

ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА СВОБОДНЫМИ НОСИТЕЛЯМИ ПРИ УЧАСТИИ ОПТИЧЕСКИХ ФОНОНОВ В КВАЗИДВУМЕРНЫХ СИСТЕМАХ

В. Л. Гуревич, Д. А. Паршин, К. Э. Штенгель

Исследовано поглощение инфракрасного электромагнитного излучения в квазидвумерной системе свободными носителями, рассеяние которых происходит на оптических поляризационных колебаниях решетки. Получены выражения для коэффициента поглощения в такой системе в случае как вырожденной, так и невырожденной статистики электронов. Полученные соотношения исследованы в пределе низких концентраций, когда электроны есть лишь в первой подзоне. В случае вырожденной статистики рассчитан эффект сдвига максимума поглощения, связанного с переходами во вторую подзону, при изменении положения уровня Ферми. Проведено сравнение полученных результатов с имеющимися для трехмерного случая.

1. В настоящее время широко изучаются физические явления в квазидвумерном электронном газе в полупроводниках. Такая система может быть реализована в полупроводниковых гетероструктурах или в МДП структурах вблизи контакта полупроводник—диэлектрик. Характерное свойство таких систем — размерное квантование уровней электронов и дырок. Оно приводит к расщеплению зоны проводимости и валентной зоны на подзоны, разделенные энергиями размерного квантования. Вследствие такого расщепления ряд физических свойств квазидвумерного электронного газа, в частности оптические свойства, отличаются от свойств его трехмерного аналога. Межзонное оптическое поглощение в таких системах рассматривалось Динглом [1]. Поглощение света свободными носителями при участии фононов в квазидвумерных полупроводниковых структурах изучалось в [2-6].

Целью данной работы является теоретическое рассмотрение поглощения электромагнитного излучения свободным квазидвумерным электронным газом, взаимодействующим с оптическими поляризационными колебаниями решетки. Попутно мы выясним, что в работах [3, 5, 6], где эта задача рассматривалась ранее, содержится неточность, повлиявшая на окончательный результат. Кроме того, нас особо заинтересовал случай статистики Ферми. Рассмотрение этого случая в [6] нам представляется явно недостаточным.

2. Рассмотрим неограниченный полупроводниковый образец, в котором электроны локализованы в узком слое толщины d . Пусть этот слой представляет собой прямоугольную потенциальную яму с бесконечно высокими стенками. Энергия электрона в таком слое определяется выражением

$$\varepsilon = E_l + \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2), \quad (1)$$

где $E_l = E_0 l^2$, $E_0 = \pi^2 \hbar^2 / 2md^2$ — характерная энергия размерного квантования; $l = 1, 2, 3, \dots$ — номер соответствующей подзоны; m — эффективная масса электрона в зоне проводимости. Ось z системы координат перпендикулярна слою, а оси x и y лежат в его плоскости. Волновой вектор

электрона k ($k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$) лежит в плоскости слоя. Для всех прочих векторов a составляющую, лежащую в плоскости слоя, обозначаем a_{\perp} . В этих обозначениях волновая функция электрона имеет вид

$$\Psi(r) = \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{V}} \sin \frac{\pi l}{d} z e^{i\mathbf{k}r_{\perp}}, & 0 < z < d, \\ 0, & z < 0 \text{ или } z > d. \end{cases} \quad (2)$$

Рассмотрим возможные оптические переходы в такой системе. Прежде всего это прямой переход из одной подзоны в другую. В таком процессе участвуют только электрон и фотон. При этом энергия фотона может принимать лишь дискретный ряд значений

$$\hbar\omega = E_{l'} - E_l = E_0(l'^2 - l^2). \quad (3)$$

Учет электрон-электронного взаимодействия приводит к уширению и сдвигу максимумов поглощения [7]. Если же прямые переходы запрещены, то поглощение целиком определяется непрямыми переходами с участием третьей частицы — фонона или заряженного примесного центра.

Матричный элемент взаимодействия электрона с плоскополяризованной электромагнитной волной имеет вид

$$\langle \mathbf{k}', l' | \hat{V}_{\perp}^l | \mathbf{k}, l \rangle = \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{\omega V \epsilon_{\infty}}} \frac{e\hbar}{m} \sqrt{N + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}} (\mathbf{e}\mathbf{k}) \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} \delta_{l, l'}, \quad (4)$$

если $\mathbf{e} \perp (Oz)$, и

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{k}', l' | \hat{V}_{\perp}^l | \mathbf{k}, l \rangle = & -\frac{2ie\hbar}{md} \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{\omega V \epsilon_{\infty}}} \sqrt{N + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}} \times \\ & \times \frac{l'}{l'^2 - l^2} [1 - \cos \pi(l - l')] \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}, \end{aligned} \quad (5)$$

если $\mathbf{e} \parallel (Oz)$. Здесь \hat{V}^l — оператор энергии электрона в поле электромагнитной волны, \mathbf{e} — орт поляризации волны, N — число фотонов в слое объемом V , ϵ_{∞} — высокочастотная диэлектрическая проницаемость материала. Знак $+$ соответствует испусканию фотона, знак $-$ — поглощению.

Из формул (4) и (5) явствует, что прямые переходы между подзонами запрещены, если электрическое поле поляризовано в плоскости слоя. Это правило отбора остается в силе и в случае потенциальной ямы произвольной формы, так как является следствием ортогональности волновых функций различных уровней в квантовой яме. При любой другой поляризации становятся возможными прямые переходы между подзонами с номерами различной четности. Вероятность таких переходов максимальна, когда электрическое поле волны перпендикулярно слою. Однако это правило отбора верно только для симметричных потенциальных ям (например, гетерослой узкозонного полупроводника в широкозонном) и нарушается для симметричных (МДП структуры). Нас будет интересовать случай, когда электрическое поле волны лежит в плоскости слоя. В соответствии со сказанным поглощение при этом определяется непрямими переходами.

При расчете коэффициента поглощения будем считать, что квазидвумерный электронный газ взаимодействует с обычными трехмерными фононами (с изотропным спектром). Такое приближение, видимо, является удовлетворительным, если постоянные решетки, силовые постоянные и диэлектрические проницаемости материалов, образующих гетероструктуру, близки [8].¹

С учетом сказанного можно записать матричный элемент электрон-фононного взаимодействия в виде

¹ Взаимодействие между двумерным электронным газом и полярными оптическими фононами на поверхности рассматривалось в [9].

$$\langle \mathbf{k}', l' | \hat{V}_{\pm} | \mathbf{k}, l \rangle = C_{\mathbf{q}} \sqrt{N_{\mathbf{q}} + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}} \times \\ \times \delta_{\mathbf{k}'; \mathbf{k} \mp \mathbf{q}_{\perp}} \frac{2}{d} \int_0^d \sin \frac{\pi l}{d} z \sin \frac{\pi l'}{d} z e^{\mp i q_z z} dz. \quad (6)$$

Здесь \hat{V}^s — оператор энергии взаимодействия электрона с фононом, $N_{\mathbf{q}}$ — число заполнения фононов, \mathbf{q} — волновой вектор фонона, $C_{\mathbf{q}}$ — функция, характеризующая взаимодействие между электронами и фононами в обычном трехмерном случае. В [2, 3, 5, 6] вместо (6) использовался матричный элемент электрон-фононного взаимодействия в следующем приближенном виде (так называемом momentum conservation approximation — MCA [10])

$$\langle \mathbf{k}', l' | V_{\pm}^s | \mathbf{k}, l \rangle = C_{\mathbf{q}} \sqrt{N_{\mathbf{q}} + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}} \delta_{\mathbf{k}'; \mathbf{k} \mp \mathbf{q}_{\perp}} \times \\ \times \frac{1}{2} \left[\delta_{q_z; \frac{\pi}{d} (l' - l)} + \delta_{q_z; -\frac{\pi}{d} (l' - l)} - \delta_{q_z; \frac{\pi}{d} (l' + l)} - \delta_{q_z; -\frac{\pi}{d} (l' + l)} \right]. \quad (7)$$

Формально (7) может быть получено из (6) заменой пределов интегрирования (0; a) на $(-\infty; +\infty)$. Ридли в [10] проанализировал возможность применения матричного элемента в виде (7). Он показал, что MCA дает точный результат в задачах, где рассеяние электронов происходит на акустическом или оптическом деформационном потенциале. Однако при решении задачи, где электроны рассеиваются на оптическом поляризационном потенциале, использование MCA приводит к ошибке. Эта ошибка не столь велика, если рассматриваются переходы электрона из одной подзоны в другую, но она становится значительной при рассмотрении внутривозонных переходов (особенно в первой подзоне).²

Расчет коэффициента поглощения в случае непрямых переходов будем вести во втором порядке теории возмущений. Вероятность перехода в единицу времени определяется при этом известной формулой

$$w_{if} = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \sum_m \frac{V_{mi} V_{fm}}{E_i - E_m} \right|^2 \delta(E_i - E_f), \quad (8)$$

где индексы i и f обозначают начальное и конечное состояния электрона и включают квантовые числа \mathbf{k} и l , а также учитывают начальное и конечное состояния фононной и фотонной подсистем.

Получив таким образом вероятности каждого из четырех возможных процессов (переход с поглощением фотона и фонона, с испусканием фотона и поглощением фонона, с поглощением фотона и испусканием фонона и, наконец, с испусканием фотона и фонона), объединим в w_{if}^{ab} вероятности переходов с поглощением фотона, а в w_{if}^{em} — с испусканием фотона.

Поглощение электромагнитной энергии электронами определяется тогда следующей величиной

$$W_{ll'} = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\mathbf{k}'} \sum_{\mathbf{q}} [w_{\mathbf{k}, l; \mathbf{k}', l'}^{ab} (1 - f_{\mathbf{k}', l'}) - w_{\mathbf{k}', l'; \mathbf{k}, l}^{em} (1 - f_{\mathbf{k}, l})], \quad (9)$$

где $f_{\mathbf{k}, l} = f(\epsilon_{\mathbf{k}, l})$ — функция распределения Ферми—Дирака. $W_{ll'}$ представляет собой разность вероятностей поглощения и испускания фотона в единицу времени. При этом электрон переходит из подзоны с номером l в подзону с номером l' , поглощая фотон, а из l' в l — испуская. Сразу же

² Подробнее о рассеянии электронов на полярных оптических фононах в квазидвумерных системах см. в [11].

отметим, что при $l \neq l'$ $W_{ll'} \neq W_{l'l}$ (рис. 1). Полная результирующая вероятность поглощения фотона в единицу времени

$$W = \sum_{l, l'} |W_{ll'}|. \quad (10)$$

Переходя в (9) от суммирования по \mathbf{k} и \mathbf{q} к интегрированию и учтя закон сохранения квазиимпульса $\mathbf{k} - \mathbf{k}' = \pm \mathbf{q}_\perp$, получим после некоторых преобразований

$$W_{ll'} = \frac{2\pi^2 e^2 V}{\epsilon_\infty m^2 \omega^3 d} \int \frac{2d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 \mathbf{q}}{(2\pi)^3} |C_{\mathbf{q}}|^2 (\epsilon_{\mathbf{q}})_1^2 \left| \frac{2}{d} \int_0^d \sin \frac{\pi l}{d} z \sin \frac{\pi l'}{d} z e^{i q_x z} dz \right|^2 \times \\ \times (f_{\mathbf{k}, l} - f_{\mathbf{k}+\mathbf{q}_\perp, l'}) [\Delta(\omega_{\mathbf{q}}) - \Delta(-\omega_{\mathbf{q}})], \quad (11)$$

$$\Delta(\Omega) = \left[\text{cth} \frac{\hbar \Omega}{2T} - \text{cth} \frac{\hbar(\Omega + \omega)}{2T} \right] \delta(\epsilon_{\mathbf{k}, l} - \epsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}_\perp, l'} + \hbar \Omega + \hbar \omega). \quad (12)$$

Это выражение аналогично формуле (12) из [12], где рассматривалось такое же поглощение трехмерным электронным газом.

Для взаимодействия с поляризационными оптическими колебаниями

$$|C_{\mathbf{q}}|^2 = \frac{2\pi \hbar \omega_0 e^2}{V q^2} (\epsilon_\infty^{-1} - \epsilon_0^{-1}) = \frac{2\pi \hbar \omega_0 e^2}{V (q_\perp^2 + q_z^2)} (\epsilon_\infty^{-1} - \epsilon_0^{-1}), \quad (13)$$

где ϵ_0 — статическая диэлектрическая проницаемость материала, $\omega_0 = \omega_q$ — частота продольного оптического фонона (дисперсией которого пренебрегаем).

В случае статистики Больцмана, проинтегрировав в (11) по \mathbf{k} и \mathbf{q} (см. Приложение), получаем

$$W_{ll'} = \frac{2\pi T e^4}{\epsilon_\infty \hbar^3 d} (\epsilon_\infty^{-1} - \epsilon_0^{-1}) \frac{\omega_0}{\omega^3} \frac{\text{sh} \frac{\hbar \omega}{2T}}{\text{sh} \frac{\hbar \omega_0}{2T}} e^{\frac{2\mu - (E_l + E_{l'})}{2T}} [H_{ll'}(\omega + \omega_0) + H_{ll'}(\omega - \omega_0)], \quad (14)$$

где μ — химический потенциал,

$$H_{ll'}(\Omega) = e^{-\left| \frac{\hbar \Omega - (E_{l'} - E_l)}{2T} \right|} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \delta_{ll'} - \frac{|l - l'|}{4} \sqrt{\frac{\pi E_0}{T}} e^{\nu^2(\Omega, l, -l')} \times \right. \\ \times \text{erfc} [\nu(\Omega, l, -l')] - \frac{|l + l'|}{4} \sqrt{\frac{\pi E_0}{T}} e^{\nu^2(\Omega, l, l')} \text{erfc} [\nu(\Omega, l, l')] \left. \right\} - \\ - (4\pi^2 ll')^2 \sqrt{\frac{\pi E_0}{T}} \int_0^\infty dt \frac{t^3 [1 - (-1)^{l+l'} e^{-t}] e^{-\lambda t^2 - \frac{\mu(\Omega, l, l')}{t^2}}}{[t^2 + \pi^2 (l - l')^2]^2 [t^2 + \pi^2 (l + l')^2]^2}, \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{E_0}{4\pi^2 T}, \quad \mu(\Omega, l, l') = \frac{\pi^2}{4} \frac{[\hbar \Omega - (E_{l'} - E_l)]^2}{E_0 T}, \\ \nu(\Omega, l, l') &= \frac{\hbar \Omega - (E_{l'} - E_l)}{2|l + l'|} + \frac{|l + l'| \sqrt{E_0}}{2\sqrt{T}}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Этот результат отличается от полученного в [5] в рамках МСА наличием интегрального слагаемого в (15).

Проанализируем далее простейший случай низких температур, когда электроны имеются фактически только на дне первой подзоны. Эта ситуация реализуется, когда $\frac{E_2 - E_1}{T} = \frac{3E_0}{T} \gg 1$. Если при этом энергии кванта

не хватает для заброса электронов во вторую и высшие подзоны (т. е. $\frac{E_2 - E_1}{\hbar(\omega + \omega_0)} = \frac{3E_0}{\hbar(\omega + \omega_0)} \gg 1$), то основной вклад в сумму (10) дает слагаемое W_{11} . Исследуем выражение для W_{11} в различных предельных случаях.

В пределе высоких частот при выполнении условия $\hbar(\omega - \omega_0) \gg E_0/\pi^2$ (что при $d=100 \text{ \AA}$, $m=0.1m_0$ соответствует $(\omega - \omega_0) \gg 10^{13} \text{ с}^{-1}$) и $\frac{\hbar(\omega - \omega_0)}{T} \gg 1$ интегральное слагаемое в (15) становится несущественным, и мы получаем

$$W_{11} = \frac{\pi^2 e^4 n}{\epsilon_\infty \hbar m d} (\epsilon_\infty^{-1} - \epsilon_0^{-1}) \frac{\omega_0}{\omega^3} \left[3 - \frac{4E_0}{4E_0 + \hbar(\omega - \omega_0)} \right], \quad \hbar\omega_0 \gg T, \quad (17)$$

$$W_{11} = \frac{2\pi^2 e^4 n}{\epsilon_\infty \hbar m d} (\epsilon_\infty^{-1} - \epsilon_0^{-1}) \frac{T}{\omega^3} \left[3 - \frac{4E_0}{4E_0 + \hbar(\omega - \omega_0)} \right], \quad \hbar\omega \gg T \gg \hbar\omega_0, \quad (18)$$

где n — концентрация носителей,

$$n = \frac{mT}{\pi \hbar^2 d} e^{\frac{\mu - E_0}{T}}. \quad (19)$$

Таким образом, МСА оказывается применимым для описания поглощения в пределе высоких частот.

Другой интересный предельный случай реализуется при ω , близких к ω_0 . По аналогии с трехмерным случаем при низких температурах вблизи частоты ω_0 величина $W_{11}(\omega)$ имеет резкий максимум, связанный с пороговым рождением фононов [12]. Такое поведение $W_{11}(\omega)$ определяется тем слагаемым в (14), которое зависит от разности $\omega - \omega_0$. Слагаемое, зависящее от $\omega + \omega_0$, плавно убывает с ростом частоты ω . Обозначим эти слагае-

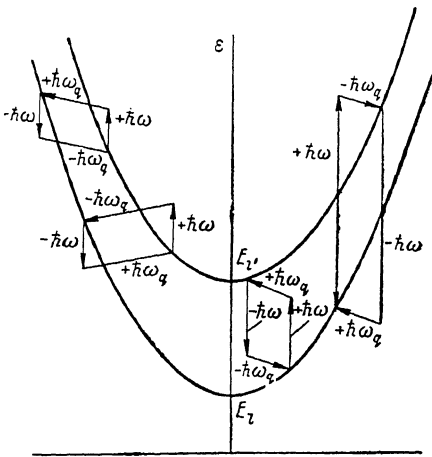


Рис. 1. Возможные переходы электрона между подзонами с номерами l и l' .

В правой части изображены процессы взаимодействия электрона с фотоном и фононом, которые учтены в W_{11}' . Слева изображены процессы, учтённые в W_{11} .

мые соответственно как W_{11}^- и W_{11}^+ . При выполнении условия $\left(\frac{\hbar|\omega - \omega_0|}{2\sqrt{E_0 T}} + \sqrt{\frac{T}{E_0}} \right) \ll 1$

$$W_{11}^- = \frac{2\pi^2 e^4 n}{\epsilon_\infty \hbar \sqrt{2\pi m T}} (\epsilon_\infty^{-1} - \epsilon_0^{-1}) \frac{\text{sh} \frac{\hbar\omega}{2T}}{\text{sh} \frac{\hbar\omega_0}{2T}} \frac{\omega|\omega - \omega_0|}{\omega^3} K_1 \left(\frac{\hbar|\omega - \omega_0|}{2T} \right), \quad (20)$$

где $K_1(x)$ — функция Макдональда первого порядка. Форма максимума поглощения в двумерном случае оказывается такой же, как и в трехмерном. Кроме того, интересно заметить, что величина W_{11}^- не зависит от толщины слоя d .

Отметим, что при вычислении $W(\omega)$ вблизи максимума поглощения очень важно учитывать интегральное слагаемое в (15). Неучет этого слагаемого (при использовании МСА) дает завышенное в $\sqrt{\pi E_0/T}$ раз значение W_{11}^- в максимуме и приводит к другой его форме.

В заключение раздела отметим, что подобные максимумы поглощения, хотя и в сильно ослабленном виде, должны наблюдаться также на частотах $\omega = \frac{E_0}{\hbar} (l'^2 - l^2) \pm \omega_0$.

3. Переходим к случаю статистики Ферми при $T=0$. Это приближение с хорошей точностью можно использовать, когда $\hbar\omega_0 \gg T$, $\hbar(\omega - \omega_0) \gg T$, $\epsilon_F - E_l \gg T$.

Подставляя в выражение (11)

$$f_{\mathbf{k}, l} = \begin{cases} 1, & E_l + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} < \varepsilon_F, \\ 0, & E_l + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} > \varepsilon_F, \end{cases} \quad (21)$$

заменяя гиперболические котангенсы на 1 или -1 и интегрируя по \mathbf{k} и \mathbf{q} , находим (см. Приложение)

$$W_{ll'} = \frac{e^4 \omega_0}{\varepsilon_\infty \hbar m d^4 \omega^3} \left(\varepsilon_\infty^{-1} - \varepsilon_0^{-1} \right) [I_+ - I_-], \quad \omega > \omega_0, \\ W_{ll'} = 0, \quad \omega < \omega_0. \quad (22)$$

Здесь

$$I_\pm = \frac{\pi}{4} (1 + \delta_{ll'}) \left\{ \frac{\vartheta_\pm^{(1)} + \vartheta_\pm^{(2)}}{2} + \pi^2 (l - l')^2 - \sqrt{[\pi^2 (l - l')^2 + \vartheta_\pm^{(1)}] [\pi^2 (l - l')^2 + \vartheta_\pm^{(2)}]} \right\} + \\ + \frac{\pi}{4} \left\{ \frac{\vartheta_\pm^{(1)} + \vartheta_\pm^{(2)}}{2} + \pi^2 (l + l')^2 - \sqrt{[\pi^2 (l + l')^2 + \vartheta_\pm^{(1)}] [\pi^2 (l + l')^2 + \vartheta_\pm^{(2)}]} \right\} - \\ - (4\pi^2 ll')^2 \int_{\sqrt{\vartheta_\pm^{(1)}}}^{\sqrt{\vartheta_\pm^{(2)}}} dt \frac{t^2 [1 - (-1)^{l+l'} e^{-t}]}{[t^2 + \pi^2 (l - l')^2]^2 [t^2 + \pi^2 (l + l')^2]^2} \sqrt{-(t^2 - \vartheta_\pm^{(1)}) (t^2 - \vartheta_\pm^{(2)})}, \quad (23)$$

$$\left. \begin{aligned} \vartheta_\pm^{(n)} &= \beta_l + \gamma_{ll'} + (-1)^n \sqrt{\beta_l (\beta_l + 2\gamma_{ll'})}, \\ \vartheta_\pm^{(n)} &= \beta_{l'} - \gamma_{ll'} + (-1)^n \sqrt{\beta_{l'} (\beta_{l'} - 2\gamma_{ll'})}, \\ \beta_l &= \frac{2\pi^2}{E_0} (\varepsilon_F - E_l), \quad \gamma_{ll'} = \frac{\pi^2}{E_0} [\hbar (\omega - \omega_0) - (E_{l'} - E_l)]. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

Величина I_+ в (22) вещественна лишь при

$$\beta_l + \gamma_{ll'} > |\gamma_{ll'}|, \quad (25a)$$

а величина I_- — при

$$\beta_{l'} - \gamma_{ll'} > |\gamma_{ll'}|. \quad (25b)$$

В случае нарушения одного из этих неравенств соответствующую величину I следует заменить нулем.

Как и в случае статистики Больцмана, рассмотрим сперва случай заполнения электронами только первой подзоны. Это означает, что $E_1 < \varepsilon_F < E_2$; следовательно, только $\beta_1 > 0$, а остальные $\beta_l < 0$ ($l \neq 1$). Тогда для $W_{ll'}$ с $l \neq 1$ автоматически не выполняются оба условия (25), а значит, $W_{ll'} = 0$ при $l \neq 1$. Это отражает тот очевидный факт, что оптические переходы из пустых зон невозможны. Далее из условий (25) следует, что отличны от нуля только те слагаемые $W_{1l'}$ в (10), для которых $\varepsilon_F + \hbar (\omega - \omega_0) > E_{l'}$, т. е. энергии кванта достаточно для заброса электрона из первой подзоны в подзону с номером l' .

Надо отметить, что интересующему нас положению уровня Ферми $E_1 < \varepsilon_F < E_2$ отвечает условие $0 < \beta_1 < 6\pi^2$. Если теперь подставить β_1 в выражение для концентрации носителей

$$n = \frac{1}{4\pi d^3} \sum_{l=1}^{\infty} \beta_l \Theta(\beta_l), \quad (26)$$

где $\Theta(x)$ — функция Хевисайда, то получим условие $n < n_0$, где $n_0 = 3\pi/2d^2$. При $d=100 \text{ \AA}$ $n_0 \approx 5 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$, что соответствует поверхностной концентрации $5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$.

Если $\varepsilon_F + \hbar (\omega - \omega_0) < E_2$, то $W=W_{11}$, т. е. переходы происходят только внутри первой подзоны. В этом случае выражение (22) можно

исследовать в двух предельных случаях. Сначала рассмотрим случай $\hbar(\omega - \omega_0) \ll \epsilon_F - E_1 \Leftrightarrow \gamma_{11} \ll \beta_1$. Разложение по малому параметру γ_{11}/β_1 дает

$$W = \frac{\pi e^4}{\epsilon_\infty \hbar^2 d^2} (\epsilon_\infty^{-1} - \epsilon_0^{-1}) \frac{\omega_0 (\omega - \omega_0)}{\omega^3} \left[3 - \sqrt{\frac{E_1}{\epsilon_F}} - \frac{2}{\pi} \xi(\beta_1) \right], \quad (27)$$

$$\xi(\beta) = \int_0^{\sqrt{2\beta}} \frac{2(2\pi)^4 (1 - e^t)}{t(t^2 + 4\pi^2)^3 \sqrt{2\beta - t^2}} dt \approx$$

$$\approx \begin{cases} \pi, & \beta \ll 1, \\ \frac{2}{\sqrt{2\beta}} - \frac{\sqrt{2\beta}}{2\beta + 4\pi^2} + \ln 8\beta - \left[2 + \frac{4\pi^2}{(2\beta + 4\pi^2)^{3/2}} \right] \ln \frac{\sqrt{2\beta + 4\pi^2} + \sqrt{2\beta}}{2\pi}, & \beta \gg 1. \end{cases} \quad (28)$$

Вероятность поглощения фотона в единицу времени равна нулю на частотах $\omega < \omega_0$, затем возрастает, проходит через максимум при $\omega = \omega_m = 3\omega_0/2$, после чего убывает как ω^{-2} . Выражение (27) хорошо описывает $W(\omega)$ в окрестности максимума поглощения (при $|\omega - \omega_m| \sim \omega_0$) при условии $\epsilon_F - E_1 \gg \hbar\omega_0$.

Рассмотрим другой предельный случай $\gamma_{11} \gg \beta_1 \Leftrightarrow \epsilon_F - E_1 \ll \hbar(\omega - \omega_0)$. Разложение W по малому параметру β_1/γ_{11} дает в этом случае

$$W = \frac{\pi^2 e^4 n}{\epsilon_\infty \hbar m d} (\epsilon_\infty^{-1} - \epsilon_0^{-1}) \frac{\omega_0}{\omega^3} \left[3 - \frac{4\pi^2}{\gamma_{11} + 4\pi^2} - \frac{2(2\pi)^4 (1 - e^{-\sqrt{\gamma_{11}}})}{\sqrt{\gamma_{11}} (\gamma_{11} + 4\pi^2)^2} \right]. \quad (29)$$

Отметим, что величина W имеет различную зависимость от концентрации носителей в этих предельных случаях. Слабая зависимость W в первом случае $\hbar(\omega - \omega_0) \ll \epsilon_F - E_1$ связана с тем, что в процессе поглощения участвуют электроны из слоя толщиной $\hbar(\omega - \omega_0)$ под уровнем Ферми. Ширина этого энергетического интервала не зависит от концентрации. А поскольку плотность электронных состояний постоянна для каждой подзоны, то и число электронов, способных поглотить фотон, не зависит от концентрации (но сильно зависит от частоты фотона). Во втором случае ($\hbar(\omega - \omega_0) \gg \epsilon_F - E_1$) поглощать могут все электроны. Их число пропорционально концентрации, но не зависит от частоты. Именно этим объясняется более сильная зависимость W от концентрации носителей и более слабая от частоты, чем в первом случае.

Если наряду с условием $\epsilon_F - E_1 \ll \hbar(\omega - \omega_0)$ считать, что $\hbar(\omega - \omega_0) \ll \ll E_0/\pi^2$, то (29) можно еще упростить, разлагая в ряд по $\gamma_{11} \ll 1$,

$$W = \frac{\sqrt{2}}{\epsilon_\infty \hbar^3 m^{1/2}} \frac{\pi^2 e^4 n}{\omega^3} (\epsilon_\infty^{-1} - \epsilon_0^{-1}) \frac{\omega_0}{\omega^{1/2}} (\omega - \omega_0)^{1/2}. \quad (30)$$

Это выражение описывает рост коэффициента поглощения до некоторой частоты $\omega_m = 6\omega_0/5$ и дальнейшее ее падение. Оно справедливо в области максимума поглощения при условии $\hbar\omega_0 \gg \epsilon_F - E_1$.

Результат (30) с точностью до коэффициента $\pi/4$ совпадает с аналогичным результатом, полученным в [12] для трехмерного случая.

В пределе высоких частот $\gamma_{11} \gg 1 \Leftrightarrow \hbar(\omega - \omega_0) \gg E_0/\pi^2$ получаем из (29)

$$W = \frac{\pi^2 e^4 n}{\epsilon_\infty \hbar m d} (\epsilon_\infty^{-1} - \epsilon_0^{-1}) \frac{\omega_0}{\omega^3} \left(3 - \frac{4E_0}{4E_0 + \hbar(\omega - \omega_0)} \right). \quad (31)$$

Это выражение, как и следовало ожидать, совпадает с (17), полученным в случае статистики Больцмана при $\hbar\omega_0 \gg T$, $\hbar(\omega - \omega_0) \gg T$, $E_0 \gg T$, $E_0/\pi^2 \ll \hbar(\omega - \omega_0) \ll 3E_0$.

Завершая рассмотрение поглощения за счет переходов в первой подзоне, интересно отметить, что в двух предельных случаях высоких и низких концентраций характер зависимостей $W(\omega)$ (27) и (30) и положения

максимумов поглощения совпадают с результатами, полученными в [12] для трехмерного кристалла.

Следует отметить, что в промежутке между двумя предельными случаями положение максимума слабо зависит от концентрации, располагаясь между $6\omega_0/5$ и $3\omega_0/2$.

4. Возможность переходов между подзонами приводит к существованию в квазидвумерных системах принципиально нового эффекта, а именно, к появлению дополнительных максимумов поглощения, положение которых сильно зависит от положения уровня Ферми (а следовательно, и от концентрации). Рассмотрим это явление подробнее. В случае $E_1 < \epsilon_F < E_2$ $W=W_{11}$, если $\hbar(\omega-\omega_0) < E_2-\epsilon_F$. При нарушении этого условия становятся возможными переходы из первой подзоны в высшие. Так, если $\hbar(\omega-\omega_0) > E_2-\epsilon_F$, но $\hbar(\omega-\omega_0) < E_3-\epsilon_F$, то

$$W = W_{11} + W_{12} \quad (32)$$

и возможны переходы из первой подзоны во вторую.

Рассмотрим случай $(\beta_1 + 2\gamma_{12})/(\beta_1 + \gamma_{12}) \ll 1$. Разложение W_{12} в ряд по этому малому параметру дает

$$W_{12} = \frac{4\pi^2 e^4 n d}{\epsilon_0 \hbar^3} (\epsilon_\infty^{-1} - \epsilon_0^{-1}) \frac{\omega_0}{\omega^3} [\hbar(\omega - \omega_0) - (E_2 - \epsilon_F)] F(\beta_1 + \gamma_{12}), \quad (33)$$

$$F(x) = \frac{x + 5\pi^2}{(x + \pi^2)(x + 9\pi^2)} - \frac{(8\pi^2)^2 (1 + e^{-\sqrt{x}}) \sqrt{x}}{(x + \pi^2)^2 (x + 9\pi^2)^2}. \quad (34)$$

В отсутствие $F(\beta_1 + \gamma_{12})$ (33) достигает максимума на частоте $\hbar\omega_m = 3(E_2 - \epsilon_F + \hbar\omega_0)/2$. Обсудим теперь вопрос о влиянии $F(\beta_1 + \gamma_{12})$ на частотную зависимость $W_{12}(\omega)$. Численные расчеты показывают, что в достаточно широкой области концентраций функция $F(\beta_1 + \gamma_{12})$ в окрестности максимума поглощения меняется достаточно слабо. Поэтому учет частотной зависимости этого сомножителя в выражении (33) практически не изменит форму и положение максимума поглощения W_{12} , полученные без его учета. Кроме того, в этой области частот и концентраций можно считать несущественной зависимость $F(\beta_1 + \gamma_{12})$ от концентрации носителей.

Вид зависимости $W(\omega) = W_{11} + W_{12}$ представлен на рис. 2 для различных положений уровня Ферми.³

Из полученных в случае вырожденной статистики результатов можно сделать следующие выводы.

1) Должна наблюдаться зависимость положений максимумов поглощения, связанных с переходами электронов в пустые подзоны, от концентрации носителей.

2) Если $\epsilon_F = E_2$, то положения максимумов поглощения, связанных с переходами в первую и вторую подзоны, совпадают. При этом вероятность перехода электрона во вторую подзону почти в 5 раз больше вероятности перехода в первую.⁴ Отметим в связи с этим, что в литературе, посвященной рассеянию электронов на оптических фононах в квазидвумерных системах [10, 13], существует точка зрения, согласно которой в результате рассеяния электрон с большей вероятностью останется в той же подзоне, чем покинет ее. Наш пример показывает, что это утверждение неверно в случае переходов с участием оптических фононов и фотонов. Отметим, что использование МСА [6] для расчета поглощения в этом случае дает практически ту же величину W_{12} , но завышает W_{11} почти в 13 раз. Тем самым вероятность перехода электрона в первую подзону оказывается сильно завышенной и большей, чем во вторую.

³ Величина W_{11} вычислялась по формуле (27).

⁴ Численные расчеты производились для случая $E_0 = 10 \hbar\omega_0$.

5. В трехмерной системе величина W связана с коэффициентом поглощения простым соотношением

$$\alpha = \frac{\sqrt{\epsilon_{\infty}}}{c} W. \quad (35)$$

Однако для одинарного тонкого поглощающего слоя с толщиной, меньшей длины волны света, понятие о коэффициенте поглощения лишено смысла, поскольку экспериментально измеряемый коэффициент пропускания $A=1-\exp(-\alpha d)$ практически неотличим от единицы.

Для наблюдения поглощения света в квазидвумерных системах в качестве образца имеет смысл использовать многослойную гетероструктуру. В приближении большого числа невзаимодействующих поглощающих слоев толщины d , чередующихся с прозрачными слоями толщины h , в случае, если световая волна распространяется перпендикулярно слоям (при этом она всегда поляризована в плоскости слоев), эффективный коэффициент поглощения

$$\alpha_{\text{эф}} = \frac{\alpha d}{d+h}, \quad (36)$$

где α — величина, вычисленная по формуле (35).

В том случае, если направление распространения света

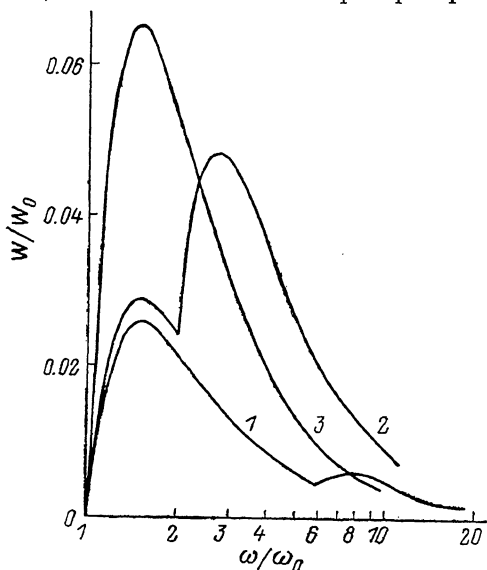


Рис. 2. Зависимость вероятности поглощения фотона в единицу времени от частоты в случае $E_0=10 \hbar\omega_0$ для различных положений уровня Ферми.

ϵ_F : 1 — $3.5E_0$, 2 — $E_2 - \hbar\omega_0 = 3.9E_0$, 3 — $E_2 = 4E_0$ (кривая 3 уменьшена по оси ординат в 2.5 раза). $W_0 = \frac{\pi e^4}{\epsilon_{\infty} \hbar^2 d^2 \omega_0} (\epsilon_{\infty}^{-1} - \epsilon_0^{-1})$.

лежит в плоскости слоев и электрическое поле волны поляризовано в этой же плоскости при условии $\lambda \gg d, h$, эффективная диэлектрическая проницаемость такой среды дается соотношением

$$\epsilon_{\text{эф}} = \frac{\epsilon_1 d + \epsilon_2 h}{d+h} \quad (37)$$

[14], где ϵ_1 — диэлектрическая проницаемость поглощающего слоя, имеющая мнимую часть; ϵ_2 — чисто действительная диэлектрическая проницаемость прозрачного слоя. В результате, если $\alpha d/\omega \ll 1$ и $\text{Re}\epsilon_1 \approx \approx \epsilon_2 \approx \epsilon_{\infty}$, то

$$\alpha_{\text{эф}} = \frac{\alpha d}{d+h}. \quad (38)$$

Для изучения положения и формы максимумов поглощения в зависимости от концентрации (случай статистики Ферми) могут оказаться интересными эксперименты по отражению света МДП структурами. В этом случае легко осуществляется изменение концентрации носителей и, хотя потенциальная яма для электронов далека от прямоугольной, качественно картина, видимо, не изменится.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Мы не будем приводить здесь полных выводов выражений (14) и (22), пояснив лишь, как в (11) производится интегрирование по q_x .

$$\begin{aligned}
J &= \frac{1}{\pi d} \int_{-\infty}^{+\infty} dq_x \frac{1}{q_{\perp}^2 + q_x^2} \left| \frac{2}{d} \int_0^d \sin \frac{\pi l}{d} z \sin \frac{\pi l'}{d} z e^{iq_x z} dz \right|^2 = \\
&= \frac{4}{\pi d^3} \int_0^d dz \sin \frac{\pi l}{d} z \sin \frac{\pi l'}{d} z \int_0^d dz' \sin \frac{\pi l}{d} z' \sin \frac{\pi l'}{d} z' \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dq_x}{q_{\perp}^2 + q_x^2} e^{iq_x (z-z')} = \\
&= \frac{4}{d^3} \int_0^d dz \sin \frac{\pi l}{d} z \sin \frac{\pi l'}{d} z \int_0^d dz' \sin \frac{\pi l}{d} z' \sin \frac{\pi l'}{d} z' \frac{e^{-q_{\perp} |z-z'|}}{q_{\perp}} = \\
&= \frac{8}{q_{\perp} d^3} \int_0^d dz \sin \frac{\pi l}{d} z \sin \frac{\pi l'}{d} z \int_0^z dz' \sin \frac{\pi l}{d} z' \sin \frac{\pi l'}{d} z' e^{-q_{\perp} (z-z')}. \quad (\text{II, 1})
\end{aligned}$$

Выполняя последний переход, мы заменили интеграл по области $(0 < z < d; 0 < z' < d)$ на удвоенный интеграл по области $(0 < z < d; 0 < z' < z)$. Дальнейшее интегрирование дает

$$\begin{aligned}
J &= \frac{1 + \delta_{ll'}}{q_{\perp}^2 d^2 + \pi^2 (l - l')^2} + \frac{1}{q_{\perp}^2 d^2 + \pi^2 (l + l')^2} - \\
&- \frac{2 (4\pi^2 ll')^2 q_{\perp} d [1 - \cos \pi (l + l') z^{-q_{\perp} d}]}{[q_{\perp}^2 d^2 + \pi^2 (l - l')^2]^2 [q_{\perp}^2 d^2 + \pi^2 (l + l')^2]^2}. \quad (\text{II, 2})
\end{aligned}$$

В заключение авторы выражают благодарность Ю. М. Гальперину и Е. Л. Ивченко за обсуждение результатов.

Л и т е р а т у р а

- [1] *Dingle R.* In: *Festkörperprobleme: Advances in Solid State Physics*, ed. by H. J. Queisser, Vieweg, Braunschweig, 1975, vol. 15, p. 21—48.
- [2] *Spector H. N.* Phys. Rev. B, 1983, vol. 28, N 2, p. 971—976.
- [3] *Adamska H., Spector H. N.* J. Appl. Phys., 1984, vol. 56, N 4, p. 1123—1127.
- [4] *Kubakaddi S. S., Mulimani B. G.* J. Appl. Phys., 1985, vol. 58, N 9, p. 3640—3642.
- [5] *Trallero Giner C., Anton M.* Phys. St. Sol. (b), 1986, vol. 133, N 2, p. 563—572.
- [6] *Comas F., Trallero Giner C., Leon H.* Phys. St. Sol. (b), 1986, vol. 138, N 1, p. 219—227.
- [7] *Рытова Н. С.* ФТТ, 1966, т. 8, № 9, с. 2672—2678.
- [8] *Тавгер Б. А., Демидовский В. Я.* УФН, 1968, т. 96, № 1, с. 61—86.
- [9] *Rahman T. S., Mills D. L., Riseborough P. S.* Phys. Rev. B, 1981, vol. 23, N 8, p. 4081—4088.
- [10] *Ridley B. K. J.* Phys. C: Sol. St. Phys., 1982, vol. 15, N 28, p. 5899—5917.
- [11] *Riddoch F. A., Riddley B. K. J.* Phys. C: Sol. St. Phys., 1983, vol. 16, N 36, p. 6971—6982.
- [12] *Гуревич В. Л., Ланг И. Г., Фирсов Ю. А.* ФТТ, 1962, т. 4, № 5, с. 1252—1262.
- [13] *Магарилл Л. И., Романов А. А., Шик А. Я.* ФТП, 1987, т. 21, № 3, с. 404—410.
- [14] *Agranovich V. M., Kravtsov V. E.* Sol. St. Commun., 1985, vol. 55, N 1, p. 85—90.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Поступило в Редакцию
12 января 1988 г.