

УДК 539.21

СЖИМАЕТ ЛИ ДАВЛЕНИЕ ЛАПЛАСА ФИЗИЧЕСКИЕ ТЕЛА?

В. И. Горчаков, Э. Л. Нагаев, С. П. Чижик

Проанализирован физический смысл давления Лапласа P_L . Показано, что оно является чисто математическим понятием, позволяющим формально представить химпотенциал атомов в теле конечных размеров $\mu(R, P)$ при истинном давлении, как химпотенциал $\mu(\infty, P+P_L)$ в теле бесконечно больших размеров при давлении, сдвинутом по сравнению с истинным на P_L . Соответственно давление Лапласа не может вызвать однородного сжатия физических тел. Наблюдаемая на эксперименте размерная зависимость средней постоянной решетки может быть объяснена релаксацией поверхности малых частиц.

Хотя давление Лапласа известно уже два века, до сих пор очень многие физики совершенно неправильно понимают его физический смысл. В значительной мере это связано с тем, что давление Лапласа вводится только феноменологически. В отличие от обычного давления нет никаких микроскопических расчетов давления Лапласа, сделавших бы физическую картину наглядной. Очень многие убеждены, что коль скоро существует давление Лапласа, то оно неизбежно должно сжимать физические тела с конечной кривизной поверхности. Вопрос о том, как именно действует давление Лапласа на физические тела, чрезвычайно важен для физики ультрадисперсных сред.

Существует обширная литература, в которой используются представления о том, что малые частицы сжаты давлением Лапласа [1]. Между тем самоочевидность такого представления лишь кажущаяся. В [2] были приведены микроскопические модели, свидетельствующие о том, что однородного сжатия тел ограниченных размеров не происходит. Изменение среднего расстояния между атомами в этих телах может быть связано лишь с поверхностной релаксацией. Что же касается эксперимента, то он, скорее, свидетельствует против существования лапласовского сжатия. Правда, в большинстве случаев наблюдается сжатие малых частиц [1]. Однако нет никаких доказательств того, что это сжатие однородно, как оно должно было бы быть под действием давления Лапласа. Но, что особенно важно, в ряде случаев наблюдалось не сжатие, а расширение малых частиц [3-7]. Если бы лапласовское давление сжимало малые частицы, то сжатие должно было бы быть их универсальным свойством.

В настоящей работе, во-первых, ставится цель выяснить физический смысл давления Лапласа и доказать в рамках феноменологического подхода, что оно действительно не вызывает сжатия физических тел. Во-вторых, будет представлен расчет среднего расстояния между атомами в теле ограниченных размеров, и будет показано, что оно может быть как меньше, так и больше, чем в массивном образце. Знак эффекта зависит от условий на границе и может измениться, например, в результате адсорбции на поверхности малой частицы. Этот теоретический вывод может объяснить экспериментально обнаруженное явление; если у малой частицы поверхность чистая, то она сжимается, если же на ней происходит адсорбция, то она растягивается [3].

Общеизвестно, что давление Лапласа стремится изменить форму тел таким образом, чтобы обеспечить минимум их поверхностной энергии E_S . В случае жидкой капли принято считать, что E_S всегда пропорциональна площади поверхности

$$E_S = \alpha S, \quad (1)$$

где поверхностное натяжение α считается постоянным. Площадь поверхности капли, если исходно она была несферической, можно уменьшить двумя способами: 1) сделать ее сферической, не уменьшая ее объема; 2) сжать ее, и тогда S уменьшится даже у сферической капли. Именно на постулате, что (1) остается верным для обоих этих процессов, и строится стандартный вывод выражения для давления Лапласа P_L

$$P_L = \alpha (1/R_1 + 1/R_2), \quad (2)$$

$R_{1, 2}$ — радиусы кривизны частицы. Как следствие такого подхода неизбежен вывод, что давление Лапласа должно сжимать тела с искривленной поверхностью.

Однако, как будет показано ниже, феноменологическое соотношение (1) справедливо лишь в том случае, когда изменение площади поверхности производится при неизменном объеме. При сжатии частицы равенство (1) может быть неверно даже качественно, и, стало быть, из него нельзя сделать вывода о термодинамической выгодности сжатия частиц.

Ниже нами будут рассмотрены сначала некоторые микроскопические модели, а затем будет проведен общий термодинамический анализ вопроса. Приведенные далее физические соображения позволяют сформулировать нашу точку зрения следующим образом. Поверхностное натяжение влияет на равновесные свойства частиц двояко. Во-первых, оно определяет форму их поверхности, а, во-вторых, поверхностное натяжение приводит к сдвигу химического потенциала тел ограниченных размеров по сравнению с бесконечно большими телами, на что ранее внимания не обращалось.

Химпотенциал тел шарообразной и цилиндрической формы можно формально выразить через химический потенциал бесконечного образца путем сдвига реального давления на величину, равную давлению Лапласа. Таким образом, давление Лапласа принимает здесь смысл чисто математического понятия, а не реальной физической силы. Но размерный сдвиг химпотенциала обнаруживают и тела с формой, при которой давление Лапласа равно нулю, например плоские пленки. Естественно, будучи чисто математическим понятием, давление Лапласа не может вызвать сжатия физических тел.

1. Микроскопические модели

Рассмотрим сначала следующую микроскопическую модель: свободные электроны в бесконечно глубокой потенциальной яме с объемом V и площадью поверхности S . Из-за пространственного квантования энергии электронов сдвигаются вверх. Анализ плотности электронных уровней в квазиклассическом пределе $kL \gg 1$, где $L = V/S$, показывает, что она представима в виде разложения по $(kL)^{-1}$ [8]

$$\left. \begin{aligned} g(E, L) &= g_0(E) [1 - \pi S/4kV], \\ g_0(E) &= \frac{\sqrt{2}}{\pi^2} m^{3/2} E^{1/2} V, \quad k = \sqrt{2mE} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

(аналог (3) для акустических систем был получен еще в начале века Вейлем). Из (3) сразу же получается выражение для фермиевской энергии электронов при $T=0$,

$$\mu(L) = \mu(\infty) [1 + \pi S/4k_F V], \quad \mu(\infty) = \frac{(3\pi^2 n)^{2/3}}{2m}, \quad (4)$$

где k_F — фермиевский импульс, $\hbar=1$ [9].

Из (4) непосредственно видно, что фермиевская энергия электронов в ограниченном объеме зависит не только от их концентрации $n=N/V$, но и от отношения S/N . Так как концентрация непосредственно связана с электронным давлением, тем самым доказано, что химпотенциал следует считать функцией P , T и S/N .

Полная энергия электронного газа, получаемая из (4) интегрированием по числу атомов N , дается выражением

$$E_t = \frac{3}{5} \mu(\infty) nV + \frac{m\mu^2(\infty)}{8\pi} S. \quad (5)$$

Выражение (5) моделирует энергию металлической частицы, если считать в нем N постоянным. Выясним размерную зависимость E_t при этом условии. Изменение площади поверхности можно производить либо при фиксированной плотности n , меняя форму частицы, либо при фиксированной форме частицы, меняя n . В первом случае с учетом постоянства V выражение (5) с точностью до аддитивной постоянной имеет структуру (1). Этим подтверждается справедливость (1) при постоянной плотности. Если же изменение S сопровождается изменением n , то выражение (1) несправедливо и может привести даже к качественно неверным выводам. Действительно, рассмотрим размерную зависимость E_t у сферической частицы, площадь поверхности которой можно изменить только сжатием. Оба члена в (5) пропорциональны R^{-2} , т. е. разделение энергии на объемную и поверхностную части теряет смысл. Более того, с уменьшением площади поверхности энергия не убывает, а растет как $1/S$.

Обратимся теперь к другой микроскопической модели: изотропному кристаллу со взаимодействием только между ближайшими соседями. Из этой модели прежде всего видно, что поверхностная энергия E_s выражается не через площадь поверхности, а через число N_s поверхностных атомов

$$E_s = \gamma N_s^*, \quad \gamma = |\epsilon| \Delta Z, \quad (6)$$

где ϵ — энергия взаимодействия пары атомов, ΔZ — число связей с ближайшими соседями, оборванных поверхностью. Соотношение (6) эквивалентно (1) в том и только в том случае, когда при изменении S плотность n атомов не меняется, так как только тогда $N_s \sim nS$. Следовательно, при однородном сжатии, меняющем S , но не меняющем N_s , формула (1) опять несправедлива.

Более того, как и в предыдущей модели, она неверна даже качественно. Действительно, в этой модели все атомы как внутри объема, так и на поверхности находятся от ближайших соседей на расстоянии a_0 , при котором энергия межатомного взаимодействия ϵ минимальна. Если подвергнуть частицу сжатию, в результате которого межатомное расстояние a становится меньше a_0 , то из-за этого, согласно (6), E_s возрастет, а не уменьшится. Чтобы уменьшить E_s , следует изменить форму поверхности, меняя тем самым и N_s . Но расстояние a_0 должно оставаться неизменным. Именно в этом и проявляется действие поверхностного натяжения, когда форма поверхности не отвечает минимуму E_s .

Тот факт, что независимо от размеров образца расстояние между ближайшими соседями равно a_0 , и означает отсутствие лапласовского сжатия в этой модели (обобщение понятия давления Лапласа на кристаллы проведено в [5]). Поскольку соображения, ведущие к существованию лапласовского сжатия, носят феноменологический характер, они должны быть применимы к любой микроскопической модели. Несогласие этих соображений с результатами анализа какой-либо частной модели свидетельствует об их неадекватности.

2. Термодинамический анализ

С точки зрения термодинамики лапласовское давление появляется как следствие неучета зависимости химпотенциала частицы от S . Между тем эта зависимость заведомо существует, поскольку атомы на поверхности

находятся в иных условиях, чем в объеме. Формально она следует из того, что, согласно [10], термодинамические потенциалы тел ограниченных размеров должны кроме обычных пар переменных зависеть еще от S . Примером зависимости μ от S служит выражение (4). Ниже будет показано, что если учесть зависимость μ от S , то нет необходимости вводить давление Лапласа — можно считать давления в обеих фазах совпадающими друг с другом.

При термодинамическом равновесии форма тела должна обеспечивать минимум его поверхностной энергии. Тем самым все термодинамические потенциалы должны достигать минимума по S при произвольных значениях остальных переменных, от которых они зависят. Это условие, в частности, накладывает связь на переменные P , T , N , S , от которых зависит свободная энергия Гиббса Φ . Следовательно, вычисляя дифференцированием Φ по N , при заданных P и T следует считать S функцией N .

Рассмотрим сферическую частицу с радиусом R и плотностью числа атомов n_1 (фаза 1), находящуюся в равновесии с другой фазой 2. Тогда свободную энергию Гиббса системы можно записать в виде

$$\Phi = \Phi_1(P, T) + \Phi_2(P, T) + \alpha S, \quad (7)$$

где в членах Φ_1 и Φ_2 поверхностные эффекты не учитываются. Выражая S через число атомов в фазе 1, N_1 и дифференцируя (7) по нему, получаем

$$\mu_1(P, T, S) = \mu_1(P, T, \infty) + \frac{2\alpha}{n_1 R}, \quad (8)$$

где $\mu_1(P, T, \infty)$ — химпотенциал образца бесконечных размеров. Что же касается $\mu_2(P, T, S)$, то он отличается от $\mu_2(P, T, \infty)$ на величину $\sim \alpha S/N_2$, пренебрежимо малую при числе N_2 атомов в фазе 2, стремящемся к бесконечности.

Далее, воспользовавшись соотношением $d\mu = dP/n$ ($T = \text{const}$), получаем из (8), (2) в первом порядке по $P_L/P \ll 1$

$$\mu_1(P, S) = \mu_1(P + P_L, \infty). \quad (9)$$

Результат (9) справедлив и для кругового цилиндра, если под P_L понимать α/R , как и при обычном определении давления Лапласа для цилиндра (2). Тем самым показано, что давление Лапласа P_L есть формальная величина, позволяющая выразить истинный химический потенциал частицы $\mu(P, S)$ при истинном давлении P через химический потенциал массивного образца с $S \rightarrow \infty$. Если же учесть зависимость химического потенциала от S явным образом, то для описания состояния капли в условиях термодинамического равновесия нет необходимости вообще вводить давление Лапласа.

Важен и еще один момент, отличающий введенное здесь фиктивное давление Лапласа от истинного; истинное не равно нулю только для поверхностей с ненулевой кривизной. Рассматриваемое же здесь фиктивное давление отлично от нуля и для плоских поверхностей. Действительно, рассмотрим пленку толщины L с бесконечно большой поверхностью (она равновесна, когда растягивается твердым каркасом [10]). Для нее тоже возникнет поправка к химическому потенциалу массивного образца порядка S/V . Соответственно для плоскопараллельной пленки остается в силе выражение (9) с эффективным давлением Лапласа $P_L = 2\alpha/L$ («истинное» же P_L (2) равно нулю). Кстати, этот качественный результат получается и из модели (4). Отметим также, что аналогичный вывод был сделан ранее Я. И. Френкелем [11] из чисто кинетических соображений (химического потенциала, зависящего от площади поверхности, он не вводил).

Этот результат ведет к ряду физических следствий. Так, давление насыщающих паров, определяемое из равенства химических потенциалов пара и конденсированной фазы, оказывается размерно-зависящим не только в случае капель с отличной от нуля кривизной, но и в случае тонких пленок.

3. Модель приповерхностной деформации кристалла

Исследуем подробнее приповерхностную деформацию кристалла. Будет рассмотрена микроскопическая модель, анализ которой позволит выяснить характер деформации упругой среды в тех условиях, когда единственным физическим механизмом, приводящим к изменению конфигурации образца, является упругая деформация. Предполагается, что среда является кристаллическим твердым диэлектриком с решеткой, свободной от структурных дефектов. В такой ситуации единственной причиной деформации образца является наличие у него границы. Для простоты мы ограничимся случаем простой кубической решетки. Относительно формы образца считается, что он представляет собой тонкую пленку, ограниченную двумя поверхностями с индексами (1, 0, 0).

Ниже будет показано, что деформация структуры такой системы по отношению к объемной сводится только к поверхностной релаксации, достаточно быстро убывающей в глубь от его границы. Знак и величина деформации (т. е. относительное увеличение или уменьшение толщины пленки) при этом зависят от физических факторов микроскопической природы (в рамках данной модели — это структура потенциалов межатомного взаимодействия) и не являются универсальными. Как следствие этого, любые внешние воздействия, приводящие к модификации этих взаимодействий, могут вызвать соответствующее изменение деформации. В частности, таким внешним фактором может явиться адсорбция, влияние которой на деформацию образца может, в принципе, проявиться достаточно сильно — вплоть до изменения ее знака.

Энергия системы записывается в виде

$$E = L_s^2 [\varphi_1^{(S)}(a_0) + \varphi_2^{(S)}(a_0 + a_1) + \varphi_1^{(S)}(a_L) + \varphi_2^{(S)}(a_{L-1} + a_L) + \sum_{n=1}^{L-1} \varphi_1(a_n) + \sum_{n=1}^{L-2} \varphi_2(a_n + a_{n+1})]. \quad (10)$$

Здесь $a_n = z_{n+1} - z_n$ — величины межплоскостных расстояний в направлении по нормали и поверхности (z_n — координаты соответствующих слоев). Образец состоит из $L+1$ атомного слоя ($n=0, 1, \dots, L, L+1$), L_s^2 — число атомов в одном атомном слое. Из-за предполагаемой малости деформации структура образца устойчива по отношению к перестройке его поверхности с изменением симметрии, т. е. деформация сводится только к изменению указанных расстояний a_n между атомными слоями, которые смещаются как единое целое без изменения постоянной решетки в направлениях, параллельных поверхности образца.

В выражении (10) учтено межатомное взаимодействие как ближайших соседей (потенциалы φ_1 и $\varphi_1^{(S)}$), так и более удаленных (φ_2 и $\varphi_2^{(S)}$), причем мы ограничились учетом взаимодействия только вторых по дальности соседей. Учитывается, что взаимодействие атомов в крайних атомных слоях с атомами, расположенными в ближайших к ним других атомных слоях, вообще говоря, отличается от такого взаимодействия для атомов, расположенных в глубине образца. Физической причиной этого может быть сам факт того, что атомы в крайних слоях находятся в существенно иных условиях, чем такие же атомы, но расположенные в объеме образца. Однако возможно и иная интерпретация модели, когда считается, что собственно образец составляют атомные слои с $n=1, 2, \dots, L$, а поверхностные атомные слои с $n=0, L+1$ образованы частицами, адсорбированными на его поверхности.

Малость деформации означает, что изменение $\alpha_n \equiv a_n - a$ межплоскостных расстояний по отношению к величине a в случае массивного образца малы для внутренних слоев, т. е. $|\alpha_n| \ll a$ для $n=1, 2, \dots, L-1$. Аналогичное предположение в отношении значений α_0 и α_L не делается, так как при адсорбции эти величины отнюдь не малы. В этом случае их можно

считать феноменологическими параметрами, определяемыми природой адсорбции.

Произведем в (10) разложение в ряд по малым смещениям

$$E - L_S^r [\varphi_1^{(S)}(a_0) + \varphi_1^{(S)}(a_L) + \varphi_2^{(S)}(a_0 + a) + \varphi_2^{(S)}(a_L + a) - L_{(S)}^2 \times \\ \times \sum_{n=1}^{L-1} \varphi_1(a) - L_S^2 \sum_{n=1}^{L-1} \varphi_2(2a) \equiv \Delta E = -L_S^2 \sum_{n=1}^{L-1} f_n \alpha_n + \frac{1}{2} L_S^2 \sum_{n,m=1}^{L-1} g_{nm} \alpha_n \alpha_m, \quad (11)$$

$$f_n \equiv f^{(a)}(\delta_{n1} + \delta_{n, L-1}), \quad f^{(a)} \equiv \varphi_2'(2a) - \varphi_2^{(S)'}(a_0 + a),$$

а симметричная матрица g_{nm} имеет следующие ненулевые элементы

$$g_{11} = g_{L-1, L-1} = P + Q + Q_{(S)}, \quad g_{22} = g_{33} = \dots = g_{L-2, L-2} = P + 2Q, \\ g_{12} = g_{23} = \dots = g_{L-2, L-1} = Q.$$

Здесь

$$P \equiv \varphi_1'(a), \quad Q \equiv \varphi_2'(2a), \quad Q_S \equiv \varphi_2^{(S)'}(a_0 + a).$$

Выше при вычислении (11) учтено естественное условие $\varphi_1'(a) + 2\varphi_2'(2a) = 0$, определяющее величину a постоянной решетки для случая массивного образца.

Равновесные значения α_n можно найти путем минимизации энергии E по α_n с $n = 1, 2, \dots, L-1$

$$\sum_{m=1}^{L-1} g_{nm} \alpha_m = f_n. \quad (12)$$

Решение этой системы производится подобно тому, как это сделано в [12]. Из (12) следует, что

$$\alpha_n = f^{(a)} (G_{n1}^0 + G_{n, L-1}^0) [1 - (Q - Q_S)(G_{01}^0 + G_{11}^0 + G_{0, L-1}^0 + G_{1, L-1}^0)]^{-1},$$

где $G_{nm}^0 \equiv \theta^{-(n-m)} [Q(\theta^{-1} - \theta)]^{-1}$, а θ — тот из корней «характеристического» уравнения

$$Q(\theta + \theta^{-1}) + P + 2Q = 0, \quad (13)$$

для которого $|\theta| > 1$. В результате для α_n получается следующее выражение

$$\alpha_n = C \left(\theta^{\frac{L}{2} - n} + \theta^{-\frac{L}{2} + n} \right), \quad (14)$$

$n = 1, \dots, L-1$,

$$C = -f^{(a)} \left[(\theta^{1/2} + \theta^{-1/2}) \left(\theta^{\frac{L-1}{2}} + \theta^{-\frac{L-1}{2}} \right) (Q - Q_S) + Q_S (1 - \theta^{-2}) \theta^{L/2} \right]^{-1} \quad (15)$$

Когда адсорбат отсутствует, то решение по-прежнему дается формулой (14), но следует осуществить замену $C \rightarrow C_0$, где

$$C_0 = -f_0^{(a)} \left[(\theta^{1/2} + \theta^{-1/2}) \left(\theta^{\frac{L-1}{2}} + \theta^{-\frac{L-1}{2}} \right) Q \right]^{-1} \left. \vphantom{C_0} \right\} \quad (16)$$

$$f_0^{(a)} \equiv \varphi_2'(2a).$$

Формула (14) описывает деформацию, амплитуда которой убывает от границы в глубь образца по экспоненциальному закону. Как это следует из (13), соответствующий декремент зависит от отношения коэффициентов жесткости P и Q для взаимодействия ближайших и более удаленных соседей. В зависимости от соотношения между ними характер релаксации может быть различным.

Можно выделить два случая: 1) отношение Q/P таково, что из (13) получается, что $\theta = +\exp(x) > 0$; при этом знак деформации постоянен: $\text{sgn}(\alpha_n) = \text{const}$; 2) $\theta = -\exp(\mu) < 0$, и при этом деформация знакопеременна, т. е. $\text{sgn}(\alpha_n) = -\text{sgn}(\alpha_{n+1})$.

Исходя из (14) для средней деформации δ_L собственно образца (атом-

ные слои с $n = 1, 2 \dots, L$), $\delta_L \equiv \sum_{n=1}^{L-1} \alpha_n / (L-1)$, получается следующее выражение

$$\delta_L = \frac{2C}{L-1} \frac{\frac{L-1}{\theta^2} - \theta - \frac{L-1}{2}}{\theta^{1/2} - \theta^{-1/2}} \quad (17)$$

Для случая 1) из (17) находим, что

$$\delta_L = -\frac{f^{(a)}}{L-1} \left[\operatorname{sh}(x) \operatorname{cth}\left(x \frac{L-1}{2}\right) (Q - Q_S) + \right. \\ \left. + Q_S \operatorname{sh}(x) \operatorname{sh}(x/2) \operatorname{sh}^{-1}\left(x \frac{L-1}{2}\right) e^{x \frac{L-2}{2}} \right]^{-1} \quad (18)$$

В случае 2), когда релаксация поверхности имеет знакопеременный характер, получаются два различных выражения

$$\delta_L = \frac{f^{(a)}}{L-1} \left[\operatorname{sh}(\mu) \operatorname{th}\left(\mu \frac{L-1}{2}\right) (Q - Q_S) + \right. \\ \left. + Q_S \operatorname{sh}(\mu) \operatorname{ch}(\mu/2) \operatorname{ch}^{-1}\left(\mu \frac{L-1}{2}\right) e^{\mu \frac{L-2}{2}} \right]^{-1} \quad (19)$$

если L четно, и

$$\delta_L = \frac{f^{(a)}}{L-1} \left[\operatorname{sh}(\mu) \operatorname{cth}\left(\mu \frac{L-1}{2}\right) (Q - Q_S) + \right. \\ \left. + Q_S \operatorname{sh}(\mu) \operatorname{ch}(\mu/2) \operatorname{sh}^{-1}\left(\mu \frac{L-1}{2}\right) e^{\mu \frac{L-1}{2}} \right]^{-1} \quad (20)$$

если L нечетно.

Как видно из (17)–(20), знак средней деформации определяется коэффициентом $f^{(a)} = \varphi_2'(2a) - \varphi_2^{(S)}(a_0 + a)$, который, как это видно, зависит от существенно микроскопических характеристик образца. Отсюда, в частности, совершенно очевидна существенная зависимость величины и характера деформации тонкой пленки от того, имеется ли на ее поверхности адсорбат или нет.

Отметим также и тот факт, что знак деформации может быть в общем случае любым и для образца с чистой поверхностью. Как это видно из (16), знак деформации зависит от знака параметра $f_0^{(a)} = \varphi_2'(2a)$, который может быть любым.

Что же касается размерной зависимости эффекта, отметим, что хотя при $L \gg 1$ характер средней деформации плоской пленки имеет псевдо-пласовскую форму, $\delta_L \sim 1/L$ при $L \rightarrow \infty$, причиной деформации ни в коем случае не является лапласовское давление (которое в данном случае отсутствует, поскольку радиус кривизны поверхности образца равен нулю). Таким образом, как уже говорилось выше, в том случае, если эксперимент обнаруживает размерную зависимость деформации такого типа, это отнюдь не означает, что ее причиной является давление Лапласа.

Отметим, что при достаточно больших степенях покрытия на деформацию кристалла может влиять взаимодействие между адчастицами. Эти частицы обычно отталкиваются друг от друга, в результате чего возникают касательные напряжения, стремящиеся растянуть поверхность. Если же кристалл покрывает пленка толщиной в несколько атомных слоев, то в принципе она может вызвать сжатие кристалла.

Л и т е р а т у р а

- [1] Морозов И. Д., Петинев В. И., Трусов Л. И. и др. УФН, 1981, т. 133, № 4, с. 653–688.
- [2] Морозов И. Д., Трусов Л. И., Лаповок В. Н. Физические явления в ультрадисперсных средах. М.: Энергоиздат, 1984. 222 с.

- [3] *Cimino A., Porta P., Valigi M. J. Amer. Ceram. Soc.*, 1966, vol. 49, N 3, p. 152—156.
- [4] *Vook R., Omooni M. J. Appl. Phys.*, 1968, vol. 39, N 5, p. 2471—2472.
- [5] *Moros E., Bogdanov S., Ushakov V. React. Kinet. Catal. Lett.*, 1978, vol. 9, N 2, p. 109—112.
- [6] *Гамарник М. Я.* Докл. АН УССР, 1982, № 4, с. 6; Тезисы докладов IV Всесоюзного симпозиума «Свойства малых частиц и островковых металлических пленок». Киев: Наукова думка, 1985.
- [7] *Rappaz M., Chatelain A. J. Phys. Ser. C*, 1981, vol. 14, N 30, p. 4515—4520.
- [8] *Balian R., Bloch C. Ann. Phys.*, 1970, vol. 60, N 2, p. 401—447.
- [9] *Нагаев Э. Л.* ФТТ, 1983, т. 25, № 5, с. 1439—1447; *Григорьева Л. К., Лидоренко Н. С., Нагаев Э. Л., Чижик С. П.* ЖЭТФ, 1986, т. 91, № 3 (9), с. 1050—1062.
- [10] *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Статистическая физика. М.: Наука, 1972. 583 с.; Гидродинамика, М.: Наука, 1986. 733 с.
- [11] *Френкель Я. И.* Собрание избранных трудов. М.—Л.: Изд-во АН СССР, 1959. 459 с.
- [12] *Горчаков В. И., Григорьева Л. К., Нагаев Э. Л., Чижик С. П.* ЖЭТФ, 1987, т. 93, № 12, с. 2090—2101.

ВНИПКТИ источников тока
Москва

Поступило в Редакцию
30 октября 1987 г.