

УДК 538.22+537.312.62

ЭКРАНИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В СВЕРХПРОВОДНИКАХ

А. А. Мацуцин

На основе уравнения Максвелла рассмотрен эффект экранирования электромагнитных взаимодействий в массивных сверхпроводниках. Приведены выражения для энергии взаимодействия и меиснеровских токов.

Вскоре после открытия в тройных соединениях фазы сосуществования магнитного дальнего порядка и сверхпроводимости в работах [1-3] были выяснены различные стороны возникновения новой фазы, а также особенности ее структуры. Принципиальную сторону этих работ составляет всестороннее исследование взаимности антагонизма сверхпроводимости и ферромагнетизма. Последнее в свою очередь связано с тем, что основные механизмы взаимодействия, ответственные за появление новой фазы, — обменный и электромагнитный — модифицируются под влиянием сверхпроводимости. Обменное взаимодействие претерпевает изменения из-за появления сверхпроводящей щели на поверхности Ферми и соответствующего уменьшения парамагнитной восприимчивости на малых волновых векторах [4]. Электромагнитные взаимодействия также видоизменяются [5-7], и этот эффект определяет подавление температуры перехода T_M и магнитной энергии в магнитных сверхпроводниках. Однако последовательного рассмотрения эффекта экранирования электромагнитных взаимодействий в настоящее время не имеется.

В данной работе в координатном виде проведено рассмотрение того, каким образом под влиянием меиснеровских токов происходит компенсация электромагнитных взаимодействий для двух предельных случаев сверхпроводимости: лондоновского и пиппардовского. Помимо энергии также приведены оценки экранирующих токов. Показано, что для всего температурного интервала, начиная с самых малых расстояний между моментами, электромагнитные взаимодействия монотонно экранируются. С ростом расстояния экранирование также монотонно возрастает и определяется параметрами λ_L для лондоновских и $(\lambda_L^2 \xi_0)^{1/2}$ для пиппардовских сверхпроводников.

1. Энергия взаимодействия и экранирующие токи

Для нахождения энергии электромагнитных взаимодействий в массивных сверхпроводниках найдем индукцию, создаваемую магнитным моментом в точке пространства, где локализован другой магнитный момент. Для этого запишем уравнение Максвелла для массивного сверхпроводника

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \frac{4\pi}{c} (\nabla \times \mathbf{M} + \mathbf{j}_s), \quad (1)$$

\mathbf{A} — вектор-потенциал магнитной индукции \mathbf{B} ; \mathbf{M} — плотность магнитных моментов; \mathbf{j}_s — плотность сверхпроводящих токов

$$\mathbf{j}_s(\mathbf{r}) = -\int Q(r - \mathbf{r}') \mathbf{A}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}', \quad (2)$$

$Q(\mathbf{r})$ — электромагнитное ядро, которое будет определено ниже.

Выберем для вектор-потенциала лондоновскую калибровку

$$(\nabla, \mathbf{A}) = 0 \quad (3)$$

и перейдем в уравнениях (1)–(3) к Фурье-компонентам соответствующих величин

$$-\mathbf{k} \times \mathbf{k} \times \mathbf{A}_\mathbf{k} = \frac{4\pi}{c} [i\mathbf{k} \times \mathbf{M}_\mathbf{k} - Q(k) \mathbf{A}_\mathbf{k}], \quad (4)$$

$$\mathbf{j}_s(\mathbf{k}) = -Q(k) \mathbf{A}_\mathbf{k}, \quad (\mathbf{k}, \mathbf{A}_\mathbf{k}) = 0, \quad (5)-(6)$$

откуда

$$\mathbf{A}_\mathbf{k} = \frac{4\pi}{c} \frac{i\mathbf{k} \times \mathbf{M}_\mathbf{k}}{k^2 + (4\pi/c) Q(k)}, \quad (7)$$

$$B_k = \frac{4\pi}{c} \frac{k^2 \mathbf{M}_\mathbf{k} - k(\mathbf{k}, \mathbf{M}_\mathbf{k})}{k^2 + (4\pi/c) Q(k)}. \quad (8)$$

В модели локализованных моментов

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}) = g\mu_B \mathbf{S}(\mathbf{r}), \quad \mathbf{S}(\mathbf{r}) = \sum_m \mathbf{S}_m \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_m), \quad (9)$$

где \mathbf{S}_m — величина спинового момента, находящегося в точке пространства \mathbf{r}_m ; g , μ_B , $\delta(\mathbf{r})$ — g -фактор, магнетон Бора и дельта-функция. Отсюда энергия взаимодействия магнитных моментов, находящихся в точках пространства \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 , в присутствии мейсснеровских токов запишется в виде

$$U(r) = \frac{1}{2} \left(\frac{g\mu_B}{\pi} \right)^2 \int \frac{k^2 (\mathbf{S}_1 \mathbf{S}_2) - (\mathbf{k} \mathbf{S}_1)(\mathbf{k} \mathbf{S}_2)}{k^2 + (4\pi/c) Q(k)} \exp(i\mathbf{k}r) d\mathbf{k}, \quad (10)$$

где $r = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ — расстояние между моментами \mathbf{S}_1 и \mathbf{S}_2 .

Перепишем это соотношение, используя оператор набла

$$U(r) = \frac{1}{2} \left(\frac{g\mu_B}{\pi} \right)^2 [\nabla^2 (\mathbf{S}_1 \mathbf{S}_2) - (\mathbf{S}_1 \nabla)(\mathbf{S}_2 \nabla)] f(r),$$

$$f(r) = \int \frac{\exp(i\mathbf{k}r) d\mathbf{k}}{k^2 + (4\pi/c) Q(k)}. \quad (11)$$

После интегрирования по углам

$$f(r) = \frac{4\pi}{c} Y(r), \quad Y(r) = \int_0^\infty \frac{k \sin(kr) dk}{k^2 + (4\pi/c) Q(k)}. \quad (12)$$

В нормальном состоянии $Q(k) = 0$, $Y(r) = \pi/2$, и мы приходим к обычному магнитодипольному взаимодействию

$$U(r) = (g\mu_B)^2 \left[(\mathbf{S}_1 \mathbf{S}_2) - \frac{(\mathbf{r} \mathbf{S}_1)(\mathbf{r} \mathbf{S}_2)}{r^2} \right] r^{-3}. \quad (13)$$

В сверхпроводящем состоянии электромагнитное ядро в приближении БКШ имеет вид [8]

$$Q(k) = \frac{3\pi T n e^2}{4mc} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\Delta^2}{\sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2}} \int_{-1}^{+1} \frac{(1-y^2) dy}{\omega_n^2 + \Delta^2 + (\hbar v_F k y / 2)}, \quad (14)$$

здесь e , m — заряд и масса электрона; n — плотность электронов; v_F — их скорость на поверхности Ферми; Δ — параметр порядка; суммирование ведется по нечетным мацубаровским частотам $\omega_n = (2n+1)\pi T$.

Перейдем в уравнениях (11), (14) к безразмерной переменной $x = kr$, выделим параметр экранирования r/λ_L (здесь $\lambda_L = (mc^2/4\pi ne^2)^{1/2}$ — лондоновская глубина проникновения магнитного поля) и корреляционный радиус электронов $\xi_0 = \hbar v_F / \pi \Delta$. Тогда после интегрирования в (14) ядро переписывается в виде

$$Q(Cx) = \lambda_L^2 g(Cx),$$

$$g(Cx) = \frac{3}{2} \pi T \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\Delta^2}{v \omega_n^2 + \Delta^2} \times$$

$$\times \left[\left(Cx \frac{\arctg(Cx/\sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2})}{\sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2}} - (Cx)^{-2} + \sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2} (Cx)^{-3} \arctg(Cx/\sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2}) \right) \right],$$

$$C = (\xi_0/r) \pi \Delta, 2 = x^{-1} (r/\lambda_L)^{-1} \pi \Delta/2, \quad z = \lambda_L/\xi_0. \quad (15)$$

Прежде чем перейти к анализу эффекта экранирования, найдем общее выражение для мейсснеровских токов. Для этого перейдем в уравнении (2) к интегралу Фурье и преобразуем его с учетом (5) и (7)

$$\mathbf{j}_s(\mathbf{r}) = -\frac{4\pi}{c} \int i\mathbf{k} \times \mathbf{M}_\mathbf{k} \frac{Q(k) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) d\mathbf{k}}{k^2 + (4\pi/c) Q(k)}. \quad (16)$$

Используя известные формулы векторного анализа и проводя аналогичное (11) интегрирование, получим

$$\mathbf{j}_s(\mathbf{r}) = -\frac{(4\pi)^2}{c} \nabla \times \mathbf{M}_\mathbf{k} J(r)/r, \quad (17)$$

$$J(r) = \int_0^\infty \frac{Q(k) \sin(kr) dk}{k^2 + (4\pi/c) Q(k)}, \quad (18)$$

откуда, в частности, видно, что в нормальном состоянии мейсснеровские токи не индуцируются.

Ниже проводится анализ экранирования для различных предельных случаев, а также приведены результаты численного решения.

2. Лондоновские сверхпроводники ($\lambda_L \gg \xi_0$).

а) Случай малых расстояний между моментами ($r \ll \xi_0$). В этом случае ввиду малости параметра экранирования r/λ_L область, существенная в интегралах (12) и (18) $x \gg (r/\lambda_L)$, достаточно мала. В этой области

$$Cx \gg (\xi_0/\lambda_L) \ll 1, \quad g(Cx) \simeq 3/2, \quad (19)$$

$$Y(r) \simeq \frac{\pi}{2} \exp\left[-\frac{3}{2}(r/\lambda_L)\right], \quad (20)$$

так что для энергии получаем следующий результат:

$$U(r) = (g^{\mu_B})^2 \left\{ [(r/\lambda_L)^2 + (n/\lambda_L) + 1] (\mathbf{S}_1 \mathbf{S}_2) - \frac{[(r/\lambda_L)^2 + 3(r/\lambda_L) + 3] (\mathbf{r} \mathbf{S}_1) (\mathbf{r} \mathbf{S}_2)}{r^2} \right\} r^{-3} \exp[-(r/\lambda_L)]. \quad (21)$$

Соответственно для экранирующего тока

$$J(r) = \frac{c}{8\lambda_L} \exp(-r/\lambda_L), \quad (22)$$

$$\mathbf{j}_s(\mathbf{r}) = (2\pi/\lambda_L)^2 \exp(-r/\lambda_L) \left(\frac{1}{r^3} + \frac{1}{\lambda_L r^2} \right) \mathbf{r} \times \mathbf{M}_\mathbf{k}. \quad (23)$$

3) Случай больших расстояний между моментами ($r \gg \lambda_L$). Область, существенная в интегралах (12), (18), в этом случае велика: $x \sim (r/\lambda_L) \gg 1$, однако в силу малости $Cx \sim (\xi_0/\lambda_L) \ll 1$ мы по-прежнему возвращаемся к оценкам (19)—(21). Итак, в лондоновском случае имеет место монотонное экранирование на любых расстояниях между моментами. Область, где экранирование оказывается существенным, определяется лондоновской глубиной проникновения магнитного поля. Точные выражения для энергии и мейсснеровских токов даются соотношениями (21) и (23).

3. Пиппардовские сверхпроводники ($\xi_0 \gg \lambda_L$).

а) Малые расстояния между моментами ($r \ll \lambda_L$). Ввиду малости параметра экранирования ($r/\lambda_L) \ll 1$ область, существенная в интегралах (12), (18) $x \geq (r/\lambda_L)$, мала; при этом $C_x \sim (\xi_0/\lambda_L) \gg 1$,

$$g(Cx) \simeq \frac{\varepsilon^3}{x}, \quad \varepsilon = r[(3\pi \text{th } \Delta/2T)/4\lambda_L^2 \xi_0]^{1/2}. \quad (24)$$

Соответствующие оценки для интегралов (12), (18) суть

$$Y(r) = \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} \varepsilon + O(\varepsilon^3), \quad (25)$$

$$J(r) \simeq \frac{c\pi^{-3/2}}{8\sqrt{3}} \frac{r}{(\lambda_L^2 \xi_0)} (\text{const} - \ln \varepsilon), \quad (26)$$

$$\text{const} = \left[\psi(1) + \psi\left(\frac{1}{3}\right) + \psi\left(\frac{1}{2}\right) + \psi\left(\frac{5}{6}\right) + \psi\left(\frac{7}{6}\right) + \psi\left(\frac{2}{3}\right) \right] / 6 + \ln 6,$$

где $\psi(x)$ — дигамма-функция. Приближение (25) вплоть до членов третьего порядка по ε не вносит никаких поправок в выражение для энергии взаимодействий по сравнению со случаем нормальной системы (13), однако при этом присутствуют слабые экранирующие токи

$$j_s(\mathbf{r}) \simeq 2 \sqrt{\frac{\pi}{3}} (\lambda_L^2 \xi_0)^{-1} \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{M}_k}{r^2}. \quad (27)$$

б) Большие расстояния между моментами ($r \gg \xi_0$). Область, существенная в интегралах (12), (18) $x \sim r/\lambda_L$, велика, однако, поскольку основной вклад в этой области порождается от наименьших значений ядра (его хвостовой части), мы вправе воспользоваться снова асимптотикой (24), (27). Итак, в пиппардовском случае также имеет место монотонное экранирование; оно становится заметным на расстояниях $\sim (\lambda_L^2 \xi_0)^{1/2}$.

Общая картина экранировки электромагнитных взаимодействий отражена численными кривыми (рис. 1, 2).

4. Обсуждение результатов

1) Как видно из рис. 1, имеет место уменьшение энергии электромагнитных взаимодействий при переходе в сверхпроводящее состояние, что непосредственно вытекает из факта компенсации магнитных полей взаимодействующих моментов мейсснеровскими токами.

2) Характер экранирования одинаков в обоих типах сверхпроводников; отличие состоит в том, что для лондоновских сверхпроводников эффект экранировки начинает проявляться на гораздо меньших расстояниях, чем для пиппардовских сверхпроводников. Это связано с тем, что корреляционный радиус электронов ξ_0 в лондоновских сверхпроводниках мал. Но этот параметр определяет «жесткость» сверхпроводящей системы на внешнее воздействие (в нашем случае — магнитное поле взаимодействующих моментов), и в лондоновском случае куперовские пары легко разрушаемы. Тогда в силу принципа Ле-Шателье сверхпроводящая система

должна оказывать и более сильное воздействие на причину, стремящуюся ее разрушить. Активно противоборствуя магнитному полю, куперовские пары не разрушаются, но приобретают значительный импульс центра масс, возникает мейсснеровский ток, а с ним и компенсирующее магнитное поле. В пиппардовских сверхпроводниках корреляционный радиус электронов велик, а значит, и велика «жесткость» системы на внешнее воздействие. Магнитные поля взаимодействующих моментов оказываются малочувствительными для куперовских пар, соответственно и компенсирующая реакция сверхпроводимости в этом случае мала (рис. 1, 2, малые значения параметра Гинзбурга—Ландау).

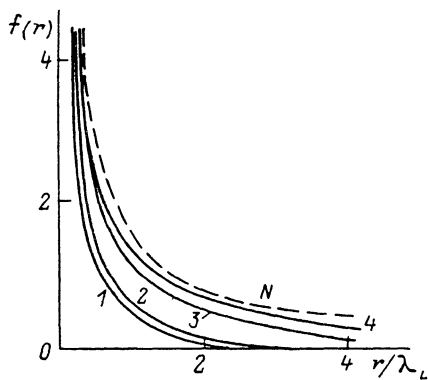


Рис. 1. Результаты численного решения для функции $f(r)$.

Температура перехода T_c положена равной 6 К, асимптотика параметра порядка вблизи $T=0$ выбрана в приближении БКШ, $T/T_c=0.05$. Параметр Гинзбурга—Ландау: 1 — 10^3 , 2 — $1/\sqrt{2}$, 3 — $3 \cdot 10^{-3}$, 4 — $3 \cdot 10^{-4}$. Штриховая кривая отвечает нормальному состоянию.

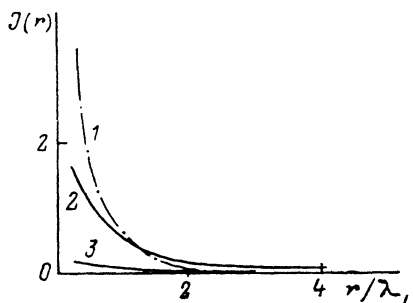


Рис. 2. Численные кривые для токового интеграла $J(r)$.

$T/T_c=0.05$. Параметр Гинзбурга—Ландау: 1 — 10^3 , 2 — $1/\sqrt{2}$, 3 — $7 \cdot 10^{-2}$.

Отметим также, что степень экранирования для обоих типов сверхпроводимости с понижением температуры возрастает, что непосредственно вытекает из факта возрастания сверхпроводящей щели в спектре возбуждений, соответствующего уменьшения корреляционного радиуса электронов, а с ним и возрастающей компенсаторной реакции сверхпроводника.

В заключение автор выражает глубокую признательность Л. Н. Булаевскому за предоставление темы и помощь в работе.

Л и т е р а т у р а

- [1] *Bulaevskii L. N., Buzdin A. I., Panjukov S. V.* Sol. St. Commun., 1982, vol. 43, N 2, p. 135—139.
- [2] *Bulaevskii L. N., Panjukov S. V., Buzdin A. I., Kulic M. L.* J. Low Temp. Phys., 1985, vol. 59, N 5 (6), p. 487—508.
- [3] *Буддин А. И., Булаевский Л. Н., Панюков С. В.* ЖЭТФ, 1984, т. 87, № 1 (7), с. 299—309.
- [4] *Fulde P., Keller J.* In: Superconductivity in Ternary Compounds. II / Eds. Ö. Fisher, M. B. Maple. Berlin; Heidelberg; New York: Springer—Verlag, 1982, p. 249—294.
- [5] *Blount E. I., Varma C. M.* Phys. Rev. Lett., 1979, vol. 42, N 16, p. 1079—1082.
- [6] *Ferrel R. A., Bhattacharjee J. K., Bagchi A.* Phys. Rev. Lett., 1979, vol. 43, N 3, p. 154—157.
- [7] *Matsumoto H., Umezawa H., Tachiki M.* Sol. St. Commun., 1979, vol. 31, N 3, p. 157—161.
- [8] *Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.* Статистическая физика. М.: Наука, 1978, ч. II. 448 с.