

# Бозе-конденсация экситонных поляритонов в оптической микрополости

© Н.С. Воронова, Ю.Е. Лозовик

Институт спектроскопии Российской академии наук,  
142190 Троицк, Московская обл., Россия

E-mail: lozovik@isan.troitsk.ru

(Поступила в Редакцию 19 декабря 2007 г.)

Рассматриваются два метода создания ловушек для экситонных поляритонов в оптической микрополости, в которую погружена квантовая яма. Первый способ управления поляритонами — поляритонная ловушка, обусловленная продольным конфайнментом фотонов. Эта возможность реализуется при использовании оптической микрополости с меняющейся шириной. Второй тип ловушек основан на создании экситонного конфайнмента, возникающего при наложении слабого потенциала или неоднородной деформации на квантовую яму с экситонами. Теоретически рассмотрено поведение двухкомпонентного Бозе-конденсата фотонов и экситонов, который описывается связанной системой уравнений типа Гросса–Питаевского. Найдены приближенные волновые функции и пространственные профили связанных конденсатов фотонов и экситонов.

Работа поддержана грантом РФФИ № 05-02-17871.

PACS: 71.35.Lk, 71.36.+c, 78.20.Bh, 78.67.De

## 1. Введение

Поиск бозе-эйнштейновской конденсации (БЭК) экситонных поляритонов в оптической микрополости (МП) с погруженной в нее квантовой ямой [1,2] начался около десяти лет назад, когда экспериментально наблюдались бозонная стимуляция и рассеяние поляритонов при резонансном возбуждении МП [3,4]. Интересной особенностью, облегчающей конденсацию поляритонов, является их очень малая эффективная масса (порядка  $10^{-5}$  свободной массы электрона), поскольку температура конденсации обратно пропорциональна массе квазичастиц. С другой стороны, слишком короткое время жизни поляритонов (обычно порядка 1 ps) оказывается главным препятствием для достижения полной термализации поляритонной системы. Тем не менее в работе [5] наблюдалось заметное изменение временной функции когерентности второго порядка поляритонного излучения с увеличением мощности накачки в режиме сильной связи. Этот эксперимент показал, что при увеличении концентрации в системе экситонных поляритонов наблюдаются явления когерентности поляритонов, а это является важным шагом в направлении Бозе-конденсации. В последние годы был получен ряд экспериментальных [5–9] и теоретических [10–14] подтверждений существования фазового перехода (возникновения спонтанной когерентности) в системе экситонных поляритонов в плоских полупроводниковых МП.

В идеальной МП экситоны взаимодействуют только с дискретным набором мод полости. Это позволяет использовать специфическую геометрию МП для изучения различных когерентных эффектов в системе поляритонов. Исследование подобных систем привлекательно как с точки зрения возможного технологического приме-

нения (для создания безынверсионного поляритонного лазера), так и для теоретического и экспериментального изучения некоторых аспектов квантовой электродинамики в полости.

Отличительной особенностью конфайнмента в МП является то, что световые моды в оптической МП удерживаются лишь в одном направлении, в то время как в двух других направлениях МП обладает трансляционной симметрией. Таким образом, поляритоны в плоских полупроводниковых МП являются двумерной системой квазичастиц. Поэтому, согласно теореме Хохенберга–Мермина–Вагнера [15], в этой системе (в термодинамическом пределе) невозможны Бозе-конденсация и недиагональный дальний порядок, а переход в сверхтекучую фазу имеет характер топологического перехода Березинского–Костерлица–Таулеса [16]. Переход Костерлица–Таулеса в системе поляритонов в МП был рассмотрен в работах [17]. Однако Бозе-конденсация возможна и для системы поляритонов в двумерной ловушке. В работе [18] была экспериментально исследована Бозе-конденсация поляритонов в ловушке.

В этой связи в настоящей работе мы исследуем два метода создания поляритонной ловушки. Первый — ловушка для фотонов за счет изменения ширины МП  $L(r)$ . Благодаря связи фотонов с экситонами в этом случае появляется эффективный удерживающий потенциал и для экситонов. Другой тип ловушки для поляритонов — создание внешнего удерживающего потенциала  $V(r)$  для экситонов в квантовой яме. В этом случае за счет экситон-фотонной связи появляется и эффективное удержание фотонов в ловушке.

Для описания указанных явлений мы используем обобщение уравнения Гросса–Питаевского для двухкомпонентной системы фотонов и экситонов в МП.

## 2. Физические реализации поляритонных ловушек

Поляритонные ловушки, созданные конфайнментом экситонов, экспериментально могут быть реализованы при помощи различных методов [19]. В работах [20,21] рассматривалась неоднородная деформация квантовой ямы с экситонами при помощи иглы. Другая возможная реализация — удержание экситонов с помощью неоднородного электрического поля, созданного иглой сканирующего туннелирующего микроскопа (СТМ), либо специальным образом профилированным управляющим электродом [22].

Удержание фотонной подсистемы возможно за счет профилирования оптической МП (вплоть до создания конечной системы, ограниченной зеркалами со всех сторон) либо при помощи неоднородной диэлектрической проницаемости внутри МП, что обеспечило бы полное внутреннее отражение и, следовательно, локализацию фотонов.

## 3. Уравнения для двух связанных конденсатов в приближении самосогласованного поля

Для идеальной МП с  $L = \lambda/2$  спектры энергий фотонов и экситонов в нашей задаче имеют вид

$$E_{\text{ph}}(k) = \hbar c \sqrt{k_z^2 + k_{\parallel}^2} \approx \frac{\pi \hbar c}{L(r)} n + \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m_{\text{ph}}},$$

$$E_{\text{ex}} = E_0 + \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m_{\text{ex}}}, \quad (1)$$

где  $m_{\text{ph}} = \frac{2\pi \hbar}{L(r)c}$  — эффективная масса фотона,  $n = 1, 2, \dots$ .

Мы рассматриваем основную моду  $n = 1$ . При меняющейся ширине МП (продольная) эффективная масса фотона является переменной величиной  $m_{\text{ph}}(r)$ .

В результате резонансного взаимодействия между фотонами в МП и экситонами в квантовой яме появляются новые квазичастицы, результирующий энергетический спектр которых содержит две ветви — так называемые верхний и нижний поляритоны:

$$E_{LP,UP}(k) = \frac{E_{\text{ph}} + E_{\text{ex}}}{2} \mp \frac{1}{2} \sqrt{(E_{\text{ph}} - E_{\text{ex}})^2 + (\hbar\Omega)^2}, \quad (2)$$

где  $\hbar\Omega$  — энергия поляритонного расщепления [23].

Мы изучаем Бозе-конденсированное состояние поляритонной системы. Волновая функция конденсата поляритонов содержит две компоненты: волновую функцию конденсата фотонов  $\psi(r)$  и волновую функцию конденсата экситонов  $\chi(r)$ .

Вводим функционал энергии связанной слабонеоднородной системы экситонов и фотонов

$$E[\psi, \psi^*, \chi, \chi^*] = \int \left[ -\frac{\hbar c}{2\pi} \psi^* \partial_{\mu} L(r) \partial_{\mu} \psi + \frac{\pi \hbar c}{L(r)} |\psi|^2 - \frac{\hbar^2}{2m_{\text{ex}}} \chi^* \partial_{\mu}^2 \chi + V(r) |\chi|^2 + \frac{g}{2} |\chi|^4 + \frac{\hbar\Omega}{2} (\psi^* \chi + \chi^* \psi) - \mu (|\psi|^2 + |\chi|^2) \right] dr. \quad (3)$$

В (3) первое слагаемое является обобщением кинетической энергии на случай переменной эффективной массы фотона в полости. Перекрестный член  $\frac{\hbar\Omega}{2} (\psi^* \chi + \chi^* \psi)$  отражает резонансное превращение экситонов в фотоны и наоборот и обеспечивает фиксацию относительной фазы двух конденсатов: минимуму функционала (3) отвечает относительная фаза  $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi$ , где  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  — фазы фотонной и экситонной частей конденсата (мы полагаем в общем случае  $\psi = |\psi| e^{i\varphi_1}$ ,  $\chi = |\chi| e^{i\varphi_2}$ ). Этот результат остается неизменным для поляритонной системы в любом режиме. Последнее слагаемое возникает из условия сохранения суммарного числа частиц (фотонов и экситонов);  $\mu$  — химический потенциал системы, общий для электронов и фотонов при условии термодинамического (квази-) равновесия.

После вариации энергетического функционала (3) по  $\psi^*$  и  $\chi^*$  получаем систему уравнений для двухкомпонентного конденсата

$$\begin{cases} -\frac{\hbar c}{2\pi} \partial_{\mu} L(r) \partial_{\mu} \psi(r) + \left[ \frac{\pi \hbar c}{L(r)} - \mu \right] \psi(r) + \frac{\hbar\Omega}{\chi} (r) = 0, \\ -\frac{\hbar^2}{2m_{\text{ex}}} \partial_{\mu}^2 \chi(r) + [V(r) - \mu] \chi(r) + g |\chi(r)|^2 \chi(r) + \frac{\hbar\Omega}{2} \psi(r) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

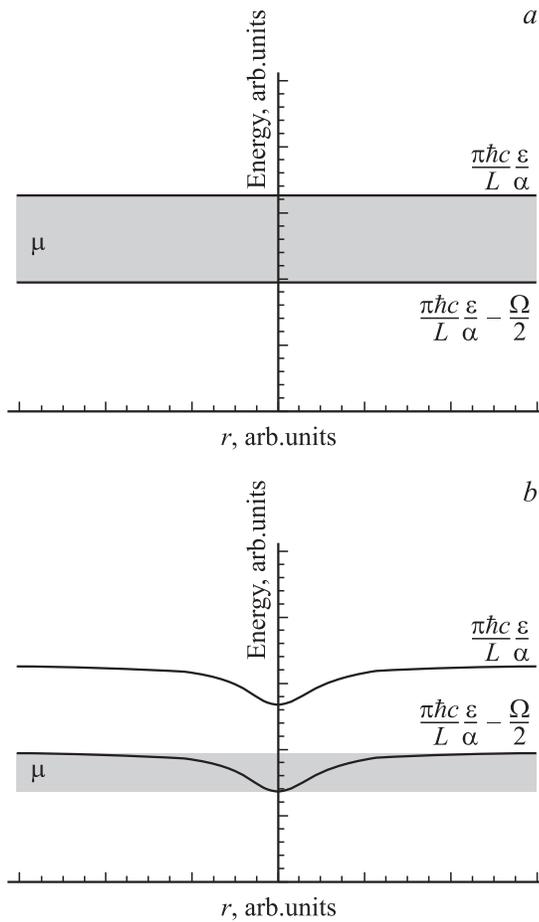
Полученная система уравнений отвечает случаю слабого экситонного взаимодействия, когда практически все частицы находятся в конденсированном состоянии. Таким образом, для двухкомпонентного конденсата мы получили аналог уравнения Гросса–Питаевского (справедливого для разреженной однокомпонентной бозонной системы [24,25]).

Для аксиально-симметричной ловушки система уравнений (4) в полярных координатах имеет вид

$$\begin{cases} -\frac{1}{2\pi} \frac{\varepsilon}{\alpha} \left( L(r) \frac{\partial^2}{\partial r^2} + L'(r) \frac{\partial}{\partial r} + \frac{L(r)}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) \psi(r) + \left[ \frac{\pi}{L(r)} \frac{\varepsilon}{\alpha} - \mu \right] \psi(r) + \frac{\Omega}{2} \chi(r) = 0, \\ -\frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) \chi(r) + [V(r) - \mu] \chi(r) + g |\chi(r)|^2 \chi(r) + \frac{\Omega}{2} \psi(r) = 0, \end{cases} \quad (5)$$

где  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость в полости;  $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$ . Здесь мы ввели экситонные единицы (эффективный боровский радиус и эффективную энергию связи трехмерного экситона):

$$a_0^* = \frac{\varepsilon \hbar^2}{m_{\text{ex}} e^2}, \quad E_0 = \frac{m_{\text{ex}} e^4}{\varepsilon^2 \hbar^2} = \frac{e^2}{\varepsilon a_0^*}.$$



**Рис. 1.** Область значений химического потенциала, при которых система поляритонов локализуется в ловушке (для приближения Томаса–Ферми). *a* — для экситонной ловушки,  $L(r) = \text{const}$ ; *b* — для фотонной ловушки,  $L(r) = L_0(1 + \frac{\Delta V}{r^2+1})$ .

#### 4. Приближение Томаса–Ферми

Пренебрегая градиентными членами в (4), в пределе Томаса–Ферми получим

$$\begin{cases} \left[ \frac{\pi}{L(r)} \frac{\varepsilon}{\alpha} - \mu \right] \psi(r) + \frac{\Omega}{2} \chi(r) = 0, \\ [V(r) - \mu] \chi(r) + g |\chi(r)|^2 \chi(r) + \frac{\Omega}{2} \psi(r) = 0, \end{cases} \quad (6)$$

откуда видно, что

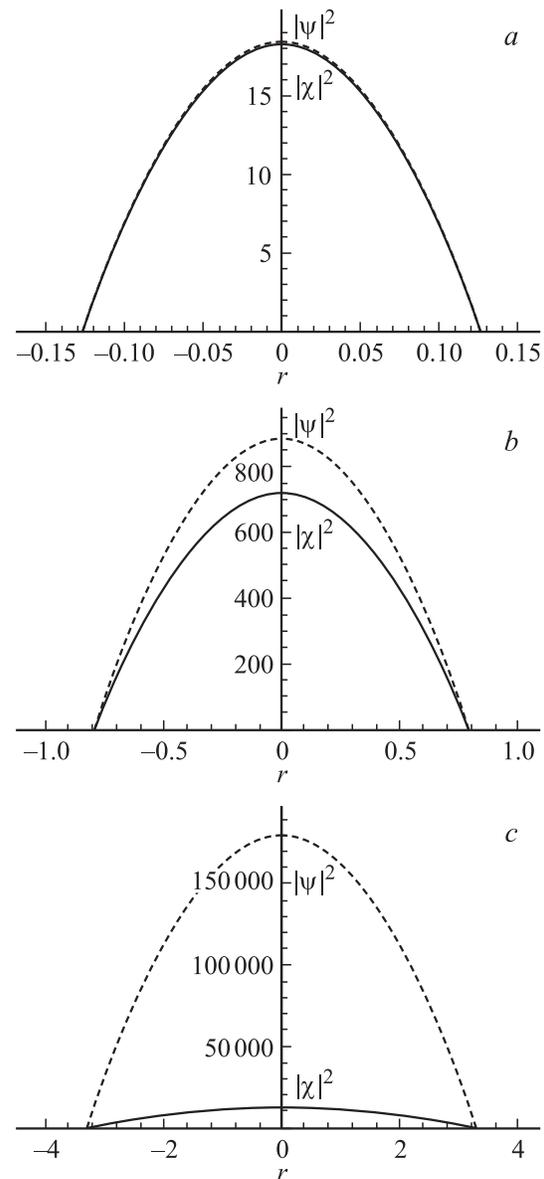
$$\psi(r) = -\frac{\Omega}{2} \frac{\chi(r)}{\frac{\pi}{L(r)} \frac{\varepsilon}{\alpha} - \mu}.$$

Исходя из этого соотношения и найденного выше условия  $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi$ , где  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  — фазы волновых функций конденсатов, можно определить верхнюю границу области значений химического потенциала  $\mu < \frac{\pi\hbar c \varepsilon}{L\alpha}$  (рис. 1).

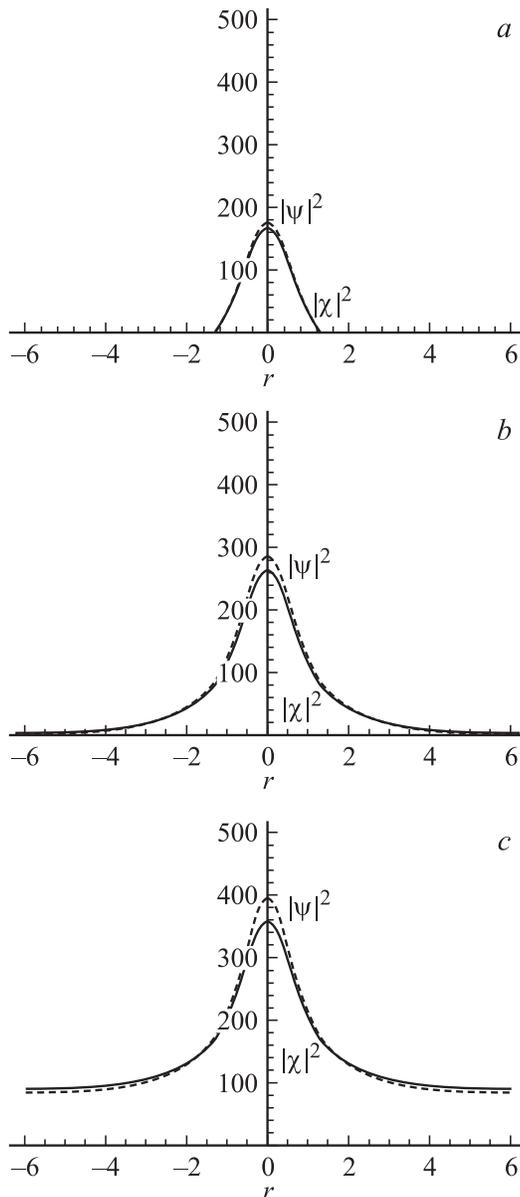
Профиль экситонного конденсата определяется уравнением

$$\chi(r) \left( |\chi(r)|^2 - \frac{1}{g} \left\{ \frac{(\frac{\Omega}{2})^2}{\frac{\pi}{L(r)} \frac{\varepsilon}{\alpha} - \mu} - V(r) + \mu \right\} \right) = 0. \quad (7)$$

Внутри ловушки  $\chi(r) \neq 0$ , и ее профиль (в приближении Томаса–Ферми) определяется из условия обращения в нуль выражения в круглых скобках в (7). Отличные от нуля значения волновой функции появляются в области значений химического потенциала  $\mu > \frac{\pi\hbar c \varepsilon}{L\alpha} - \frac{\hbar\Omega}{2}$ , что дает нижнюю границу для  $\mu$  (рис. 1). Вне ловушки  $\chi(r) = 0$ .



**Рис. 2.** Профили фотонного  $|\psi|^2$  (штриховые линии) и экситонного  $|\chi|^2$  (сплошные линии) конденсатов в приближении Томаса–Ферми при наложении на систему экситонов внешнего потенциала.



**Рис. 3.** Профили фотонного  $|\psi|^2$  (штриховые линии) и экситонного  $|\chi|^2$  (сплошные линии) конденсатов в приближении Томаса–Ферми для случая меняющейся ширины МП для трех значений химического потенциала (a–c).

Случаи фотонной и экситонной ловушек были исследованы отдельно. Для моделирования экситонного конфинмента использовался квадратичный внешний потенциал  $V(r) = V_0 r^2/2$ . В исследуемой области изменения  $\mu$  полученные пространственные профили конденсатов повторяют вид внешнего потенциала  $V(r)$  (рис. 2).

При минимальном значении химического потенциала  $\mu$  (рис. 2, a) профили компонент конденсата совпадают, с ростом  $\mu$  (рис. 2, b, c) возрастает число частиц, причем увеличивается относительная доля фотонов в системе.

В области  $\chi(r) \neq 0$  профиль фотонного конденсата имеет вид

$$|\psi(r)|^2 = \left(\frac{\Omega}{2}\right)^2 \frac{|\chi(r)|^2}{\left(\frac{\pi}{L(r)} \frac{\varepsilon}{\alpha} - \mu\right)^2} = \left(\frac{\Omega}{2}\right)^2 \frac{1}{g} \left\{ \frac{\left(\frac{\Omega}{2}\right)^2}{\left(\frac{\pi}{L(r)} \frac{\varepsilon}{\alpha} - \mu\right)^3} - \frac{V(r) - \mu}{\left(\frac{\pi}{L(r)} \frac{\varepsilon}{\alpha} - \mu\right)^2} \right\}. \quad (8)$$

Для фотонной ловушки производилось профилирование МП (малое изменение ширины МП в области  $r = 0$ )

$$L(r) = L_0 \left(1 + \frac{\Delta l}{r^2 + 1}\right), \quad \Delta l \ll 1.$$

В исследуемой области изменения химического потенциала были получены два возможных вида пространственного распределения компонент конденсата (рис. 3). При

$$\frac{\pi \hbar c}{L(0)} - \frac{\hbar \Omega}{2} < \mu \leq \frac{\pi \hbar c}{L(\infty)} - \frac{\hbar \Omega}{2}$$

(рис. 2, a, b) конденсаты локализованы в окрестности  $r = 0$ . Указанные значения  $\mu$ , при которых наблюдается локализация поляритонного газа в ловушке, отвечают области, отмеченной на рис. 1. При

$$\mu > \frac{\pi \hbar c}{L(\infty)} - \frac{\hbar \Omega}{2}$$

(рис. 2, c) конденсаты фотонов и экситонов более не являются пространственно локализованными, однако в области  $r = 0$  плотность конденсата увеличена. С дальнейшим ростом  $\mu$  фотонная кривая проходит выше экситонной, что отвечает выражению (7) для фотонной волновой функции.

## 5. Заключение

В работе рассмотрены два типа поляритонных ловушек: 1) экситонная ловушка, в которой локализация поляритонов обеспечивается внешним потенциалом экситонов, а фотоны локализованы за счет резонансного взаимодействия с экситонами; 2) фотонная ловушка, в которой за счет переменной ширины оптической МП создается конфинмент для фотонов, а экситоны локализованы благодаря связи с фотонами. Было теоретически рассмотрено поведение Бозе-конденсата поляритонов, состоящего их экситонной и фотонной компонент. Получена система уравнений типа Гросса–Питаевского, описывающая двухкомпонентный Бозе-конденсат. В приближении Томаса–Ферми (справедливом для не очень малой плотности квазичастиц, как показывает *ab initio* моделирование методом Монте-Карло [26]) были найдены пространственные профили компонент конденсата (выход за рамки приближения Томаса–Ферми будет

рассмотрен в последующей публикации). Для ловушек обоих типов были найдены условия для химического потенциала системы при выполнении которых происходит локализация поляритонного газа.

Авторы благодарны А.Г. Семенову за полезные обсуждения.

## Список литературы

- [1] C. Weisbuch, M. Nishioka, A. Ishikawa, Y. Arakawa. *Phys. Rev. Lett.* **69**, 3314 (1992).
- [2] A. Kavokin, G. Malpuech. *Cavity polaritons*. Elsevier, Amsterdam (2003).
- [3] A. Imamoglu, R.J. Ram. *Phys. Lett. A* **214**, 193 (1996).
- [4] Le Si Dang, D. Heger, R. Andre, F. Bocuf, R. Romerstain. *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3920 (1998).
- [5] H. Deng, G. Weihs, C. Santori, J. Bloch, Y. Yamamoto. *Science* **298**, 199 (2002).
- [6] M. Richard, J. Kasprzak, R. Andre, R. Romerstain, Le Si Dang, G. Malpuech, A. Kavokin. *Phys. Rev. B* **72**, 201 301(R) (2005).
- [7] J. Kasprzak, M. Richard, S. Kundemann, A. Baas, P. Jeambrun, J.M.J. Keeling, F.M. Marchetti, M.H. Szymanska, R. Andre, J.L. Staehli, V. Savona, P.B. Littlewood, B. Deveaud, Le Si Dang. *Nature (London)* **443**, 409 (2006).
- [8] S. Christopoulos, G. Baldassarri Hoeger von Hoegerstal, A.J.D. Grundy, P.G. Lagoudakis, A.V. Kavokin, J.J. Baumberg, G. Christmann, R. Butte, E. Feltn, J-F. Carlin, N. Grandjean. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 126 405 (2007).
- [9] H. Deng, G.S. Solomon, R. Hey, K.H. Ploog, Y. Yamamoto. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 126 403 (2007).
- [10] V. Savona, Z. Hradil, A. Quattropani, P. Schwendimann. *Phys. Rev. B* **49**, 8774 (1994).
- [11] P.B. Littlewood, P.R. Eastham, J.M.J. Keeling, F.M. Marchetti, B.D. Simons, M.H. Szymanska. *J. Phys.: Cond. Matter* **16**, S3597 (2004).
- [12] K.V. Kavokin, I.A. Shelykh, A.V. Kavokin, G. Malpuech, P. Bigenwald. *Phys. Rev. Lett.* **92**, 017 401 (2004).
- [13] V. Savona, D. Sarchi. *Phys. Status Solidi B* **242**, 2290 (2005).
- [14] J. Keeling, F.M. Machetti, M.H. Szymanska, P.B. Littlewood. *Semicond. Sci. Technol.* **22**, R 1 (2007).
- [15] S. Stringari. *Cond-mat/9311024* (1993).
- [16] J.M. Kosterlitz, D.J. Thouless. *J. Phys. C* **6**, 1181 (1973); J.M. Kosterlitz. *J. Phys. C* **7**, 1046 (1974).
- [17] Ю.Е. Лозовик, А.Г. Семенов, М. Вилландер. *Письма в ЖЭТФ* **84**, 176 (2006); Ю.Е. Лозовик, А.Г. Семенов. *Письма в ЖЭТФ* **86**, 30 (2007).
- [18] R. Balili, V. Hartwell, D. Snoke, L. Pfeiffer, K. West. *Science* **316**, 1007 (2007).
- [19] M. Willander, O. Nur, Yu.E. Lozovik, S.M. Al-Hilli, Z. Chiragwandi, Q.-H. Hu, Q.X. Zhao, P. Klason. *Microelectron. J.* **36**, 940 (2005).
- [20] R. Balili, D.W. Snoke, L. Pfeifer, K. West. *Appl. Phys. Lett.* **88**, 031 110 (2006).
- [21] O.L. Berman, Yu.E. Lozovik, D.W. Snoke. *Phys. Status Solidi C* **3**, 3373 (2006).
- [22] В.Б. Тимофеев, А.В. Горбунов. *Письма в ЖЭТФ* **83**, 178 (2006).
- [23] C. Cuiti, P. Schwendimann, A. Quattropani. *Semicond. Sci. Technol.* **18**, S279 (2003).
- [24] L.P. Pitaevskii, S. Stringari. *Bose–Einstein condensation*. Oxford University Press, Oxford (2003).
- [25] C.J. Pethick, H. Smith. *Bose–Einstein condensation in dilute gases*. Cambridge University Press (2002).
- [26] Ю.Е. Лозовик, С.Ю. Волков, М. Вилландер. *Письма в ЖЭТФ* **79**, 585 (2004).