k^2 e^{-2kl} (\varepsilon_{20}^2 - \varepsilon_{30}^2) (\varepsilon_{40}^2 - \varepsilon_{30}^2) ab}{[2\varepsilon_{20}\varepsilon_{30} + ka (\varepsilon_{20} - \varepsilon_{30})^2] [2\varepsilon_{40}\varepsilon_{30} + kb (\varepsilon_{40} - \varepsilon_{30})^2]} \right]. \quad (7)$$

В подынтегральных выражениях в (5)–(7) обычно можно учесть, сохраняя достаточную точность, лишь первый член разложения логарифмических функций в степенной ряд, в окрестности единицы. В формуле (7) получающийся после этого интеграл выражается, вообще говоря, через произведение интегральной показательной функции на экспоненту, но в ряде предельных случаев имеет место степенная зависимость от  $l$ . В частности, из (7) следует

$$\Delta F_S(l) = -\frac{3abT}{128\pi l^4} \left( \frac{\varepsilon_{20}}{\varepsilon_{30}} - \frac{\varepsilon_{30}}{\varepsilon_{20}} \right) \left( \frac{\varepsilon_{40}}{\varepsilon_{30}} - \frac{\varepsilon_{30}}{\varepsilon_{40}} \right), \quad (8)$$

если  $a (\varepsilon_{20} - \varepsilon_{30})^2 / 2l\varepsilon_{20}\varepsilon_{30}$ ,  $b (\varepsilon_{40} - \varepsilon_{30})^2 / 2l\varepsilon_{40}\varepsilon_{30} \ll 1$ ;

$$\Delta F_S(l) = -\zeta(3) T / 16\pi l^2, \quad (9)$$

если  $a (\varepsilon_{20} - \varepsilon_{30})^2 / 2l\varepsilon_{20}\varepsilon_{30}$ ,  $b (\varepsilon_{40} - \varepsilon_{30})^2 / 2l\varepsilon_{40}\varepsilon_{30} \gg 1$ ;

$$\Delta F_S(l) = -\frac{bT}{32\pi l^3} \left( \frac{\varepsilon_{40}}{\varepsilon_{30}} - \frac{\varepsilon_{30}}{\varepsilon_{40}} \right) \text{sign}(\varepsilon_{20} - \varepsilon_{30}), \quad (10)$$

если  $a (\varepsilon_{20} - \varepsilon_{30})^2 / 2l\varepsilon_{20}\varepsilon_{30} \gg 1$ ,  $b (\varepsilon_{40} - \varepsilon_{30})^2 / 2l\varepsilon_{40}\varepsilon_{30} \ll 1$ .

Уже из сравнения формул (8)–(10) видно, что поведение ван-дер-ваальсова взаимодействия тонких слоев с изменением расстояния между ними, вообще говоря, существенно зависит от соотношения между диэлектрической проницаемостью каждого слоя и проницаемостями окружающих этот слой сред. Данное обстоятельство проявляется и в области, где применимо соотношение (6). Действительно, ограничимся в подынтегральном выражении в (6) первыми членами разложения для логарифмических функций и положим  $\varepsilon_{30} \sim \varepsilon_{20} \sim \varepsilon_{40}$ . Тогда, учитывая (2), приближенно находим

$$\Delta F_S(l) = -\frac{9\hbar cab (\varepsilon_{20} - \varepsilon_{30}) (\varepsilon_{40} - \varepsilon_{30})}{160\pi^2 \varepsilon_{30}^5 l^5} \left[ 1 + \frac{\varepsilon_{30}}{9\varepsilon_{20}\varepsilon_{40}} (5(\varepsilon_{20} + \varepsilon_{40}) + 4\varepsilon_{30}) \right]. \quad (11)$$

С другой стороны, для тонких слоев металла, погруженных в диэлектрическую жидкость, из (6) следует

$$\Delta F_S(l) = -\pi^2 c \hbar / 720 \varepsilon_{30}^{1/2} l^3. \quad (12)$$

Данное выражение отвечает приближению идеально проводящих слоев и имеет тот же вид, что и для толстых металлических пластин в аналогичных условиях. При  $\varepsilon_{30} = 1$  формула (12) в точности соответствует силе Казимира.

Далее, в случае тонких металлического и диэлектрического слоев, соотношение (6) преобразуется к виду (полагаем  $\varepsilon_{30} \sim \varepsilon_{40}$ ,  $\varepsilon_{20} \rightarrow \infty$  и учитываем лишь первые члены в разложении логарифмов в (6))

$$\Delta F_S(l) = - \frac{chb(\epsilon_{40} - \epsilon_{30})}{16\pi^2 \epsilon_{30}^2 l^4} \left(1 + \frac{\epsilon_{30}}{2\epsilon_{40}}\right). \quad (13)$$

Из (11)–(13) видно, что при учете запаздывания форма зависимости ван-дер-ваальсова взаимодействия тонких слоев от расстояния  $l$  тоже существенно зависит от соотношения между проницаемостью каждого слоя и проницаемостями окружающих этот слой сред.

Рассмотрим теперь зависимость выражения (5) от расстояния  $l$ . В данном случае зависимость от  $l$  определяется, вообще говоря, не только соотношением между диэлектрическими проницаемостями сред в системе, но и конкретным характером частотной дисперсии у этих проницаемостей. Основной вклад в интегрирование по  $k$  в (5) вносит область  $k \ll l^{-1}$ . Отсюда и из (2) имеем  $ka, kb \ll 1$ . Вместе с тем при разложении подынтегрального выражения в (5) по степеням  $ka$  и  $kb$  существенную роль играют безразмерные параметры  $a \times (i\bar{\omega})/l$ ,  $b \bar{x} (i\bar{\omega})/l$ , которые могут быть не малы. Эти величины имеют вид

$$\frac{a}{l} \times (i\bar{\omega}) = \frac{a}{2l} \frac{[\epsilon_2(i\bar{\omega}) - \epsilon_3(i\bar{\omega})]^2}{\epsilon_2(i\bar{\omega}) \epsilon_3(i\bar{\omega})}, \quad \frac{b}{l} \bar{x} (i\bar{\omega}) = \frac{b}{2l} \frac{[\epsilon_4(i\bar{\omega}) - \epsilon_3(i\bar{\omega})]^2}{\epsilon_4(i\bar{\omega}) \epsilon_3(i\bar{\omega})}, \quad (14)$$

$a \bar{\omega}$  есть характерное значение для мнимых частот, вносящих основной вклад в интеграл по частоте в (5).

В случае  $a \times (i\bar{\omega})/l \ll 1$  (например, при условии  $\epsilon_2(i\bar{\omega}) \sim \epsilon_1(i\bar{\omega})$  или  $\epsilon_2(i\bar{\omega}) \sim \epsilon_3(i\bar{\omega})$ ) и  $b \bar{x} (i\bar{\omega})/l \ll 1$  взаимодействие тонких слоев качественно согласуется с результатом, который получается при использовании аддитивного приближения. В частности, в этом пределе из (5) находим, учитывая лишь первый член в разложении логарифмической функции,

$$\Delta F_S(l) = - \frac{3hab}{128\pi^2 l^4} \int_0^\infty d\omega \left( \frac{\epsilon_2(i\omega)}{\epsilon_3(i\omega)} - \frac{\epsilon_3(i\omega)}{\epsilon_2(i\omega)} \right) \left( \frac{\epsilon_4(i\omega)}{\epsilon_3(i\omega)} - \frac{\epsilon_3(i\omega)}{\epsilon_4(i\omega)} \right). \quad (15)$$

При выполнении же хотя бы одного из неравенств  $a \times (i\bar{\omega})/l \geq 1$ ,  $b \bar{x} (i\bar{\omega})/l \geq 1$  функциональная зависимость ван-дер-ваальсова взаимодействия от расстояния  $l$  существенно отличается от результатов, вытекающих из аддитивного подхода. Из (14) следует, что неравенство  $a \times (i\bar{\omega})/l \geq 1$  реализуется, если в области характерных частот справедливо одно из соотношений  $\epsilon_2 \geq \epsilon_3$ ,  $\epsilon_2 \leq \epsilon_3$ . Отметим, что в подобных условиях специфический характер имеет не только ван-дер-ваальсово взаимодействие тонкого слоя с телами, но и некоторые другие свойства тонких пленок, связанные, например, с кулоновским взаимодействием или с поляритонными эффектами в них [6, 7].

Условие вида  $a \times (i\bar{\omega})/l \ll 1$  на первый взгляд выполняется по крайней мере при достаточно большом  $l$ . На самом деле сказанное неявно предполагает независимость характерной частоты  $\bar{\omega}$  от расстояния  $l$ . Однако зависимость  $\bar{\omega}(l)$  вполне возможна и оказывается существенной, например, для тонкого металлического слоя в диэлектрической среде или в вакууме. В отличие от (5) выражение (15) неприменимо тогда ни при каких значениях  $l$  в силу расходимости интегрирования в области малых частот (то же относится к тонкому диэлектрическому слою в металлической среде). Отсюда следует, что для тонкого слоя металла в диэлектрической среде реализуется условие  $a \times (i\bar{\omega})/l \geq 1$  и, значит, должно быть  $\epsilon_2(i\bar{\omega}) \geq \epsilon_3(i\bar{\omega}) \geq 1$ .

Для дальнейшего важна явная форма дисперсии проницаемости металлической среды в существенной области мнимых частот  $i\bar{\omega}$ . Рассмотрим здесь два случая. В первом предположим, что в области мнимых частот порядка  $i\bar{\omega}$  проницаемость металла можно приближенно представить в виде  $\epsilon(i\omega) \simeq \Omega^2/\omega^2 \gg 1$ , а проницаемостям диэлектрических сред можно приписать их статические значения (много меньшие, чем значения  $\sim \Omega^2/\omega^2$  у проницаемостей металлов). Тогда для ван-дер-ваальсова

взаимодействия двух тонких диэлектрических слоев, погруженных в диэлектрическую жидкость, из (5) получаем

$$\Delta F_S(l) = \frac{\hbar}{16\pi^2 \varepsilon_{30}^{1/2} l^{3/2}} \int_0^\infty dy \int_0^\infty x dx \ln \left[ 1 - \frac{x^2 e^{-x} ab \Omega_3^2 \Omega_4^2}{16 \left( y^2 + \frac{1}{4} ax \Omega_3^2 \right) \left( y^2 + \frac{1}{4} bx \Omega_4^2 \right)} \right] \approx$$

$$\approx - \frac{3\hbar a^{1/2} \Omega_2 b^{1/2} \Omega_4}{256\pi^{1/2} \varepsilon_{30}^{1/2} (a^{1/2} \Omega_2 + b^{1/2} \Omega_4) l^{3/2}}. \quad (16)$$

Аналогично имеем для двух диэлектрических слоев в жидком металле

$$\Delta F_S(l) = \frac{\hbar}{16\pi^2 l^{3/2}} \int_0^\infty dy \int_0^\infty x dx \ln \left[ 1 - \frac{x^2 e^{-x} ab \Omega_3^4}{16 \varepsilon_{20} \varepsilon_{40} \left( y^2 + \frac{ax}{4\varepsilon_{20}} \Omega_3^2 \right) \left( y^2 + \frac{bx}{4\varepsilon_{40}} \Omega_3^2 \right)} \right] \approx$$

$$\approx - \frac{3\hbar (ab)^{1/2} \Omega_3}{256\pi^{1/2} ((a\varepsilon_{40})^{1/2} + (b\varepsilon_{20})^{1/2}) l^{3/2}}, \quad (17)$$

для металлического и диэлектрического слоев в жидком диэлектрике

$$\Delta F_S(l) = -15\hbar a^{1/2} b \Omega_2 (\varepsilon_{40}^2 - \varepsilon_{30}^2) / 2^{11} \pi^{1/2} \varepsilon_{40}^3 \varepsilon_{30}^2 l^{7/2}, \quad (18)$$

в жидком металле

$$\Delta F_S(l) = -15\hbar ab^{1/2} (\Omega_3^4 - \Omega_4^4) / 2^{11} \pi^{1/2} \varepsilon_{40}^{1/2} \Omega_3 \Omega_4^3 l^{7/2}. \quad (19)$$

Конечный результат в формулах (16)–(19) найден с учетом первого члена в разложении логарифмической функции при взятии интегралов. Соответствующие поправки к формулам (18) и (19) малы по параметру  $b \bar{x} (i \bar{\omega}) / l$  для (18) и  $a \times (i \bar{\omega}) / l$  для (19). Поправки же к конечным выражениям в (16) и (17) обычно малы численно. Так, если учесть поправку в (16), связанную со вторым членом при разложении логарифма, то для двух одинаковых слоев металла в вакууме находим ( $\varepsilon_{30} = 1$ ,  $a \Omega_2^2 = b \Omega_4^2$ )

$$\Delta F_S(l) = - \frac{\hbar a^{1/2} \Omega_2}{2^{5/2} \pi^{1/2} l^{3/2}} \int_0^\infty x^{3/2} [2 - \sqrt{1 + e^{-x}} - \sqrt{1 - e^{-x}}] dx \approx$$

$$\approx - \frac{3\hbar a^{1/2} \Omega_2}{256 (2\pi)^{1/2} l^{3/2}} \left( \frac{1}{2^{1/2}} + \frac{5}{128} \right). \quad (20)$$

Данная поправка описывается вторым членом в скобках и составляет всего 5.5 %. Полагая  $\Omega_2 = (4\pi e^2 n / m)^{1/2}$  и учитывая лишь первое слагаемое в скобках, приходим к результату Тана и Андерсона [8], полученному на основе микроскопического подхода.

Рассмотрим теперь второй случай, предположив, что для частот порядка  $i \bar{\omega}$  диэлектрические проницаемости металлов имеют вид  $\varepsilon(i \bar{\omega}) \approx \approx 4\pi\sigma / \omega \gg 1$ , в то время как проницаемости диэлектрических сред принимают свои статические значения (много меньше, чем значения  $\sim 4\pi\sigma / \bar{\omega}$  у проницаемостей металлов). Тогда для взаимодействия двух тонких металлических слоев, погруженных в диэлектрическую жидкость, из (5) находим

$$\Delta F_S(l) = \frac{\hbar}{16\pi \varepsilon_{30} l^3} \int_0^\infty dy \int_0^\infty x dx \ln \left[ 1 - \frac{x^2 e^{-x} ab \sigma_2 \sigma_4}{(y + ax \sigma_2)(y + bx \sigma_4)} \right] \approx$$

$$\approx - \frac{\hbar ab \sigma_2 \sigma_4}{8\pi \varepsilon_{30} (a\sigma_2 - b\sigma_4) l^3} \ln \left( \frac{a\sigma_2}{b\sigma_4} \right). \quad (21)$$

Для двух диэлектрических слоев в жидком металле из (5) следует

$$\Delta F_S(l) = \frac{\hbar \tau_3}{16\pi l^3} \int_0^\infty dy \int_0^\infty dx \ln \left[ 1 - \frac{x^2 e^{-x} ab}{(y \varepsilon_{20} + ax)(y \varepsilon_{40} + bx)} \right] \approx$$

$$\approx - \frac{\hbar ab \tau_3}{8\pi (a \varepsilon_{40} - b \varepsilon_{20}) l^3} \ln \left( \frac{a \varepsilon_{40}}{b \varepsilon_{20}} \right). \quad (22)$$

Соотношения (16) и (21), а также (17) и (22) представляют предельные случаи для более общих результатов, получающихся из формулы (5) при подстановке в нее выражений вида  $\varepsilon(i\omega) = \Omega^2 / \omega(\omega + \nu) \equiv 4\pi\sigma / \omega(\omega + \nu)$  для диэлектрических проницаемостей металлов. Соответствующие результаты имеют нестепенную зависимость от  $l$ , более громоздки и здесь не приводятся. Однако для тонких металлического и диэлектрического слоев интеграл по частоте в формуле (5) логарифмически расходится на верхнем пределе, если проницаемость металла положить равной  $\varepsilon(i\omega) = 4\pi\sigma / \omega$ . В данном примере интегрирование по частоте в (5) следует провести, полагая для металлов  $\varepsilon(i\omega) = 4\pi\sigma \nu' / \omega(\omega + \nu)$ , и лишь затем можно рассмотреть представляющий здесь интерес предельный случай. В результате для взаимодействия металлического и диэлектрического слоев в диэлектрической жидкости при выполнении условия  $\nu_2 \varepsilon_{30} l / 4\pi\sigma_2 a \ll 1$  снова приходим к формуле (18), а в противоположном предельном случае  $\nu_2 \varepsilon_{30} l / 4\pi\sigma_2 a \gg 1$  имеем

$$\Delta F_S(l) \approx - \frac{3\hbar ab \tau_2 (\varepsilon_{40}^2 - \varepsilon_{30}^2)}{32\pi \varepsilon_{40} \varepsilon_{30}^2 l^4} \ln \left( \frac{\nu_2 \varepsilon_{30} l}{3.5\pi \sigma_2 a} \right). \quad (23)$$

Аналогичным образом находим, что выражение (19) для взаимодействия металлического и диэлектрического тонких слоев в жидком металле справедливо при условии  $\nu_3 \varepsilon_{40} l / 4\pi\sigma_3 b \ll 1$ . В случае же  $\nu_3 \varepsilon_{40} l / 4\pi\sigma_3 b \gg 1$  получаем

$$\Delta F_S(l) \approx \frac{3\hbar ab}{32\pi \varepsilon_{40} l^4} \left[ \sigma_2 \ln \left( \frac{\nu_2 \varepsilon_{40} l}{3.5\pi \sigma_3 b} \right) - \sigma_3 \left( \frac{\tau_3 \nu_3}{\sigma_2 \nu_2} \right) \ln \left( \frac{\nu_3 \varepsilon_{40} l}{3.5\pi \sigma_3 b} \right) \right]. \quad (24)$$

Результаты (16)–(24) показывают, что для описания ван-дер-ваальсова взаимодействия тонких слоев металла в диэлектрической среде или в вакууме (и для тонких диэлектрических слоев, окруженных проводящей средой) разложение по параметру  $a/l \ll 1$  использовать нельзя, сколь бы ни был этот параметр мал. При этом малость величины  $a/l$  компенсируется большим значением диэлектрической проницаемости металла в характерной для задачи области мнимых частот  $\varepsilon_m(i\omega) \sim l/a \gg 1$ .

3. Рассмотрим теперь ван-дер-ваальсово взаимодействие атома (или малой изотропной частички конденсированной фазы) с тонким конденсированным слоем, для простоты считая их находящимися в вакууме ( $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = \varepsilon_5 \equiv 1$ ). Перейдем для этого в найденных выше результатах к пределу разреженного диэлектрического слоя ( $\varepsilon_4 \approx 1 + 4\pi a N$ ; здесь  $a(\omega)$  — поляризуемость отдельного атома) и ограничимся линейным по объемной плотности атомов  $N$  приближением. Тогда имеем  $\Delta F_S(l) = N_s U(l)$ , где  $N_s = bN$  — поверхностная плотность атомов в разреженном тонком слое,  $U(l)$  — потенциал (свободная энергия) ван-дер-ваальсова взаимодействия отдельного атома с тонким конденсированным слоем. Для атома и тонкого диэлектрического слоя из формул (15), (11) и (8) соответственно находим с помощью указанного приема

$$U(l) = - \frac{3\hbar a}{16\pi l^4} \int_0^\infty d\omega \alpha(i\omega) \left[ \varepsilon_2(i\omega) - \frac{1}{\varepsilon_2(i\omega)} \right], \quad (25)$$

$$U(l) = - \frac{\hbar c a \alpha_0 (\varepsilon_{20} - 1) (14\varepsilon_{20} + 9)}{40\pi \varepsilon_{20} l^5}, \quad (26)$$

$$U(l) = - \frac{3T a \alpha_0}{16l^4} \left( \varepsilon_{20} - \frac{1}{\varepsilon_{20}} \right), \quad \frac{a(\varepsilon_{20} - 1)^2}{2l\varepsilon_{20}} \ll 1. \quad (27)$$

Аналогичным путем, исходя из формул (18), (23), (13) и (10), получаем соответственно следующие выражения для взаимодействия атома с тонким слоем металла:

$$U(l) = -15\pi^{1/2} a^{1/2} \alpha_0 \hbar \Omega_2 / 256 l^{7/2}, \quad (28)$$

$$U(l) = -\frac{3\hbar a \tau_2 \alpha_0}{4l^4} \ln\left(\frac{\nu_2 l}{3.5\pi a \tau_2}\right), \quad (29)$$

$$U(l) = -3\hbar c \alpha_0 / 8\pi l^4, \quad (30)$$

$$U(l) = -a_0 T / 4l^3, \quad a \tau_2 / 2l \gg 1. \quad (31)$$

Выражение (31), вообще говоря, относится и к сильно полярному диэлектрическому слою.

4. По сравнению с хорошо известной задачей о ван-дер-ваальсовом взаимодействии толстых пластин [4, 5] для рассмотренных выше вопросов специфичны зависимость характерной частоты от расстояния  $\bar{\omega} = \bar{\omega}(l)$  и большая величина диэлектрической проницаемости металла  $\epsilon_m(i\bar{\omega}) \sim \sim l/a \gg 1$ . Эти факторы существенно сказываются и на величине интервалов расстояний, к которым относятся полученные степенные зависимости  $\Delta F_S(l)$ . Для краткости ограничимся рассмотрением двух одинаковых тонких слоев металла ( $a=b$ ,  $\epsilon_3=\epsilon_4$ ) в однородной диэлектрической жидкости. Здесь важны следующие характерные частоты:

$$\frac{2\pi T}{\hbar}, \quad \frac{c}{\epsilon_3^{1/2}(i\bar{\omega}(l))l}, \quad \frac{c}{\epsilon_{30}^{1/2}l}, \quad \bar{\omega}(l) = \min\left\{\left(\frac{a}{l}\right)^{1/2} \frac{\Omega}{\epsilon_{30}^{1/2}}, \quad \frac{a\Omega^2}{\nu\epsilon_{30}l}\right\}. \quad (32)$$

Первая из них характеризует влияние тепловых электромагнитных флуктуаций. Вторая и третья связаны с учетом запаздывания; в силу условия  $\epsilon_3(i\bar{\omega}) \approx \Omega^2/\bar{\omega}(\bar{\omega}+\nu) \gg \epsilon_{30}$  вторая и третья частоты в (32) могут заметно различаться. Далее частота  $\bar{\omega}(l)$  характеризует существенный в рассматриваемой задаче спектр двумерных плазменных возбуждений в слое металла в области значений  $k \sim l^{-1} \ll a^{-1}$  для двумерного волнового вектора. В случае  $\bar{\omega} \ll \nu$  речь идет, разумеется, о сильно затухающих возбуждениях.

Запаздыванием и влиянием тепловых эффектов во взаимодействии тонких слоев металла можно пренебречь при условии

$$\frac{c}{\epsilon_3^{1/2}(i\bar{\omega}(l))l} \gg \bar{\omega}(l) \gg \frac{2\pi T}{\hbar}. \quad (33)$$

Здесь весьма существенна зависимость частоты  $\bar{\omega}$  от расстояния  $l$ . Учет данной зависимости приводит к следующим условиям применимости выражения (16) (для которого  $\bar{\omega} \gg \nu$ ):

$$a \ll l \ll \frac{a\Omega^2}{\nu^2\epsilon_{30}}, \quad \frac{c}{\Omega}, \quad \left(\frac{\hbar\Omega}{2\pi T}\right)^2 \frac{a}{\epsilon_{30}}. \quad (34)$$

Для результата (21) имеем  $\bar{\omega} \ll \nu$ , и из (33) получаем следующие условия его применимости ( $4\pi\sigma \equiv \Omega^2/\nu$ ):

$$a, \quad \frac{a\Omega^2}{\nu^2\epsilon_{30}} \ll l \ll \left(\frac{c\epsilon_{30}^{1/2}}{4\pi\sigma a}\right)^2 a, \quad \frac{\hbar a\Omega^2}{2\pi\nu\epsilon_{30}T}. \quad (35)$$

Условие (35) является значительно более жестким, чем (34), но все же может быть удовлетворено. Для выполнения (35), в частности, должно быть  $(c\epsilon_{30}^{1/2}/4\pi\sigma a)^2 \gg 10$ , откуда вытекает ограничение на величину проводимости  $\sigma \ll 3 \cdot 10^4 \epsilon_{30}^{1/2} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ .

Влияние запаздывания становится заметным, если  $l \geq c/\Omega$  в случае  $\bar{\omega} \gg \nu$  (ср. (34)) или  $l \geq (c\epsilon_{30}^{1/2}/4\pi\sigma a)^2 a$  в случае  $\bar{\omega} \ll \nu$  (ср. (35)). Однако для того чтобы металлические слои можно было рассматривать как идеально проводящие, а тепловыми эффектами по-прежнему можно было пренебречь, должны выполняться условия

$$\bar{\omega}(l) \gg c/\epsilon_{30}^{1/2}l \gg 2\pi T/\hbar. \quad (36)$$

Отсюда и из (32) находим, что соотношение (12) применимо только в случае  $\sigma \gg c\epsilon_{30}^{1/2}/4\pi a$  в области расстояний

$$a, \frac{c^2}{a\Omega^2} \ll l \ll \frac{c\hbar}{2\pi T \epsilon_{30}^{1/2}}. \quad (37)$$

При условии же  $\rho \geq 10^{-5}$  Ом·см ( $a/\epsilon_{30}^{1/2} \cdot 3 \cdot 10^{-8}$  см) ( $\rho$  — удельное сопротивление) приближение идеально проводящих тонких слоев оказывается неприменимым ни при каких значениях  $l$ . При этом запаздывание следует учитывать (если оно существенно) обязательно совместно с низкочастотной дисперсией диэлектрических проницаемостей тонких металлических слоев.

В случае

$$\frac{2\pi T}{\hbar} \gg \min \left\{ \tilde{\omega}(l), \frac{c}{\epsilon_{30}^{1/2} l} \right\} \quad (38)$$

взаимодействие формируют в основном тепловые электромагнитные флуктуации. С учетом (32) неравенства (38) приводят к одному из соотношений

$$a, \left( \frac{\hbar\Omega}{2\pi T} \right)^2 \frac{a}{\epsilon_{30}} \ll l \ll \frac{c^2}{a\Omega^2}, \frac{a\Omega^2}{\epsilon_{30}v^2}; \quad (39)$$

$$l \gg \frac{2a\sigma\hbar}{\epsilon_{30}T}, \frac{a\Omega^2}{\epsilon_{30}v^2}, a \quad (40)$$

при одновременном с (40) выполнении условия  $\sigma \ll c\epsilon_{30}^{1/2}/4\pi a$ ;

$$l \gg \frac{c\hbar}{2\pi\epsilon_{30}^{1/2}T}, \frac{c^2}{a\Omega^2}, a, \quad (41)$$

если одновременно с (41) имеем  $\sigma \gg c\epsilon_{30}^{1/2}/4\pi a$ .

Я благодарен В. Л. Гинзбургу, Е. И. Кацу и Л. П. Питаевскому за полезное обсуждение вопросов, рассмотренных в данной статье.

#### Л и т е р а т у р а

- [1] Бараш Ю. С., Гинзбург В. Л. УФН, 1975, т. 116, № 1, с. 5—40.
- [2] Бараш Ю. С., Гинзбург В. Л. УФН, 1984, т. 143, № 3, с. 345—389.
- [3] Бараш Ю. С. Письма в ЖЭТФ, 1987, т. 45, № 6, с. 294—296.
- [4] Лифшиц Е. М. ЖЭТФ, 1955, т. 29, № 1, с. 94—112.
- [5] Дзялошинский И. Е., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. УФН, 1961, т. 73, № 3, с. 381—422.
- [6] Келдыш Л. В. Письма в ЖЭТФ, 1979, т. 29, № 11, с. 716—719.
- [7] Келдыш Л. В. Письма в ЖЭТФ, 1979, т. 30, № 4, с. 244—248.
- [8] Tan S. L., Anderson P. W. Chem. Phys. Lett., 1983, vol. 97, N 1, p. 23—25.

Физический институт  
им. П. Н. Лебедева АН СССР  
Москва

Поступило в Редакцию  
29 марта 1988 г.