

УДК 534 : 535

АКУСТООПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СВЕРХРЕШЕТОК В ДЛИННОВОЛНОВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

А. В. Вакуленко, Л. А. Чернозатонский

Предлагается простой метод описания акустооптических процессов в слоисто-периодических структурах (сверхрешетках) при произвольной симметрии слоев. Метод справедлив в длинноволновом приближении, т. е. когда длины рассматриваемых электромагнитных и звуковых волн велики по сравнению с периодом структуры. Применение полученных общих соотношений иллюстрируется на конкретных примерах периодических структур.

В последние годы активно исследуются упругие свойства сверхрешеток (СР), в первую очередь их фононный спектр, в который наличие в СР дополнительной периодичности и внутренних границ раздела привносит ряд новых интересных особенностей: появляются принципиально новые фононные моды — «свернутые» вблизи центра зоны Бриллюэна, локализованные в пределах слоя и т. д. [1]. Исследование этих свойств проводится обычно методами спектроскопии комбинационного рассеяния [2], что в свою очередь порождает интерес к теоретическому изучению фотоупругого взаимодействия в СР. Это изучение представляет также и самостоятельный интерес, поскольку в СР возможны акустооптические (АО) процессы, принципиально невозможные в образующих их материалах, взятых по отдельности [3].

Наиболее общий подход к проблеме заключается в решении системы уравнений, описывающих распространение упругих и электромагнитных волн в слоисто-периодической среде с учетом условий на границе каждого слоя. Этот подход развивался на протяжении многих лет [4, 5]. Однако даже построение таким методом спектра одних лишь упругих колебаний в СР приводит к уравнениям, решаемым только численно [6].

Ситуация упрощается, когда длины электромагнитных и звуковых волн значительно превышают период $D = D_1 + D_2$ СР, где D_1 и D_2 — толщины слоев образующих СР материалов (обобщение на случай СР, составленной из более чем двух материалов, тривиально). В этом случае дисперсия распространяющихся в СР колебаний нечувствительна к явлениям на границах между слоями, и, следовательно, СР можно рассматривать как однородную среду, характеризующую набором эффективных параметров. Такое рассмотрение восходит к работе [4], где вычислялись эффективные упругие константы c_{ijkl}^e среды, образованной чередующимися изотропными слоями с упругими константами c_{ijkl} и c'_{ijkl} . В последние годы вычислялись эффективные упругие константы для СР со слоями, имеющими ромбическую, гексагональную и кубическую симметрии (ссылки см. в [7]), пока, наконец, в [8] не был предложен метод расчета c_{ijkl}^e при произвольной симметрии слоев.

Заменяя СР эффективной однородной средой, можно также вычислить ее тензор упругооптических коэффициентов p_{ijkl}^e через компоненты тензо-

ров c_{ijkl} , P_{ijkl} и c'_{ijkl} , P'_{ijkl} , относящихся к образующим СР материалам. Однако это было проделано только для случая ромбической симметрии слоев и для заданных направлений распространения и поляризации звуковых волн [7]. Целью настоящей работы является вывод более общего выражения для P'_{ijkl} , справедливого для слоев любой симметрии и произвольной геометрии АО взаимодействия. При этом на конкретных примерах показано, что даже в рассматриваемом предельном случае, когда СР в целом ведет себя как однородная среда, в ней могут происходить качественно новые АО процессы, невозможные в материалах, входящих в ее состав, и делающиеся возможными лишь при объединении их в СР. В отличие от [7] применялась стандартная теория Поккельса, так как вклад поправок Нельсона—Лэкса [9] в компоненты тензора P'_{ijkl} не является определяющим.

1. Вычисление упругооптических констант эффективной среды

Предполагая в духе длинноволнового приближения, что величины, описывающие электромагнитное поле в СР, слабо меняются на длинах порядка D , можно получить соотношения, определяющие тензор диэлектрической проницаемости эффективной среды ϵ'_{ij} [7]

$$\left. \begin{aligned} \epsilon'_{ij} - \frac{\epsilon'_{i3}\epsilon'_{j3}}{\epsilon'_{33}} &= d_1 \left(\epsilon_{ij} - \frac{\epsilon_{i3}\epsilon_{j3}}{\epsilon_{33}} \right) + d_2 \left(\epsilon'_{ij} - \frac{\epsilon'_{i3}\epsilon'_{j3}}{\epsilon'_{33}} \right), \\ i, j &= 1, 2, \\ \frac{\epsilon'_{i3}}{\epsilon'_{33}} &= d_1 \frac{\epsilon_{i3}}{\epsilon_{33}} + d_2 \frac{\epsilon'_{i3}}{\epsilon'_{33}}, \quad \frac{1}{\epsilon'_{33}} = \frac{d_1}{\epsilon_{33}} + \frac{d_2}{\epsilon'_{33}}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Здесь значок «e» указывает на отношение данной величины к эффективной среде, а штрих (или его отсутствие) — к одному из слоев СР. Ось z направлена перпендикулярно границам слоев, $d_1 = D_1/D$, $d_2 = D_2/D$. Для упругих деформаций S_{mn} и напряжений τ_{mn} , которые также предполагаются слабо меняющимися на периоде СР, можно аналогично записать [8]

$$S'_{mn} = d_1 S_{mn} + d_2 S'_{mn}, \quad \tau'_{mn} = d_1 \tau_{mn} + d_2 \tau'_{mn}. \quad (2)$$

Кроме того, условия непрерывности деформаций и напряжений на границе раздела дают дополнительно

$$S'_{mn} = S_{mn} = S'_{mn}, \quad m, n = 1, 2; \quad \tau'_{m3} = \tau_{m3} = \tau'_{m3}, \quad m = 1, 2, 3. \quad (3)$$

Используя соотношения (1)—(3), можно получить искомое выражение для компонент тензора P'_{ijkl} . Для этого воспользуемся формулой, описывающей модуляцию диэлектрической проницаемости упругой волной [9].

$$\Delta \epsilon_{ij} = -\epsilon_{(ii)\epsilon(jj)} P_{(ij)mn} S_{mn}, \quad (4)$$

где по индексам, взятым в скобки, не должно производиться суммирование. Потребуем, чтобы эта формула оставалась справедливой в эффективной среде и воспользуемся для $\Delta \epsilon'_{ij}$ соотношениями (1). В общем случае получаем

$$\Delta'_{(ij)P(ij)mn} (d_1 S_{mn} + d_2 S'_{mn}) = d_1 \Delta_{(ij)P(ij)mn} S_{mn} + d_2 \Delta'_{(ij)P(ij)mn} S'_{mn}, \quad (5)$$

где коэффициент

$$\Delta_{ij} = \epsilon_{ii}\epsilon_{jj} [1 + (\delta_{ii} + \delta_{jj})(\epsilon_{33} - 1) + \delta_{ii}\delta_{jj}(\epsilon_{33}^2 - 2\epsilon_{33} + 1)]^{-1}. \quad (6)$$

Для решения уравнения (5) необходимо исключить из него компоненты тензора деформации. Это можно сделать, используя прием, предложенный в [9] для нахождения c'_{ijkl} . Перепишем условия (3) в виде

$$K_{ijmn} S_{mn} = K'_{ijmn} S'_{mn}, \quad (7)$$

где матрица тензора K_{ijmn} в сокращенных матричных обозначениях $K_{ijmn} \rightarrow K_{\alpha\beta}$ имеет вид

$$K_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{51} & c_{52} & c_{53} & c_{54} & c_{55} & c_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Адекватность (3) и (7) можно проверить непосредственной подстановкой (8) в (7). Итак, $S_{mn} = K_{mnij}^{-1} K'_{ijkl} S'_{kl} = R_{mnkl} S'_{kl}$. Выразив S_{mn} через S'_{mn} в соотношении (5) и учитывая, что оно должно быть справедливым при произвольной деформации, получаем окончательно

$$p'_{ijmn} = (d_1 \Delta_{(ij)p(ij)kl} R_{klpq} + d_2 \Delta'_{(ij)p(ij)pq}) \frac{1}{\Delta_{(ij)}} (d_1 R + d_2 I)_{pqmn}^{-1}, \quad (9)$$

где I — единичная матрица. Легко проверить, что в случае ромбической симметрии слоев соотношения (9) переходят в выражения для компонент p'_{ijkl} , полученные в [7].

2. Особенности АО процессов в СР

Покажем, как, комбинируя различные материалы в виде СР, можно получать структуры с принципиально новыми АО свойствами. Рассмотрим выращенную вдоль оси $\langle 001 \rangle$ систему GaAs/GaP — одну из классических СР. GaAs и GaP — кубические кристаллы класса $\bar{4}3m$. Следовательно,

$$K_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{pmatrix}, \quad K_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ c_{31} & c_{31} & c_{33} \end{pmatrix}, \quad K_2 = \begin{pmatrix} c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

$$M_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{pmatrix}, \quad M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ q & q & \frac{c'_{33}}{c_{33}} \end{pmatrix}, \quad M_2 = \begin{pmatrix} \frac{c'}{c_{44}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c'_{44}}{c_{44}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

где $q = (c'_{13} - c_{13})/c_{33}$. Подставив (11) в (9), получим выражения для шести независимых компонент упругооптического тензора эффективной среды, которая обладает гексагональной симметрией. Из (1) следует, что компоненты тензора ε'_{ij} , приведенные к главным осям, имеют вид

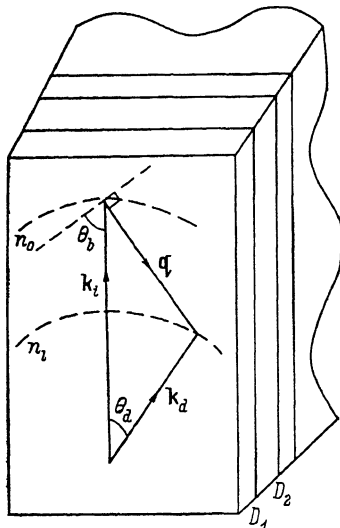
$$\varepsilon'_{11} = \varepsilon'_{22} = d_1 \varepsilon + d_2 \varepsilon', \quad \frac{1}{\varepsilon'_{33}} = \frac{d_1}{\varepsilon_{33}} + \frac{d_2}{\varepsilon'_{33}}, \quad (12)$$

где $\varepsilon, \varepsilon'$ — диэлектрические проницаемости соответственно GaAs и GaP. Отсюда следует, что данная СР ведет себя как двулучепреломляющая эффективная среда, которая всегда является оптически отрицательной,

Таблица АО параметров GaAs, GaP и СР GaAs/GaP
($d_1 = d_2 = 1/2$)

| | ρ , кг/м ³ | n_0, n_1 | c_{66} , 10 ¹⁰ н/м ² | p_{66} |
|------|----------------------------|------------|--|----------|
| GaAs | 5316 | 3.514 | 6.040 | -0.0720 |
| GaP | 4301 | 2.915 | 7.047 | -0.0740 |
| СР | 4809 | 3.230 | 6.536 | -0.0737 |
| | | 3.173 | | |

так как для любых $d_1, d_2, n_e = \sqrt{\epsilon_{33}^e} < n_0 = \sqrt{\epsilon_{11}^e}$. Следовательно, в ней может происходить анизотропная дифракция света на звуке, т. е. дифракция с поворотом плоскости поляризации света [10]. Так, рассмотрим процесс, при котором обыкновенный световой луч, падающий вдоль оси y и поляризованный вдоль оси x , дифрагирует на звуковом пучке, распространяющемся в плоскости xy и поляризованном вдоль оси z , образуя необыкновенный луч, поляризованный вдоль оси z и отклоненный в плоскости xy , так



что его положение определяется углом дифракции θ_d (см. рисунок). Такая дифракция вследствие диагональности тензора $p_{\alpha\beta}^e$ при $\alpha, \beta = 4, 5, 6$ будет происходить только на x -компоненте звуковой волны, и интенсивность дифрагированного света будет пропорциональна $|p_{55}^e \cos \theta_v|^2$, где θ_v — брэгговский угол. Выражение для коэффициента p_{55}^e получается из формул (9), (14)

Ориентация осей координат и геометрия АО взаимодействия в СР GaAs/GaP.

Волновые векторы \mathbf{k} и векторы поляризации: $\mathbf{k}_i, \mathbf{E}_i$ — падающего светового луча; $\mathbf{k}_d, \mathbf{E}_d$ — дифрагированного светового луча; \mathbf{q}, \mathbf{p} — звукового пучка.

$$p_{55}^e = \left(d_1 \epsilon_{55} p_{55}^e \frac{c_{44}'}{c_{44}} + d_2 \epsilon' p_{55}^e \frac{c_{44}'}{\epsilon_{11}'} \left(d_1 \frac{c_{44}'}{c_{44}} + d_2 \right) \right)^{-1}. \quad (13)$$

Константа c_{55}^e , необходимая для вычисления скорости звука в эффективной среде, определяется по формуле [8]

$$\frac{1}{c_{55}^e} = \frac{d_1}{c_{55}} + \frac{d_2}{c_{55}'}. \quad (14)$$

Численные значения параметров, описывающих данный процесс в рассматриваемой СР при $d_1 = d_2 = 1/2$ и необходимые для их расчета константы [11], приведены в таблице. Поправка Нельсона—Лэкса, пропорциональная $(1/\epsilon_{11}^e - 1/\epsilon_{33}^e)$, для нашей среды в несколько десятков раз меньше p_{55}^e , что подтверждает справедливость использованной модели Поккельса. АО качество для данной геометрии взаимодействия $M^e = p_{55}^e n_0^3 n_e^3 \cos^2 \theta_v / \rho^e v_s^e$, где $\rho^e = d_1 \rho + d_2 \rho'$ — плотность эффективной среды, $v_s^e = (c_{55}^e / \rho^e)^{1/2}$ — скорость звука в ней, равно $M^e = \cos^2 \theta_v \cdot 2.46 \cdot 10^{-14}$ с³/кг. Рассмотренный процесс возможен в области акустических частот $f > f_{\min} \approx v_s^e (n_0 - n_e) / \lambda_0 = 210$ МГц, λ_0 — длина волны света в вакууме ($\lambda_0 = 10^{-6}$ м).

У анизотропных материалов в зависимости $\theta_v(f)$ имеется минимум при $f = f_0 = v_s^e (n_0^2 - n_e^2)^{1/2} / \lambda_0$ [12]. В акустооптике это позволяет, работая на частотах, близких к f_0 , получать широкий интервал углов отклонения дифрагированного луча, а следовательно, увеличивать разрешающую способность N при более рациональном использовании вводимой акустической мощности. Для СР GaAs/GaP при $d_1 = d_2 = 1/2$ и $\lambda_0 < 3 \cdot 10^{-6}$ м частота f_0 лежит в гигагерцевом диапазоне, что может привести к большим потерям из-за затухания звуковой волны. Однако варьирование параметров d_1, d_2 открывает широкие возможности понижения f_0 . Так, при $d_1 = 0.98, d_2 = 0.02$ (т. е. при содержании GaP в СР, равном всего лишь 2 %) $f_0 \approx 600$ МГц при $\lambda_0 = 10^{-6}$ м. Параметры эффективной среды в этом случае, как и следовало ожидать, близки по величине к аналогичным параметрам GaAs. Выигрыш в разрешающей способности по сравнению с неколлинеарным взаимодействием в кристалле GaAs вблизи частоты $f = f_0$ равен [12]

$$\frac{N_{cp}}{N_{\text{GaAs}}} = \left(\frac{2L}{\lambda_0} \frac{n_0^2 - n_e^2}{n_0} \right)^{1/2} \approx 6 \quad (15)$$

при $L=0.002$ м, где L — длина взаимодействия, примерно равная ширине акустического пучка.

Рассмотрим теперь СР, слои которой обладают различной кристаллической симметрией, например структуру германий (кубическая симметрия класса $m\bar{3}m$)/сапфир (тригональная симметрия класса $3m$), выраченную в кристаллографических осях, совпадающих с осями введенной нами системы координат. В такой системе оказывается возможной коллинеарная дифракция света на звуке в направлении, например, оси x , запрещенная в Ge. Ответственный за этот процесс упругооптический коэффициент p_{41}^a может быть рассчитан по формуле (9). Получающееся выражение можно упростить, если учесть, что ввиду плохих АО характеристик сапфира [11] его содержание в СР должно быть небольшим, т. е. должно выполняться неравенство $d_2/d_1 \ll 1$. Это дает

$$p_{41}^a = d_1 \frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{22}^0} \frac{c'_{11}}{c_{44}} \left(1 - 2d_1 \frac{c'_{44}}{c_{44} + c'_{44}} \right) p_{44}, \quad (16)$$

т. е. качество дифракции определяется упругооптическим коэффициентом Ge. Таким образом, коллинеарная дифракция может проявляться в СР на основе акустооптически высококачественного вещества, не обладающего необходимой для такого АО процесса симметрией.

В заключение отметим, что значительный интерес представил бы выход за рамки приближения эффективной среды, т. е. изучение фотоупругих процессов в тех спектральных интервалах акустических и электромагнитных волн, где существенное влияние на их дисперсию оказывают границы раздела между слоями в СР. Соответствующие исследования будут проведены в наших дальнейших работах.

Авторы благодарны за обсуждение работы и ценные замечания М. М. Мазуру и В. И. Пустовойту.

Л и т е р а т у р а

- [1] Klein M. Proc. IEEE, 1986, vol. QE-22, N 9, p. 1760—1770.
- [2] Insserand B. et al. Phys. Rev., 1987, vol. B35, N 6, p. 2808—2817.
- [3] Булгаков А. А., Тимченко А. И. ФТТ, 1986, т. 28, № 2, с. 510—517.
- [4] Рытов С. М. Акуст. ж., 1956, т. 2, № 2, с. 71—83.
- [5] Рытов С. М. ЖЭТФ, 1955, т. 29, № 5, с. 605—616.
- [6] Ronhani B. D. et al. Phys. Rev., 1983, vol. B28, N 4, p. 1711—1720.
- [7] Ronhani B. D., Sapriel J. Phys. Rev., 1986, vol. B34, N 10, p. 7714—7717.
- [8] Grimsditch M., Nizzoli F. Phys. Rev., 1986, vol. B33, N 8, p. 5891—5892.
- [9] Дьелесан Э., Руайе Д. Упругие волны в твердых телах. М.: Мир, 1982. 424 с.
- [10] Леманов В. В., Шакин О. В. ФТТ, 1972, т. 14, № 1, с. 229—236.
- [11] Акустические кристаллы / Под ред. М. П. Шаскольской. М.: Наука, 1982. 632 с.
- [12] Левин В. М., Пустовойт В. И. Тр. ВНИИФТРИ, 1978, № 38, с. 6—30.

ВНИИФТРИ
Московская область

Поступило в Редакцию
7 января 1988 г.