

ЭМИССИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ФОНОНОВ ДВУМЕРНЫМИ ЭЛЕКТРОНАМИ

Ф. Т. Васью

Проведен расчет темпа генерации акустических фононов горячими двумерными (2Д-) электронами, дрейфующими в постоянном электрическом поле. Рассматривается деформационное взаимодействие 2Д-электронов с объемными колебаниями решетки.

Распределение неравновесных фононов анизотропно (зависит от углов \hat{q} , \hat{n} и \hat{q} , v_{dr} , \hat{q} — волновой вектор фонона, \hat{n} — нормаль к 2Д-слою, v_{dr} — дрейфовая скорость), энергия их определяется температурой 2Д-электронов. Такое вычисление угловой и энергетической зависимости неравновесного фононного распределения представляет интерес для акустической диагностики 2Д-электронов.

1. Горячие 2Д-электроны в МДП структурах, селективно легированных гетеропереходах, или квантовых ямах испускают акустические фононы. Этот процесс определяет темп остывания электронов при низких температурах,¹ а характер эмиссии акустических фононов зависит от распределения горячих 2Д-электронов. Такая эмиссия наблюдалась недавно на гетероструктурах [1] и инверсионных слоях Si [2] при разогреве 2Д-носителей (электронов и дырок) постоянным электрическим полем. Отмечалась также возможность таких экспериментов при оптической накачке носителей в квантовых ямах [3] (сопоставление характеристик неравновесных распределений 2Д-электронов при оптической накачке и разогреве проведено в [4]). Исследование распределения фононов может представлять интерес для акустической диагностики 2Д-электронов (а также полупроводниковых устройств, использующих эффекты разогрева), но требует теоретического описания более детально, чем использованные в [1-3] порядковые оценки и уравнения баланса. Здесь на основе уравнения для матрицы плотности неравновесных акустических фононов $\langle b_q^+ b_{q'} \rangle$ построена кинетическая теория, описывающая эмиссию акустических фононов неравновесными 2Д-электронами.

Особенности взаимодействия 2Д-электронов с объемными колебаниями решетки (механические свойства материалов считаем близкими и не рассматриваем вклада поверхностных фононных мод) связаны с отсутствием закона сохранения импульса поперек 2Д-слоя, так что, несмотря на рассмотрение лишь длинноволновых колебаний в исходных формулах, необходимо учитывать волновые векторы порядка $2\pi/d$, d — толщина 2Д-слоя. Матрица плотности $\langle b_q^+ b_{q'} \rangle$ оказывается недиагональной в перпендикулярном 2Д-слою направлении, и квантовое кинетическое уравнение для нее, получаемое при обычной процедуре обрыва цепочки уравнений (см. вывод [5]), имеет вид

$$i(\omega_q - \omega_{q'}) \langle b_q^+ b_{q'} \rangle = I(q, q') + \mathcal{J}_{ph, e}(q, q') + \mathcal{J}_r. \quad (1)$$

¹ При высоких температурах или в сильных электрических полях основной вклад в темп остывания дают оптические фононы, которые можно описать аналогичными уравнениями. Однако из-за малой групповой скорости и быстрой релаксации оптических фононов их эмиссия из 2Д-слоя неэффективна.

Здесь $\omega_q = sq$, s — скорость звука, а темп генерации фононов дается выражением

$$I(\mathbf{q}, \mathbf{q}') = \frac{i}{\hbar} \sum_{\alpha\beta} f_{\alpha}(1 - f_{\beta}) \frac{\chi_{\mathbf{q}}(\alpha, \beta) \chi_{\mathbf{q}'}(\alpha, \beta)^*}{\hbar\omega_{\mathbf{q}} + \varepsilon_{\beta} - \varepsilon_{\alpha} + i\lambda} + (\text{к. с. } \mathbf{q} \leftrightarrow \mathbf{q}'), \quad (2)$$

в котором f_{α} — стационарное распределение электронов по состояниям $|\alpha\rangle$ с энергией ε_{α} , $\lambda \rightarrow +0$, $\chi_{\mathbf{q}}(\alpha, \beta)$ — матричный элемент перехода между состояниями $|\alpha\rangle$ и $|\beta\rangle$ с участием \mathbf{q} -й фононной моды. Аналогичное (2) выражение для $\mathcal{J}_{ph,e}$ описывает релаксацию фононов на 2Д-электронах, а \mathcal{J}_R — иные механизмы релаксации, определяющие затухание акустических колебаний вне 2Д-слоя. Рассматриваем здесь лишь переходы между размерно-квантованными уровнями (описываемыми квантовыми числами n, \mathbf{p} ; n — номер уровня, \mathbf{p} — 2Д-импульс) за счет деформационного взаимодействия с продольными акустическими фононами (C_q — соответствующий матричный элемент), когда

$$\chi_{\mathbf{q}}(n\mathbf{p}, n'\mathbf{p}') = C_q \delta_{\mathbf{p}, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{q}} (n | e^{i\mathbf{q}z} | n'), \quad \mathbf{q} = (\mathbf{q}_{\parallel}, q_{\perp}). \quad (3)$$

Входящий в (3) матричный элемент $(n | e^{i\mathbf{q}z} | n')$ заменяется на $\delta'_{nn'}$ для длинноволнового предела $qd \ll 1$, а в общем случае зависит от условий локализации электронов в 2Д-канале и вычисляется в связи с расчетами подвижности (см., например, [6]).

2. Рассматривая трансляционно-инвариантное в плоскости 2Д-слоя электронное распределение, удобно описывать излучаемые фононы с помощью вигнеровской плотности

$$N_{\mathbf{q}_{\parallel}}(q_{\perp}, z) = \sum_Q e^{iQz} \langle b_{\mathbf{q}_{\parallel}q_{\perp}+Q/2}^{\dagger} b_{\mathbf{q}_{\parallel}q_{\perp}-Q/2} \rangle, \quad q_{\perp} = \frac{q_x + q'_x}{2}, \quad Q = q_x - q'_x. \quad (4)$$

Эмиссия акустических фононов неравновесными 2Д-электронами, расположенными у плоскости $z=0$, описывается распределением $N_{\mathbf{q}_{\parallel}}(q_{\perp}, z)$ на больших расстояниях, где уравнение (1) преобразуется в вигнеровском представлении к виду

$$v_{\perp} \frac{\partial N_{\mathbf{q}_{\parallel}}(q_{\perp}, z)}{\partial z} = \mathcal{J}_R, \quad v_{\perp} = \frac{\partial \omega_{\mathbf{q}}}{\partial q_{\perp}}. \quad (5)$$

Такое уравнение следует дополнить граничным условием

$$v_{\perp} N_{\mathbf{q}_{\parallel}}(q_{\perp}, z) \Big|_{z=-d/2}^{z=d/2} = I_{\mathbf{q}_{\parallel}}(q_{\perp}), \quad d \rightarrow 0, \quad (6)$$

получаемым интегрированием точного вигнеровского кинетического уравнения через 2Д-слой и содержащим скорость генерации фононов $I_{\mathbf{q}_{\parallel}}(q_{\perp})$. Явное выражение для этой скорости

$$I_{\mathbf{q}_{\parallel}}(q_{\perp}) = \frac{4\pi}{\hbar} |C_q|^2 \sum_{n_1, n_2} |(n_1 | e^{i\mathbf{q}_{\perp}z} | n_2)|^2 \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^2} f_{n,\mathbf{p}} (1 - f_{n,\mathbf{p}-\hbar\mathbf{q}_{\parallel}}) \times \\ \times \delta(\hbar\omega_{\mathbf{q}} - \varepsilon_{n,\mathbf{p}} - \varepsilon_{n,\mathbf{p}-\hbar\mathbf{q}_{\parallel}}), \quad (7)$$

записанное для переходов между размерно-квантованными состояниями $|n\mathbf{p}\rangle$, соответствует «золотому правилу» квантовой механики.

Проведенное описание эмиссии фононов пригодно, если их поперечный волновой вектор удовлетворяет условиям ($l_{ph,e}$ — длина релаксации фонона при рассеянии на 2Д-электронах)

$$z \gg q_{\perp}^{-1}, \quad l_{ph,e} \gg q_{\perp}^{-1}. \quad (8)$$

Правое неравенство (исключающее из рассмотрения моды, распространяющиеся вдоль 2Д-слоя) обусловлено пренебрежением $\mathcal{J}_{ph,e}$ в (5), а левое выполнено при регистрации фононов в дальней зоне. Если к тому же

z меньше длины релаксации фононов в объеме (определяемой l_R), то фононное распределение однородно $N_{q_{\parallel}}(q_{\perp}) = I_{q_{\parallel}}(q_{\perp})/v_{\perp}$, а его угловая диаграмма определяется выражением (7) (некоторые численные результаты для (7) приведены в [2]). Ниже обсужден ряд особенностей (7) (учет переходов между подзонами, анизотропия угловой диаграммы, обусловленная дрейфом), но детального анализа экспериментов [1, 2] не проведено. Связано это не с упрощениями используемой здесь модели (3) (необходимый для описания [2] учет кристаллической анизотропии легко выполняется), а с неопределенностью геометрии экспериментов. Дело в том, что при учете плавной на расстояниях $\sim q_{\parallel}^{-1}$ неоднородности задачи в плоскости 2Д-слоя (x — координата в этой плоскости) можно ввести вигнеровское распределение $N_{q_{\parallel}x}(q_{\perp}, z)$, удовлетворяющее системе (5)–(7), причем (7) содержит неоднородные электронные распределения f_{npk} , а в левой части (5) возникнет $(\nabla_q \omega_q) \cdot \nabla_r N_{q_{\parallel}x}(q_{\perp}z)$. Но если на эксперименте такая неоднородность по 2Д-слою имеется (или размеры 2Д-структуры меньше расстояния до точки наблюдения), то результат будет определяться ее геометрией и должен получаться для конкретной ситуации.

3. Зависимость скорости эмиссии фононов от их энергии и угловое распределение (7) приведем для случая смещенного равновесного распределения 2Д-электронов (вырожденных и невырожденных), характеризуемого температурой T_e и дрейфовой скоростью v_{dr} . Пренебрегая анизотропией электронного распределения, получаем зависящую лишь от частоты фонона ω и угла $\hat{q}, \mathbf{n} = \vartheta$ скорость эмиссии

$$I(\omega, \theta) = \frac{s}{2 \sin \theta} \sum_{n_1, n_2} |(n_1 | e^{iq_{\perp}z} | n_2)|^2 \psi(\epsilon_m), \quad (9)$$

$$\psi(\epsilon_m) = \int_{\epsilon_m}^{\infty} d\epsilon \frac{f(\epsilon) [1 - f(\epsilon - \hbar\omega)]}{\sqrt{1 - \epsilon_m/\epsilon}} \frac{\hbar}{\epsilon^2 \tau_{da}(\epsilon)},$$

где $\tau_{da}(\epsilon)$ — объемное время релаксации импульса электрона с энергией ϵ на равномерно распределенных акустических фононах [7], а энергия обрезания ϵ_m , возникающая при интегрировании по углам из-за закона сохранения энергии, определена соотношением

$$2(\hbar\omega \sin \theta)^2 \epsilon_m = ms^2 \left[\hbar\omega \left(1 + \frac{\hbar\omega}{2ms^2} \sin^2 \theta \right) + \epsilon_n - \epsilon_{n'} \right]. \quad (10)$$

Выше использован также параболический закон дисперсии 2Д-электрона в размерно-квантованных подзонах $\epsilon_{np} = \epsilon_n + p^2/2m$.

Для $\hbar\omega > T_e$ (низкие температуры и слабый разогрев 2Д-электронов) (9) слабо зависит от электрического поля и близка к равновесному значению. В области $\hbar\omega < T_e$ для вырожденных электронов скорость эмиссии изменяется с T_e линейно (пока $\epsilon_m < \epsilon_F$), а ее зависимость от ω отсутствует, так что в случае внутриподзонных переходов (когда энергия Ферми $\epsilon_F < \epsilon_{21} \equiv \epsilon_2 - \epsilon_1$) из (9) получим

$$I_F(\theta) \approx \frac{s}{2 \sin \theta} |(1 | e^{iq_{\perp}z} | 1)|^2 \frac{T_e \hbar}{\epsilon_F^2 \tau_{da}(\epsilon_F)}. \quad (11)$$

При нормальной 2Д-слою эмиссии ($\theta \rightarrow 0$) растет ϵ_m и (9) экспоненциально обращается в нуль; для описания этой области надо умножить (11) на фактор

$$\sqrt{\frac{\epsilon_F}{T_e}} \psi\left(\frac{\epsilon_m - \epsilon_F}{T_e}\right), \quad \psi(x) = \int_x^{\infty} \frac{dt}{\sqrt{t-x}} \frac{e^t}{(e^t + 1)^2}, \quad (12)$$

график $\psi(x)$ (ее асимптотики $\psi(x) \approx |x|^{-1/2}$, $x \rightarrow -\infty$ и $\psi(x) \approx \sqrt{\pi} e^{-x}$, $x \rightarrow +\infty$) приведен на рисунке. Учет переходов между подзонами (необ-

ходимый для $\varepsilon_F > \varepsilon_{21}$) приводит к дополнительному вкладу в скорость эмиссии

$$I_{\text{inter}}(\omega, \theta) = \frac{s}{2 \sin \theta} \left| \langle 1 | e^{iq_{\perp} z} | 2 \rangle \right|^2 \left\{ \frac{\sqrt{T_e} \hbar}{\varepsilon_F^{3/2} \tau_{da}(\varepsilon_F)} \psi \left(\frac{\varepsilon_m - \varepsilon_F}{T_e} \right) + \frac{\sqrt{T_e} \hbar}{\varepsilon_F^{3/2} \tau_{da}(\bar{\varepsilon}_F)} \psi \left(\frac{\bar{\varepsilon}_m - \varepsilon_F}{T_e} \right) \right\}, \quad (13)$$

где $\bar{\varepsilon}_F = \varepsilon_F - \varepsilon_{21}$, а $\bar{\varepsilon}_m$ теперь определяется (10) с правой частью $ms^2\varepsilon_{21}$. Вклад этого слагаемого объясняет наблюдавшееся в [2] плато концентрационной зависимости $I(\omega, \theta)$ при высоких концентрациях 2Д-электронов n_s . Отношение I_{inter}/I_F оказывается порядка единицы при $n_s \sim 5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$, а вид зависимости от n_s согласуется с наблюдавшимся на эксперименте.

В случае сильного разогрева и малых n_s , когда распределение 2Д-электронов будет бoльцмановским, вместо (11) и (12) получается формула

$$I_B(\theta) = \frac{\sqrt{\pi} s}{2 \sin \theta} \left| \langle 1 | e^{iq_{\perp} z} | 1 \rangle \right|^2 \frac{n_s}{N_c} \frac{\hbar}{(T_e \tau_{da} T_e)} e^{-\frac{\varepsilon_m}{T_e}},$$

$$N_c = \frac{mT_e}{\pi \hbar^2}, \quad (14)$$

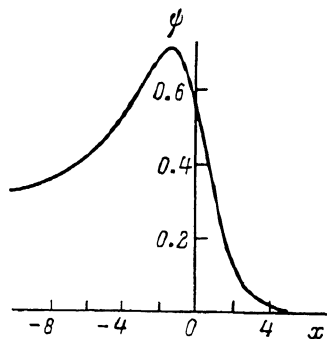


График функции $\psi(x)$ (12).

из которой для $\theta \gg \sqrt{ms^2/T_e}$ следует температурная зависимость $I_B \sim T_e^{3/2}$, а зависимость I_B от ω отсутствует. При $\theta \rightarrow 0$ скорость эмиссии (14) опять экспоненциально обращается в нуль. Для учета переходов между подзонами (которые включаются при $T_e \sim \varepsilon_{21}$) к $I_B(\omega, \theta)$ надо добавить аналогичные (13) выражения.

При учете дрейфовой анизотропии распределения 2Д-электронов (которую можно считать малой в диффузном приближении) для скорости эмиссии вместо (11) и (14) получим

$$I_F(\theta) \left[1 - \frac{msv_{dr}}{T_e} \frac{\cos \widehat{\mathbf{q}}, \mathbf{v}_{dr}}{\sin \theta} \left(1 - \frac{\sin \theta}{2} - \frac{\hbar \omega}{4ms^2} \sin^3 \theta \right) \right],$$

$$I_B(\theta) \left[1 - \frac{msv_{dr}}{T_e} \frac{\cos \widehat{\mathbf{q}}, \mathbf{v}_{dr}}{\sin \theta} \left(1 + \frac{\hbar \omega}{ms^2} \sin^2 \theta \right) \right], \quad (15)$$

так что распределение фононов не будет теперь аксиально-симметричным относительно нормали к 2Д-слою. Оценка величины определяющего анизотропию (15) фактора msv_{dr}/T_e дает значение порядка 0.1, медленно изменяющееся на интервале полей 10—100 В/см, что согласуется с результатами [2].

Выше проведено теоретическое описание эмиссии акустических фононов неравновесными 2Д-электронами, использующее на 2Д-слое граничное условие для квазиклассической функции распределения и демонстрирующее ряд особенностей входящей в такое граничное условие скорости эмиссии фононов. Можно обобщить результаты, учитывая кристаллическую анизотропию, локальные фононные моды (но вклад таких мод в эмиссию мал, так как они неэффективно преобразуются в объемные) или рассматривая задачу с 2Д-слоем на границе полупространства (в простейшем случае МДП структуры с упругим отражением фононов в объем полупроводника $I(\omega, \theta)$ удваивается). Можно также использовать полученные формулы для оценки эффективности увлечения 2Д-электронов неравновесными акустическими фононами в структуре многих квантовых ям; для классических структур такая ситуация подробно обсуждалась [8], а для 2Д-электронов имеются лишь порядковые оценки [3].

Л и т е р а т у р а

- [1] *Chin M. A. et al.* In: Phonon Scattering in Condensed Matter Springer Ser, in Sol. St. Phys., Berlin, 1984, vol. 51, p. 328—331; Proc. 17th Intern. Conf. on Phys. of Semicond, 1985, p. 333.
- [2] *Rosenfusser M. et al.* Phys. Rev. B, 1986, vol. 34, N 8, p. 5518—5524.
- [3] *Price P. J.* Physica, B, 1985, vol. 134, N 1—3, p. 164—168.
- [4] *Yang C. H. et al.* Phys. Rev. Lett., 1985, vol. 55, N 21, p. 2359—2361.
- [5] *Барьяхтар В. Г., Пелетминский С. В.* Изв. вузов. Радиофизика. 1963, т. 6, № 6, с. 1115—1128.
- [6] *Price P. J.* Surf. Sci., 1982, vol. 113, p. 199—210; *Yokoyma K., Hess K.* Phys. Rev. B, 1985, vol. 31, N 10, p. 6872—6874.
- [7] *Аскеров Б. М.* Электронные явления переноса в полупроводниках. М.: Наука, 1985. 318 с.
- [8] *Hubner K., Shockley W.* Phys. Rev. Lett., 1960, vol. 4, N 9, p. 504—505; *Кравченко А. Ф., Митин В. В., Скок Э. М.* Явления переноса в полупроводниковых пленках. Новосибирск: Наука, 1979. 256 с.

Институт полупроводников
АН УССР
Киев

Поступило в Редакцию
12 ноября 1987 г.
В окончательной редакции
11 февраля 1988 г.

