

УДК 535.343.2

## ФОНОННЫЕ КРЫЛЬЯ СПЕКТРА РЕЗОНАНСНОГО КОМБИНАЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ ИОНА $MnO_4^-$ В ЩЕЛОЧНО-ГАЛОИДНЫХ КРИСТАЛЛАХ

*Т. И. Максимова, А. М. Минтаиров, Я. Петцельт, С. Почесова*

При низких температурах обнаружено резонансное комбинационное рассеяние (РКР) первого порядка, индуцированное примесными ионами  $MnO_4^-$ , и фононные крылья (ФК) линий РКР в кристаллах KBr ( $MnO_4^-$ ) и RbBr ( $MnO_4^-$ ). В диапазоне 2—300 К проведено детальное исследование структуры поляризованных спектров РКР в области ФК локальных колебаний различной симметрии, а также в низкочастотной области вблизи возбуждающей линии. Установлено, что в ФК спектра РКР проявляются особенности однофононной проективной плотности состояний в окрестности примеси, причем в ФК линий неполносимметричного колебания  $\nu_4$  ( $F_2$ ) диагональные и недиагональные проективные плотности проявляются в запрещенных поляризациях. Пики ИК активной  $F_2$ -проективной плотности наблюдались и в спектрах длинноволнового ИК поглощения. Показано, что интенсивность резонансного рассеяния первого порядка от «дефектных» областей кристалла пропорциональна  $\sim T^{-3}$ .

В настоящее время в литературе широко исследуются спектры резонансного комбинационного рассеяния (РКР) иона  $MnO_4^-$  в щелочно-галоидных кристаллах [1—5]. В [3—5] при низких температурах в спектрах РКР кристаллов KBr ( $MnO_4^-$ ) и RbBr ( $MnO_4^-$ ) кроме узкополосных многофононных спектров РКР на внутримолекулярных локальных колебаниях иона  $MnO_4^-$  наблюдалась дополнительная структура — ряд широких полос у основания линий локальных колебаний. Природа этих полос, однако, в литературе подробно не рассматривалась.

В настоящей работе проведено детальное исследование в поляризованном свете спектров РКР кристаллов KBr ( $MnO_4^-$ ) и RbBr ( $MnO_4^-$ ), их температурной и частотной зависимостей в области высокочастотных локальных колебаний иона  $MnO_4^-$ . Исследована также область фононного спектра кристаллов методами РКР и длинноволнового инфракрасного (ИК) поглощения.

### 1. Фононные крылья локальных колебаний

Спектры РКР регистрировались на спектрометрах Coderg—РНО и Dilor Z-24 в режиме счета фотонов. Возбуждение осуществлялось  $Ar^+$ -лазером CR-8, а также лазером на красителе модели CR-599—01 (диапазон перестройки 540—580 нм). Для исключения реабсорбции в опытах использовались тонкие кристаллы толщиной 1 мм. Поляризованные спектры измерялись на ориентированных кристаллах в геометриях  $z(uy)x$  и  $z(yz)x$ , где  $x$ ,  $y$ ,  $z$  — оси четвертого порядка кристалла. Спектры ИК поглощения измерялись на Фурье спектрометре IFS-113-V.

На рис. 1 представлен общий вид спектра РКР иона  $MnO_4^-$  в RbBr при температурах 300, 100 и 2 К при возбуждении линией 5145 Å, попадающей в область первого электронно-колебательного повторения примесной полосы поглощения (вставка на рис. 1). Как видно из рисунка, при всех температурах в спектре наблюдаются эквидистантные с периодом 850 см<sup>-1</sup>

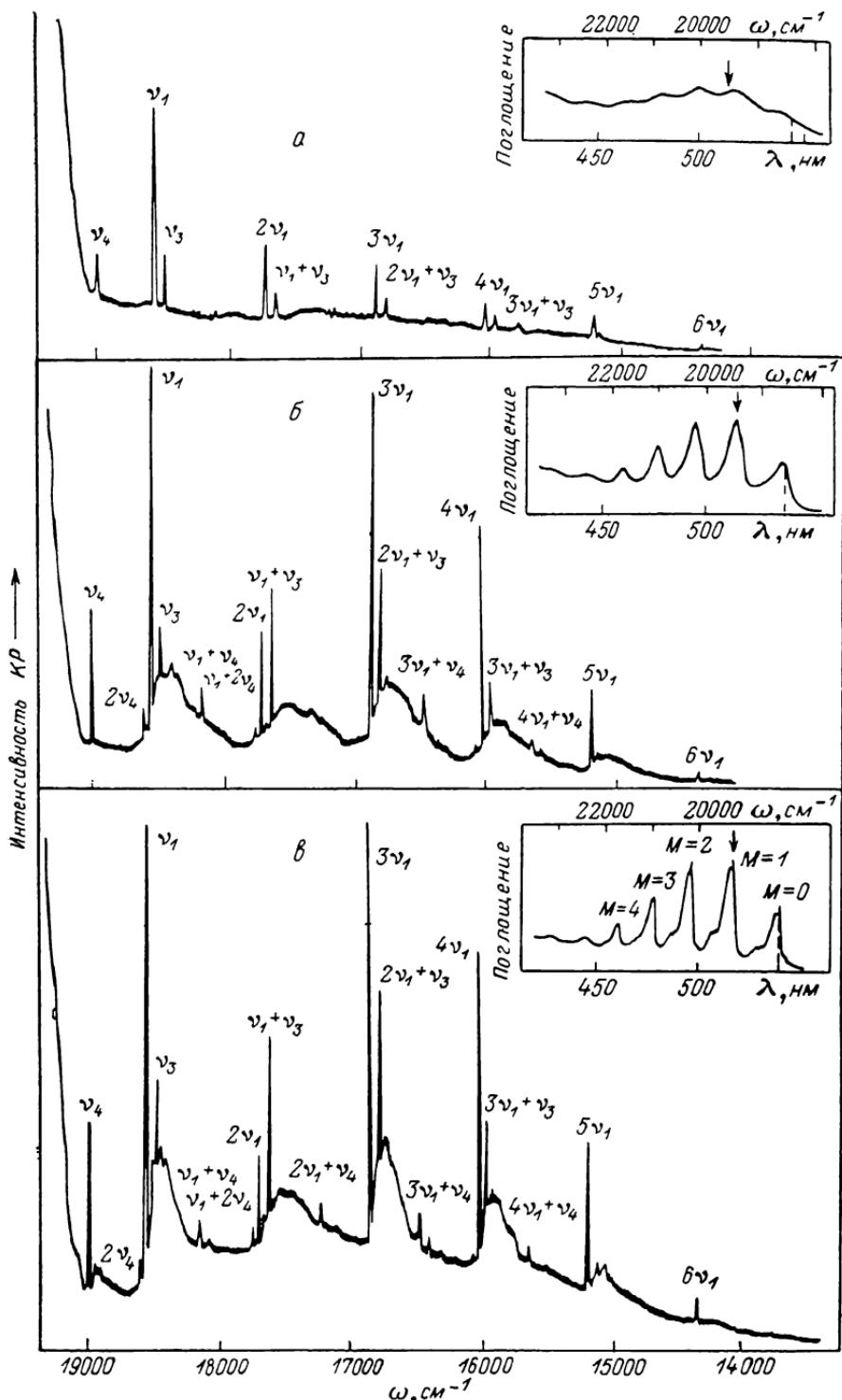


Рис. 1. Температурная зависимость спектра РКР кристалла  $\text{RbBr}(\text{MnO}_4^-)$  при возбуждении  $\lambda = 5145 \text{ \AA}$  ( $19436 \text{ см}^{-1}$ ).

На вставках приведена электронно-колебательная полоса поглощения  ${}^1\text{A}_1 \rightarrow {}^1\text{T}_2$  ( $t_1 \rightarrow 2e$ ), стрелкой обозначено положение возбуждающей линии, пунктиром — положение БФЛ.  
 $T, \text{ K}: a - 300, b - 100, c - 2$ .

наборы узких линий — многофононные прогрессии РКР, обусловленные обертонами и составными тонами внутримолекулярных колебаний иона  $\text{MnO}_4^-$  ( $\nu_1$  ( $A_1$ )),  $\nu_3$  ( $F_2$ ),  $\nu_4$  ( $F_2$ ). При температурах 100 и 2 К у основания наиболее интенсивных линий в спектре видны дополнительные широкие полосы (ширина  $\sim 250 \text{ см}^{-1}$  при 2 К), повторяющиеся с тем же периодом. При повышении температуры интенсивность этих полос падает и они размываются. Аналогичные температурные изменения спектра РКР, связанные с появлением при низких температурах широких полос, наблюдались и в кристалле KBr ( $\text{MnO}_4^-$ ). Исследования частотной зависимости вида спектра при сканировании возбуждающей частоты в пределах нулевого электронно-колебательного максимума полосы оптического поглощения

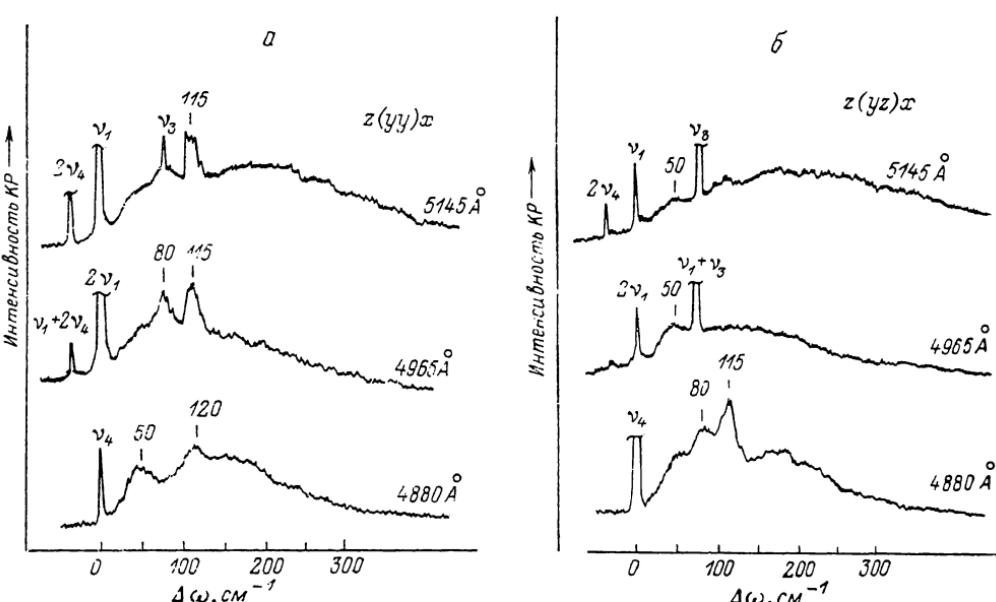


Рис. 2. Фоновые крылья колебаний  $\nu_1$ ,  $2\nu_1$ ,  $\nu_4$  в спектрах РКР кристалла  $\text{RbBr}(\text{MnO}_4^-)$  при 100 К в геометриях.

*a* —  $z(yy)x$ , *б* —  $z(yz)x$ .

показало, что эти полосы также относятся к РКР и представляют собой фоновые крылья (ФК) локальных колебаний примесного иона  $\text{MnO}_4^-$ .

Были проведены детальные исследования ФК локальных колебаний кристаллов KBr( $\text{MnO}_4^-$ ) и  $\text{RbBr}(\text{MnO}_4^-)$ . В  $\text{RbBr}(\text{MnO}_4^-)$  наиболее интенсивные ФК наблюдались у колебаний  $\nu_1$ ,  $2\nu_1$  и  $\nu_4$  при возбуждении линиями 5145, 4965 и 4880 Å соответственно (рис. 2). Как видно из рис. 2, ФК полносимметричных колебаний  $\nu_1$  и  $2\nu_1$  имеют одинаковую структуру, отличную от структуры крыла  $\nu_4$ . Так, в поляризации  $z(yy)x$  в них наблюдаются максимумы 80 и  $115 \text{ см}^{-1}$ , тогда как в ФК колебания  $\nu_4$  в этой поляризации наиболее значительными являются максимумы 50 и  $120 \text{ см}^{-1}$ . В то же время распределение интенсивности в крыле  $\nu_4$  в поляризации  $z(yz)x$  практически совпадает с распределением интенсивности, наблюдаемым в ФК  $\nu_1$  и  $2\nu_1$  в поляризации  $z(yy)x$ . В кристалле KBr( $\text{MnO}_4^-$ ) нами была исследована область колебаний  $\nu_4$  и  $2\nu_1$  при возбуждении  $\lambda = 5145$  и  $5017 \text{ Å}$  соответственно. В ФК колебания  $\nu_4$  (рис. 3) кроме максимума, расположенного в области  $50 \text{ см}^{-1}$ , проявляющегося в обоих поляризациях, отчетливо выделяются узкие пики —  $92 \text{ см}^{-1}$  в поляризации  $z(yy)x$  и  $165 \text{ см}^{-1}$  в  $z(yz)x$ . Для колебаний  $\nu_1$  [5] и  $2\nu_1$  поляризация этих пиков меняется на противоположную.

Различия в поляризации ФК локальных колебаний различной симметрии становится понятным, если учесть, что ФК представляют собой ком-

бинацию локального колебания примесного иона с кристаллическими колебаниями матрицы. В соответствии с правилами отбора поляризации ФК в спектре РКР определяется прямым произведением представлений, соответствующих типам симметрии локального колебания и фононной проективной плотности. Для локальных колебаний  $\nu_1 (A_1)$  и  $2\nu_1 (A_1)$  поляризация ФК определяется симметрией соответствующих проективных плотностей:  $A_1 \times (A_1 + E) = A_1 + E$ . В процессах с участием неполносимметричного колебания  $\nu_4 (F_2)$  проективные плотности  $A_1$  и  $E$  симметрии должны проявляться в поляризации  $z(yz)x$ :  $F_2 \times (A_1 + E) = 2F_2 + F_1$ , а проективные плотности симметрии  $F_2$  могут давать вклад как в поляризацию

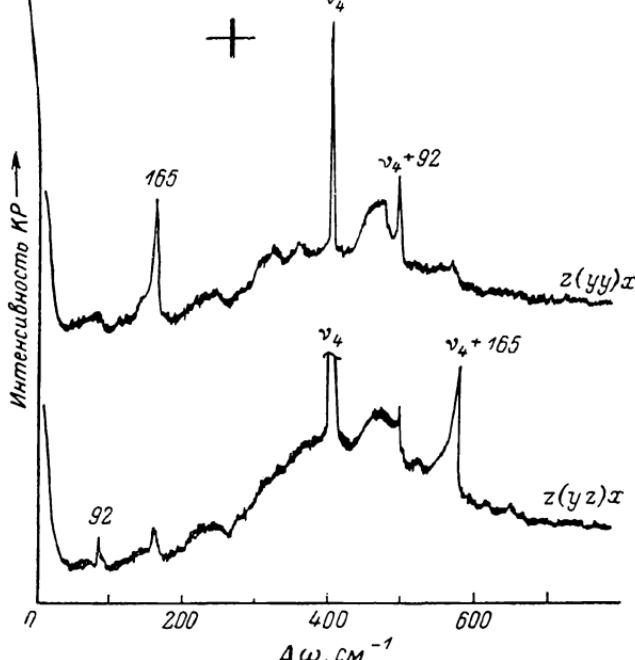


Рис. 3. Поляризованные спектры РКР кристалла  $\text{KBr}(\text{MnO}_4^-)$  при 10 К и при возбуждении  $\lambda = 5145 \text{ \AA}$ .

$z(yy)x$ , так и в  $z(yz)x$ :  $F_2 \times F_2 = A_1 + E + F_1 + F_2$ . Таким образом, проективные плотности одной и той же симметрии в комбинации с полносимметричным и неполносимметричным колебаниями должны проявляться в разных поляризациях.

## 2. Спектр РКР первого порядка

Представляется интересным сравнить частоты пиков, наблюдавшихся в ФК, с областью фононного спектра примесного кристалла, непосредственно примыкающей к возбуждающей линии. Как известно, в щелочно-галоидных кристаллах спектр первого порядка запрещен правилами отбора, и в этой области частот в чистых кристаллах проявляется лишь спектр КР второго порядка. При наличии в кристалле дефектов и примесей запрет на появление спектра первого порядка снимается и можно ожидать появление однофононного спектра рассеяния, отражающего функцию распределения частот примесного кристалла.

На рис. 4, а, б приведены поляризованные спектры кристаллов  $\text{RbBr}$  и  $\text{RbBr}(\text{MnO}_4^-)$  в области от 0 до  $300 \text{ cm}^{-1}$  при возбуждении  $\lambda = 5145 \text{ \AA}$  при температурах 300 и 100 К. Видно, что при комнатной температуре спектры чистого и примесного кристаллов практически совпадают: и в том и в другом случае наблюдается характерный для чистого  $\text{RbBr}$  спектр рассеяния второго порядка [6], в котором выделяются особенности  $65$  и  $180 \text{ cm}^{-1}$ . При азотной температуре наблюдавшиеся спектры становятся существенно различными рис. 4, б. В чистом кристалле при 100 К виден значительно

ослабленный спектр второго порядка с характерными пиками 70 и 190 см<sup>-1</sup>. В примесном же кристалле при этой температуре вместо спектра второго порядка наблюдается спектр, состоящий из двух интенсивных максимумов с частотами 80 и 115 см<sup>-1</sup> и ряда более слабых перекрывающихся полос в области от 150 до 300 см<sup>-1</sup>. При дальнейшем понижении температуры до гелиевой структура спектра примесного кристалла не меняется, отме-

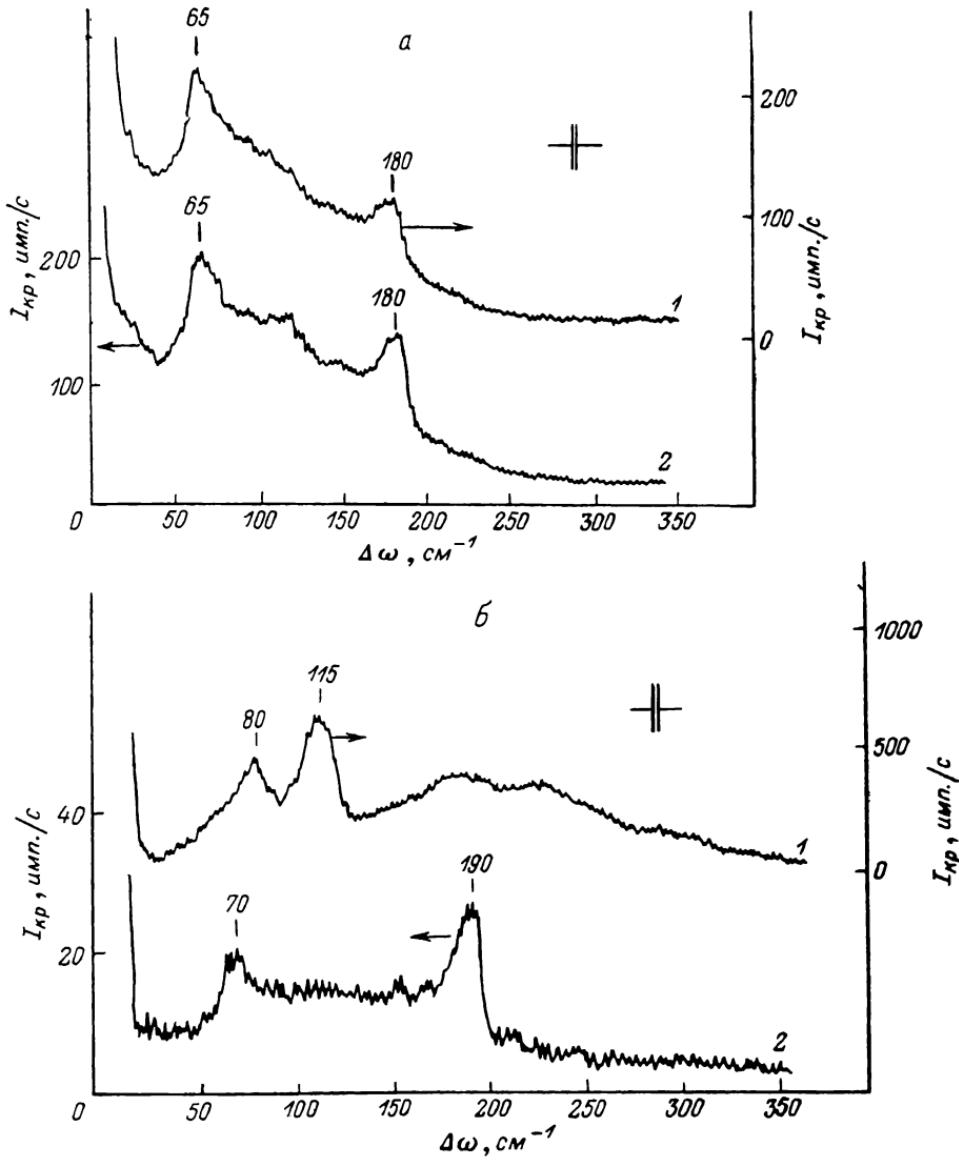


Рис. 4. Температурная зависимость низкочастотного спектра РКР кристаллов RbBr(MnO<sub>4</sub><sup>-</sup>) и RbBr при возбуждении  $\lambda = 5145 \text{ \AA}$ , измеренного в поляризации  $z(zz)$   $x - a - 300$ ,  $b - 100 \text{ K}$ .

1 — RbBr(MnO<sub>4</sub><sup>-</sup>), 2 — RbBr.

чается лишь возрастание интенсивности максимумов в два раза. Нетрудно видеть, что структура низкотемпературного спектра примесного кристалла совпадает со структурой ФК локальных колебаний иона MnO<sub>4</sub><sup>-</sup> в соответствующих поляризациях, описанной выше. На примере кристалла KBr(MnO<sub>4</sub><sup>-</sup>) (рис. 3) видно, что основные черты ФК колебания  $\nu_4$  повторяются с учетом рассмотренных выше правил отбора в низкочастотной области спектра, где в поляризации  $z(zz)x$  наблюдается интенсивный пик 165 см<sup>-1</sup>, а в поляризации  $z(yz)x$  более слабый — 92 см<sup>-1</sup>. Появление узких пиков с частотами 165 и 92.5 см<sup>-1</sup> в спектре РКР первого порядка

кристалла  $\text{KBr}(\text{MnO}_4^-)$  отмечалось также при возбуждении линией 5017 Å в [4]. Очевидно, что спектр, наблюдавшийся в исследованных кристаллах при низких температурах в области собственных колебательных частот примесного кристалла, является спектром однофононного рассеяния, индуцированным примесью, а наблюдаемые ФК являются комбинациями этого однофононного спектра с локальными колебаниями примесного иона.

Сравнение частот однофононного спектра рассеяния примесного кристалла  $\text{RbBr}(\text{MnO}_4^-)$  с фононной плотностью частот чистого  $\text{RbBr}$  [7] показывает, что пики 50 и 80 см<sup>-1</sup> могут быть отнесены к  $LA$ -фононам из окрестности  $X$  и  $\Delta$  особых точек зоны Бриллюэна, которые, согласно [8], могут давать вклад в проективные плотности  $A_1 + E + F_1 + F_2$  и  $A_1 + E + F_2$  симметрий точечной группы  $T_d$ , что согласуется с поляризацией спектра РКР. Пики 115 и 120 см<sup>-1</sup> соответствуют  $LO$ -фононам из окрестности Г точки (125 см<sup>-1</sup>), в которой фононная плотность мала. Появление пиков в проективной плотности в этой области колебательного спектра граница оптической ветви может свидетельствовать о преимущественном взаимодействии примесного электрона с наиболее высокочастотными колебаниями матрицы, что связано с зависимостью матричного элемента электрон-фононного взаимодействия от частоты фона.

С другой стороны, возникновение таких пиков возможно и за счет влияния примеси на колебательный спектр окружающих атомов. Эта ситуация реализуется в кристалле  $\text{KBr}(\text{MnO}_4^-)$ , имеющем центр между акустическими и оптическими ветвями колебательного спектра в области 94–102 см<sup>-1</sup> [9]. Узкие пики РКР 92 ( $F_2$ ) и 165 ( $A_1$ ) см<sup>-1</sup>, возникающие вблизи границ колебательных ветвей, могут быть интерпретированы как квазилокальные колебания. Пик 92 см<sup>-1</sup> симметрии  $F_2$  наблюдался нами также в спектрах длинноволнового ИК поглощения при 130 K, что подтверждает его квазилокальную природу.

Итак, исследование температурной зависимости низкочастотной области спектра РКР позволяет последовательно наблюдать проявление в рассеянии «чистых» и «дефектных» областей примесного кристалла. Это обусловлено тем, что интенсивность рассеяния второго порядка, являющаяся характеристикой чистого кристалла, падает с температурой в данной температурной области как  $T^2$ , в то время как интенсивность однофононного спектра примесного кристалла при понижении температуры значительно возрастает, что является ярким проявлением его резонансного характера. О резонанском характере однофононного индуцированного примесью спектра рассеяния говорит также и появление перекрывающихся полос в области двух и трехфононных повторений его максимумов.

### 3. Теоретический анализ<sup>1</sup>

Рассмотрим температурную зависимость интенсивности однофононного спектра РКР на кристаллических фонах. Как известно, интенсивность рассеяния  $i$  ( $\omega_0$ ) пропорциональна вероятности перехода  $W$  ( $\omega_0$ ), которая определяется как

$$W(\omega_0) = \left\langle \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{i,f} |M_{i,f}|^2 \delta(\omega_0 - \omega - E_i + E_f) \right\rangle. \quad (1)$$

Здесь  $\omega_0$ ,  $\omega$  — частоты возбуждающего и рассеянного света, угловые скобки означают усреднение по начальному состоянию. Матричный элемент перехода из начального состояния  $i$  в конечное  $f$  —  $M_{i,f}$  имеет сложную форму [10], так как однофононное рассеяние возникает во втором порядке по электромагнитному взаимодействию и в первом по взаимодействию с колебаниями решетки. В случае резонансного рассеяния основной

<sup>1</sup> Приведенное ниже теоретическое рассмотрение было предложено А. А. Ключиным.

вклад, как правило, связан с одним резонансным электронным переходом. При этом матричный элемент, входящий в вероятность рассеяния, может быть выражен через разность диэлектрических проницаемостей [10, 11]

$$M_{if} = M_k \sim \xi_k |\Phi(\omega) - \Phi(\omega_0)|, \quad (2)$$

где  $\xi_k$  — безразмерный матричный элемент электрон-фононного взаимодействия для  $k$ -го фона,  $\omega = \omega_0 - \omega_k$ ,  $\omega_k = E_i - E_f$ .  $\Phi(\omega_0)$  — диэлектрическая проницаемость для вклада электронного перехода в примесном центре, которая может быть представлена в виде [2]

$$\Phi(\omega_0) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty dt \exp [it(\omega_0 - \Omega_e)] \langle S^+(t) \rangle. \quad (3)$$

Здесь  $\langle S^+(t) \rangle$  — комплексная функция, явный вид которой зависит от конкретного механизма электрон-фононного взаимодействия [2, 12];  $\Omega_e$  — частота бесфононной линии (БФЛ). Заметим, что коэффициент поглощения в области примесной полосы поглощения  $\alpha(\omega_0) = \text{Im} \Phi(\omega_0)$ . С помощью уравнения Дайсона выражение для  $\Phi(\omega_0)$  можно представить в виде

$$\Phi(\omega_0) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{\omega_0 - \Omega_e - \Delta(\omega_0 - \Omega_e) - i\Gamma(\omega_0 - \Omega_e)}, \quad (4)$$

где  $\Gamma(\omega_0 - \Omega_e) = \frac{1}{\pi} \frac{\text{Im} \Phi(\omega_0)}{|\Phi(\omega_0)|^2}$ ,  $\Delta(\omega_0 - \Omega_e) = \omega_0 - \Omega_e - \frac{1}{\pi} \frac{\text{Re} \Phi(\omega_0)}{|\Phi(\omega_0)|^2}$  — зависящие от частоты затухание и сдвиг соответственно. Последняя формула особенно удобна в случае слабого электрон-фононного взаимодействия, которое характерно для кристаллических фонаров. Тогда  $\Gamma(\omega_0 - \Omega_e)$  и  $\Delta(\omega_0 - \Omega_e)$  могут быть вычислены в первом порядке по теории возмущений вместо использования более сложной формулы (3). При возбуждении в области БФЛ эти функции можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} \Gamma(\omega_0 - \Omega_e) &= \Gamma^+(\omega_0 - \Omega_e) + \Gamma^-(\omega_0 - \Omega_e) = \sum_k \xi_k^2 [\delta(\omega_0 - \Omega_e - \omega_k) \times \\ &\times (1 + \langle n_k \rangle) + \delta(\omega_0 - \Omega_e + \omega_k) \langle n_k \rangle] \dots, \\ \Delta(\omega_0 - \Omega_e) &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Gamma(\omega')}{\omega_0 - \omega'} d\omega', \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где  $\langle n_k \rangle$  — температурный множитель, многоточие означает опущенные для сокращения записи многофононные вклады. Подставляя  $\Phi(\omega_0)$  и  $\Phi(\omega)$  в виде (4) в формулу (2), мы получаем матричный элемент  $M_{if}$ . Подставляя выражение для  $M_{if}$  в (1), мы имеем выражение для интенсивности рассеяния света на кристаллических фонарах в условиях слабо поглощающей среды

$$i(\omega_0) \sim \frac{1}{(\omega_0 - \Omega_e - \Delta(\omega_0 - \Omega_e))^2 + \Gamma^2(\omega_0 - \Omega_e)} \frac{\sum_k \xi_k^2 \delta(\omega_0 + \omega_k - \omega) (1 + \langle n_k \rangle)}{(\Omega_e - \omega + \Delta(\Omega_e - \omega))^2 + \Gamma^2(\Omega_e - \omega)}. \quad (6)$$

Множитель  $1 + \langle n_k \rangle$  в числителе получается в результате усреднения по начальным состояниям выражения (1). Сравнивая (5) и (6), мы видим, что в числителе стоит  $\Gamma^+(\omega_0 - \omega)$ , т. е.

$$i(\omega_0) \sim \frac{1}{(\omega_0 - \Omega_e - \Delta(\omega_0 - \Omega_e))^2 + \Gamma^2(\omega_0 - \Omega_e)} \frac{\Gamma^+(\omega_0 - \omega)}{(\Omega_e - \omega + \Delta(\Omega_e - \omega))^2 + \Gamma^2(\Omega_e - \omega)}. \quad (7)$$

При  $\omega_0 = \Omega_e$ , т. е. при возбуждении в БФЛ, в предположении, что однородная ширина больше неоднородной, формула (7) дает

$$i(\omega_0) \sim \frac{1}{\Gamma^2(0)} \frac{\Gamma^+(\Omega_e - \omega)}{(\Omega_e - \omega + \Delta(\Omega_e - \omega))^2 + \Gamma^2(\Omega_e - \omega)}. \quad (8)$$

Как видно из формулы (8), температурная зависимость спектра РКР в этом случае определяется дополнительным множителем  $\Gamma(0)^{-2}$ . Этим же множителем будет определяться температурное поведение спектра РКР и при возбуждении в любое колебательное повторение БФЛ по высокочастотному локальному колебанию примеси, т. е. при  $\omega_0 = \Omega_\nu + M\omega_{\text{лок}}$ . Согласно (5), однофононные процессы не могут давать конечного вклада в  $\Gamma(0)$ , и для объяснения не нулевой  $\Gamma(0)$  необходимо учесть процессы более высокого порядка. Очевидно, что наибольший вклад в  $\Gamma(0)$  дают двухфононные процессы, обусловленные модуляционным механизмом [13]. При  $kT > \hbar\omega_D$ , где  $\omega_D$  — дебаевская частота, этот вклад пропорционален  $T^2$ . Учитывая, что  $\Gamma^+(\omega_0 - \omega)$  пропорциональна  $T$ , интенсивность однофононного рассеяния на кристаллических фонах в резонансном случае пропорциональна  $T^{-3}$ , т. е. должна сильно возрастать при уменьшении температуры.

Таким образом, согласно теории, в температурном интервале от 300 до 100 К, в котором для исследуемого случая выполняется условие  $kT > \hbar\omega_D$  ( $\hbar\omega_D$  для RbBr равна 140 К), следует ожидать возрастания интенсивности однофононного резонансного примесного рассеяния в 20—30 раз, в то время как «нерезонансный» спектр второго порядка матричного кристалла должен в этом же интервале температур ослабляться в 5—10 раз. Как показали измерения, в чистом кристалле RbBr при уменьшении температуры от 300 до 100 К действительно наблюдается ослабление спектра рассеяния второго порядка в пять—семь раз. Количественная оценка температурной зависимости интенсивности однофононного спектра РКР примесного кристалла RbBr ( $\text{MnO}_4^-$ ) менее определена, так как этот спектр при 300 К не виден на фоне спектра второго порядка. Однако из вида спектра можно заключить, что вклад однофононного рассеяния в общую интенсивность спектра при 300 К как минимум, на порядок меньше вклада двухфононного рассеяния. Учитывая, что интенсивность спектра при 100 К в три раза больше, чем при 300 К (рис. 4, а, б), можно сделать вывод, что интенсивность однофононного спектра РКР в исследуемом интервале температур возрастает не меньше чем в тридцать раз, что качественно согласуется с приведенной выше теоретической оценкой.

Авторы выражают благодарность А. А. Кацлянскому и А. А. Ключину за интерес к работе и обсуждения.

### Л и т е р а т у р а

- [1] Максимова Т. И., Решетняк Н. Б. ФТТ, 1978, т. 20, № 4, с. 1164—1166; ФТТ, 1979, т. 21, № 9, с. 2677—2684.
- [2] Максимова Т. И., Минтаиров А. М. ФТТ, 1986, т. 28, № 3, с. 827—832.
- [3] Максимова Т. И., Минтаиров А. М. ФТТ, 1987, т. 29, № 5, с. 1422—1435.
- [4] Ребане Л. А., Хаав А. А. ФТТ, 1986, т. 28, № 4, с. 1026—1034.
- [5] Ребане Л. А., Блумберг Г. Э., Фимберг Т. А. Письма ЖЭТФ, 1986, т. 44, № 7, с. 339—342.
- [6] Potts J. E., Walker C. T., Nair I. R. Phys. Rev. B, 1979, vol. 8, N 6, p. 2756—2771.
- [7] Rolandson S., Raunio G. J. Phys. C, 1971, vol. 4, N 9, p. 958—962.
- [8] Loudon R. Proc. Roy. Soc., 1964, vol. 83, part 3, N 599, p. 379—388.
- [9] Cowley R. A., Cochran W., Brockhouse B. N. Woods A. D. B. Phys. Rev., 1963, vol. 131, N 3, p. 1030—1039.
- [10] Мартин Р. М., Фаликов Л. М. В кн.: Рассеяние света в твердых телах / Под. ред. М. Кардоны. М.: Мир, 1972, с. 99—173.
- [11] Hizhnyakov V., Tehver I. Phys. St. Sol., 1967, vol. 21, N 2, p. 755—768.
- [12] Chan C. K., Page J. B., Tohks D. L., Brafman O., Khodadost B. Walker C. T. J. Chem. Phys., 1985, vol. 82, N 11, p. 4813—4830.
- [13] Иванов М. А., Квашнина А. Б., Криевоглаз М. А. ФТТ, 1965, т. 7, № 7, с. 2045—2057.