

УДК 538.915 538.935

ВРЕМЯ РЕЛАКСАЦИИ И АНОМАЛИИ КИНЕТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МЕТАЛЛА ПРИ ЗАРОЖДЕНИИ НОВОЙ ПОЛОСТИ ПОВЕРХНОСТИ ФЕРМИ

А. А. Варламов, А. В. Панцулая

Предложена модель электронного топологического перехода типа «зарождение полости», в рамках которой проведен микроскопический расчет времени электронной релаксации и кинетических коэффициентов металла. Показано, что в соответствии с имеющимся экспериментальным материалом характер аномалий проводимости и термоэдс при ЭТП не зависит от типа перехода. Проведено сравнение с результатами вычислений тех же величин в более простой модели перехода типа «разрыв перемычки».

1. В последние годы был достигнут значительный прогресс в исследовании аномалий кинетических свойств металлов и сплавов при электронных топологических переходах (ЭТП) различного типа. В [1] впервые было обращено внимание на особую чувствительность термоэдс к изменению топологии поверхности Ферми, поэтому именно эта характеристика привлекла пристальное внимание экспериментаторов. Пики в термоэдс были обнаружены при изменении концентрации Mg в сплавах $\text{Li}_{1-x}\text{Mg}_x$, $\text{Cd}_{1-x}\text{Mg}_x$ [2, 3], при анизотропной деформации кристаллов $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$ [4, 5], всестороннем сжатии кристаллов $\text{Mo}_{1-x}\text{Re}_x$, $\text{Ta} + 0.2$ ат. % Hg [6, 7], растяжении вискеров Bi [8]. В [9-12] в рамках модели ЭТП типа «разрыв перемычки» была предложена микроскопическая теория описания кинетических свойств металла вблизи перехода, позволившая детально объяснить целый ряд экспериментальных фактов: наличие пика в зависимости термоэдс от близости к ЭТП, асимметрию его формы, ширину и высоту, его смещение с температурой.

Оказалось, что экспериментальные данные во многом согласовывались с таким модельным расчетом независимо от того, какого типа ЭТП имел место в образцах (например, при анализе экспериментов по анизотропной деформации $\text{Bi}_{0,9}\text{Sb}_{0,1} + 10^{-2}$ ат. % Te, где заведомо имел место «перелив» электронов из одного эллипсоида Ферми-поверхности в два других [5]).

Однако при интерпретации некоторых экспериментальных результатов возникали и определенные трудности. Так, в модели ЭТП типа «разрыв перемычки» пик в зависимости термоэдс от «энергетического расстояния» до перехода $z = \mu - \varepsilon_c$ (μ — химпотенциал, ε_c — его критическое значение, соответствующее точке перехода при $T=0$ и в отсутствие примесного рассеяния электронов) проявлялся при отрицательных z , когда поверхность Ферми имела большую связность. Для правильного объяснения местоположения и формы пика в термоэдс при анизотропной деформации кристаллов $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$ приходилось принимать а priori, что и в этом случае аномалия проявляется в области большей связности, поскольку микроскопическое описание ЭТП типа «зарождение полости» отсутствовало.

В [9, 12] было показано, что при переходе типа «разрыв перемычки» аномалии кинетических коэффициентов обусловлены специфическими процессами рассеяния электронов из периферийных областей (где их импульс

$\sim\sqrt{2m\mu}$) в особую область изменения топологии Ферми-поверхности, в которой их импульс становится порядка $\sqrt{2m}[\max\{z, T, \tau^{-1}\}]^{1/2}$. Там же были высказаны и качественные соображения об аналогичной роли процессов междолинного рассеяния в случае ЭТП типа «зарождение полости».

В настоящей работе методами диаграммной техники проведен количественный анализ процессов рассеяния электронов на примесях при зарождении новой полости поверхности Ферми. С помощью найденного времени релаксации вычисляются проводимость и термоэдс металла вблизи ЭТП такого типа.

2. Для описания ЭТП типа «зарождение полости» рассмотрим следующую модель. Пусть Ферми-поверхность представляет собой две сферические долины (полости): одну большую, другую малую, центры которых разнесены в импульсном пространстве на вектор \mathbf{p}_c . Соответствующая зависимость энергии электронов проводимости от импульса (в направлении \mathbf{p}_c) представлена на рис. 1.

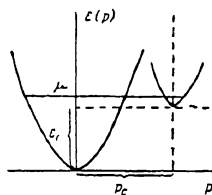


Рис. 1. Энергетический спектр электронов проводимости в рассматриваемой модели ЭТП.

Энергетический спектр электронов в большой долине запишется в виде

$$\epsilon_1(\mathbf{p}) = \mathbf{p}^2/2m, \quad (1a)$$

а в малой долине

$$\epsilon_2(\mathbf{p}) = (\mathbf{p} - \mathbf{p}_c)^2/2m + \epsilon_c. \quad (1b)$$

Здесь посредством ϵ_c обозначено то критическое значение химпотенциала, при котором происходит зарождение (уничтожение) полости. Для того чтобы Ферми-поверхность была достаточно хорошо определена в виде двусвязной области, будем считать, что полости разнесены в импульсном пространстве на расстояние, существенно превышающее температурное или примесное размытие Ферми-поверхности, а также превышающее возможное их сближение под воздействием внешних факторов. Формально это требование можно записать как

$$\mathbf{p}_c^2/2m - \epsilon_c \gg \max\{T, \tau^{-1}, z\}. \quad (2)$$

Перейдем к вычислению времени релаксации электронов при их рассеянии на примесях и нахождению одноэлектронной функции Грина для данной модели, усредненной по положению примесей. Поскольку спектр (1) содержит в себе две электронные долины, то гриновская функция является матрицей

$$G_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t, t') = -\langle T\bar{\psi}_\alpha(\mathbf{r}, t)\psi_\beta(\mathbf{r}', t') \rangle, \quad (3)$$

где $\alpha, \beta=1, 2$, а $\bar{\psi}_\alpha, \psi_\beta$ — полевые операторы рождения и уничтожения электронов той или иной долины в определенный момент времени и в заданной точке пространства.

Очевидно, что в отсутствие примесного рассеяния эта матрица диагональна

$$\hat{G}^{(0)} = \begin{pmatrix} G_{11}^{(0)} & 0 \\ 0 & G_{22}^{(0)} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

причем диагональные элементы соответствуют функциям Грина для свободных электронов со спектрами $\epsilon_1(\mathbf{p})$ и $\epsilon_2(\mathbf{p})$,

$$\left. \begin{aligned} G_{11}^{(0)}(\mathbf{p}, \omega_n) &= [i\omega_n - \mathbf{p}^2/2m + \mu]^{-1}, \\ G_{22}^{(0)}(\mathbf{p}, \omega_n) &= [i\omega_n - (\mathbf{p} - \mathbf{p}_c)^2/2m + z]^{-1}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Здесь параметр «энергетического расстояния» $z = \mu - \epsilon_c$, как и выше, характеризует близость системы к ЭТП (при $T=0$ и в отсутствие примесного рассеяния $z=0$ в точке ЭТП).

Рассеяние электронов на примесях не только перенормирует элементы G_{11} и G_{22} , но и приводит к появлению недиагональных матричных элементов в матрице $\hat{G}(\mathbf{p}, \omega_n)$. Непосредственное применение стандартного лестничного приближения «крестовой» техники усреднения гриновской функции по положению примесей [13] для рассматриваемого сложного электронного спектра требует определенного обоснования. Прежде всего сделаем некоторые предположения о свойствах рассеивателей. Будем считать рассеяние изотропным, а его матричную амплитуду \hat{u} не зависящей от величины переданного электронного импульса. Поскольку энергия электронов в обеих долинах одинакова, то в процессе единичного акта рассеяния электрон может как вернуться в ту же долину, из которой он стартовал (внутридолинное рассеяние), так и перейти в другую долину (междолинное рассеяние).

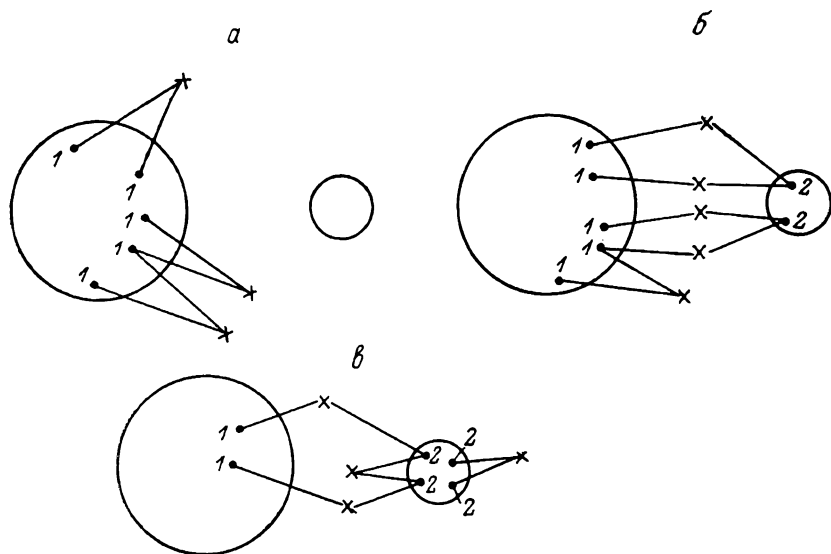


Рис. 2. Возможные процессы рассеяния электронов на примесях.

В сделанных предположениях амплитуды этих процессов одинаковы, а их вероятности определяются соответствующими плотностями состояний и в рассматриваемом подходе будут учтены автоматически. Итак,

$$u = u_0 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Для матричной гриновской функции $\hat{G}(\mathbf{p}, \omega_n)$, усредненной по положению примесей, мы можем записать

$$\hat{G}^{-1} = \hat{G}^{(0)-1} - \hat{\Sigma}. \quad (7)$$

Возможность ограничения лестничным приближением при суммировании диаграмм для $\hat{\Sigma}$ в случае, когда размеры обеих долин достаточно велики, очевидна. Однако вблизи ЭТП характерный размер малой долины становится порядка $\sqrt{2m|z|}$ и передача импульса, в процессах рассеяния, ее затрагивающих, может уже оказаться сравнимой с обратной длиной свободного пробега.

Проанализируем, какие процессы рассеяния тут возможны. Простейшие из них — это рассеяния типа 1—1, 1—1—1 и т. д. (рис. 2, а) т. е. рассеяния электронов, начинающиеся и каждый раз завершающиеся в большой долине. Для них правомерность отбора лишь лестничных диаграмм, очевидно, остается справедливой независимо от размера малой долины (2). Следующий тип процессов — это междолинное рассеяние, в процессе которых электрон не «застревает» в малой долине надолго: т. е. процессы вида 1—2—1, 1—2—1—2—1, 1—2—1—1, 2—1—2 и т. д. (рис. 2, б). В них

передача импульса каждый раз оказывается порядка большой величины p_c и отбор лишь лестничных графиков для вклада таких процессов также правомерен.

Однако существуют и такие акты рассеяния, в процессе которых электрон стартует и возвращается в долину 2 (например 2—2, 1—2—2—1 и т. д., рис. 2, в). Для них передача импульса уже действительно оказывается малой, и оснований для пренебрежения графиками с пересекающимися примесными линиями по сравнению с лестничными нет. Тем не менее следует иметь в виду, что в отличие от локализационной ситуации, когда процессы с $\Delta p \sim l^{-1}$ являются единственным каналом рассеяния, процессы типа 2—2, 1—2—2—1 и т. д. идут наряду с 1—1, 1—2—1 и т. д. Да к тому же ввиду малости плотности состояний во второй долине они весьма маловероятны.

Поэтому вкладом в $\hat{\Sigma}$ от всех процессов с малой передачей импульса (рис. 2, в) можно пренебречь по сравнению с первыми двумя типами из рассмотренных выше (рис. 2, а, б). Аналогичная ситуация фактически имела место при вычислении времени релаксации в модели ЭТП типа «разрыв перемычки» [12], однако поскольку особая область там специально не выделялась из всей Ферми-поверхности, то пересекающиеся диаграммы в низшем порядке автоматически оказывались малыми по сравнению с соответствующими непересекающимися. В качестве еще одной аналогии можно привести рассеяние электронов в квазиодномерных соединениях, где, как известно [14], возможность перескоков между нитями подавляет одномерную локализацию.

Итак, запишем для $\Sigma_{\alpha\beta}$ уравнение самосогласования в лестничном приближении (рис. 3).

$$\Sigma_{\alpha\beta} = n_i \int \frac{dp}{(2\pi)^3} u_{\alpha\gamma} G_{\gamma\delta} u_{\delta\beta}^* \quad (8)$$

здесь n_i — концентрация примесей, а матрица амплитуд рассеяния $u_{\alpha\gamma}$ и полная G -функция определяются выражениями (6) и (7). Обращая матрицу \hat{G}^{-1} в (7) и подставляя ее в (8), находим

$$\hat{\Sigma} = n_i |u_0|^2 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \int \frac{dp}{(2\pi)^3} \frac{G_{11}^{(0)-1} + G_{22}^{(0)-1} + \Sigma_{12} + \Sigma_{21} - \Sigma_{11} - \Sigma_{22}}{(G_{11}^{(0)-1} - \Sigma_{11})(G_{22}^{(0)-1} - \Sigma_{22}) - \Sigma_{12}\Sigma_{21}} \quad (9)$$

Как видно из этого уравнения, $\hat{\Sigma}$ имеет структуру, аналогичную $u_{\alpha\beta}$,

$$\hat{\Sigma} = \Sigma_0 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, для величины Σ_0 мы получаем окончательное уравнение самосогласования

$$\Sigma_0 = n_i |u_0|^2 \int \frac{dp}{(2\pi)^3} \left[\frac{1}{G_{11}^{(0)-1} - \Sigma_0 \left(1 + \frac{G_{11}^{(0)}}{G_{22}^{(0)}}\right)} + \frac{1}{G_{22}^{(0)-1} - \Sigma_0 \left(1 + \frac{G_{22}^{(0)}}{G_{11}^{(0)}}\right)} \right] \quad (10)$$

Обратимся к первому интегралу в этом уравнении

$$\Sigma_0^{(1)} = n_i |u_0|^2 \int \frac{dp}{(2\pi)^3} \left[i\omega_n - \frac{p^2}{2m} + \mu - \Sigma_0 \left(1 + \frac{i\omega_n - p^2/2m + \mu}{i\omega_n - (p - p_c)^2/2m + z}\right) \right]^{-1} \quad (11)$$

Предположим, что $\Sigma_0 \ll \mu$ (это подтверждается в дальнейшем, Σ_0 оказывается порядка τ^{-1}). Малы по сравнению с μ фермионная частота ω_n и z . Поэтому понятно, что интеграл (11) набирается в области импульсов $p \sim \sqrt{2m\mu}$. Для таких импульсов величина $G_{22}^{(0)}/G_{11}^{(0)}$, входящая в (11), оказывается порядка $\max [T, z, \Sigma_0]/\mu$, поскольку все входящие в знаменатель слагаемые имеют порядок μ . Таким образом, учитывая, что интеграл

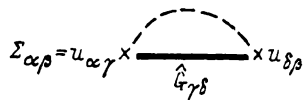


Рис. 3. Уравнение самосогласования для собственно-энергетической части.

в (11) набирается на больших импульсах, это выражение можно существенно упростить,

$$\Sigma_0^{(1)} = n_i |u_0|^2 \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{1}{i\omega_n - \mathbf{p}^2/2m + \mu - \Sigma_0}. \quad (12)$$

Аналогичное рассмотрение второго интеграла в (10) показывает, что он, ввиду той же малости $\max [T, z, \Sigma_0] \ll \mu$ наоборот, набирается в области сравнительно малых импульсов $|\mathbf{p} - \mathbf{p}_c| \sim [2m \max [T, z, \Sigma_0]]^{1/2}$ где слагаемым $G_{11}^{(0)}/G_{22}^{(0)}$ в знаменателе также можно пренебречь.

Отметим, что существенная для дальнейшего вычисления интегралов в (10) возможность пренебрежения дробями $G_{11}^{(0)}/G_{22}^{(0)}$ и $G_{22}^{(0)}/G_{11}^{(0)}$ в их знаменателях обусловлена малостью одной из долин по сравнению с другой и оговоренным выше достаточно большим расстоянием между ними в импульсном пространстве.

Совершая аналитическое продолжение $i\omega_n \rightarrow \omega$ и вычисляя интегралы в (10), находим

$$\Sigma_0 = -\frac{i}{2\tau_0 \sqrt{\mu}} [\sqrt{\omega + \mu - \Sigma_0} + \sqrt{\omega + z - \Sigma_0}], \quad (13)$$

где $\tau_0^{-1} = \pi^{-1} n_i |u_0|^2 m^{3/2} \sqrt{2\mu}$ — характерное время релаксации электронов на примесях. Первое слагаемое в этом выражении соответствует процессам типа 1—1 (рис. 2, а), а второе учитывает процессы междолинного рассеивания, представленные на рис. 2, б.

Разделяя в (13) мнимую и вещественную части и применяя метод последовательных приближений по параметру $(\mu\tau_0)^{-1}$, для времени релаксации получаем

$$\tau^{-1}(\omega, z) = -2 \operatorname{Im} \Sigma_0^R(\omega, z) = \tau_0^{-1} \frac{[\Delta(-\mu - \omega) + \Delta(-z - \omega)]}{2\sqrt{\mu}}, \quad (14)$$

где функция $\Delta(\varepsilon)$ была введена в [9],

$$\Delta(\varepsilon) = \sqrt{2} \left[\left[\varepsilon^2 + \frac{1}{4\tau_0^2} \right]^{1/2} - \varepsilon \right] \quad (15)$$

Таким образом, вычисленное время релаксации оказалось одинаковым для каждого из четырех матричных элементов усредненной по положению примесей гриновской функции $\hat{G}(p, \omega)$, которая принимает окончательный вид

$$\hat{G} = \frac{1}{\det \hat{G}^{-1}} \begin{pmatrix} \omega - \frac{(\mathbf{p} - \mathbf{p}_c)^2}{2m} + z + \frac{i}{2\tau(\omega, z)} & -\frac{i}{2\tau(\omega, z)} \\ -\frac{i}{2\tau(\omega, z)} & \omega - \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \mu + \frac{i}{2\tau(\omega, z)} \end{pmatrix}, \quad (16)$$

$$\det \hat{G}^{-1} = \left(\omega - \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \mu + \frac{i}{2\tau} \right) \left(\omega - \frac{(\mathbf{p} - \mathbf{p}_c)^2}{2m} + z + \frac{i}{2\tau} \right) + \frac{1}{4\tau^2}. \quad (17)$$

3. Кинетические коэффициенты могут быть выражены посредством корреляторов одноэлектронных температурных гриновских функций [15]. Для проводимости σ_{ik} этот коррелятор $K_{ik}^{(e,e)}(\Omega)$ сводится к обычному оператору электромагнитного отклика, вершинные функции которого

$$\hat{\gamma}_i^{(e)} = e \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_i} \hat{\varepsilon}(\mathbf{p}) = e \begin{pmatrix} \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \mathbf{p}_i} & 0 \\ 0 & \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial \mathbf{p}_i} \end{pmatrix} = e \begin{pmatrix} \frac{\mathbf{p}}{m} & 0 \\ 0 & \frac{(\mathbf{p} - \mathbf{p}_c)}{m} \end{pmatrix} \quad (18)$$

соответствуют взаимодействию электрона в той или иной полости Ферми-поверхности с электромагнитным полем.

Кинетический коэффициент β_{ik} в обобщенных уравнениях переноса, посредством которого выражается дифференциальная термоэдс $Q_{ik} = -\sigma_{in}^{-1} \beta_{nk}$, определяется точно таким же коррелятором $K_{ij}^{(e,h)}(\Omega)$, одной

из вершин которого соответствует оператор теплового потока $\hat{\gamma}_j^{(h)}$. В пренебрежении эффектами электрон-фононного взаимодействия

$$\hat{\gamma}_j^{(h)} = i\omega_n \begin{pmatrix} \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \mathbf{p}_j} & 0 \\ 0 & \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial \mathbf{p}_j} \end{pmatrix} = i\omega_n \begin{pmatrix} \mathbf{p}/m & 0 \\ 0 & \frac{\mathbf{p} - \mathbf{p}_c}{m} \end{pmatrix}. \quad (19)$$

Усреднение соответствующих корреляторов по положению примесей сводится к усреднению самих гриновских функций (что мы уже сделали выше), так как векторная вершина в случае изотропного рассеяния не перенормируется [13]. Таким образом, корреляторы $K_{ij}^{(ee)}(\Omega, \nu)$ и $K_{ij}^{(eh)}(\Omega, \nu)$ представляются в виде

$$\begin{pmatrix} K_{ij}^{(ee)}(\Omega, \nu) \\ K_{ij}^{(eh)}(\Omega, \nu) \end{pmatrix} = 2T \sum_{\omega_n} \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \text{Sp} \left\{ \hat{\gamma}_i^{(e)} \hat{G}(\omega_n + \Omega, \nu, \mathbf{p}) \begin{pmatrix} \hat{\gamma}_j^{(e)} \\ \frac{1}{2} \hat{\gamma}_j^{(h)} \end{pmatrix} \hat{G}(\omega_n, \mathbf{p}) \right\}, \quad (20)$$

где Ω, ν — внешняя бозонная частота.

Подставляя в (20) явное выражение для \hat{G} из (16), вычисляя Sp по «должным» матричным индексам, а затем преобразуя суммы по частотам в контурные интегралы и совершая стандартным образом ($i\Omega, \nu \rightarrow \Omega$) аналитическое продолжение по частоте в верхнюю полуплоскость комплексных частот, для σ_{ij} и β_{ij} находим [15]

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \sigma_{ij} \\ \beta_{ij} \end{pmatrix} &= \lim_{\Omega \rightarrow 0} \frac{1}{-i\Omega T} \begin{pmatrix} [K_{ij}^{(ee)}]^R T \\ [K_{ij}^{(eh)}]^R \end{pmatrix} = \\ &= \frac{e}{4\pi T^2 m^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{2eT}{m} \right) \frac{d\omega}{\text{ch}^2 \frac{\omega}{2T}} \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} [p_i p_j \text{Im}^2 G_{11}^R(\mathbf{p}, \omega) + \\ &+ (p - p_c)_i (p - p_c)_j \text{Im}^2 G_{22}^R(\mathbf{p}, \omega) + 2p_i (p - p_c)_j \text{Im}^2 G_{12}^R(\mathbf{p}, \omega)]. \end{aligned} \quad (21)$$

Выделяя в (16) мнимые части $G_{\alpha\beta}^R$ и используя те же соображения о слагаемых типа $G_{11}^{(0)}/G_{22}^{(0)}$ и $G_{22}^{(0)}/G_{11}^{(0)}$ в знаменателях G_{11}^R и G_{22}^R , приводим выражение (21) к виду

$$\begin{pmatrix} \sigma_{ij} \\ \beta_{ij} \end{pmatrix} = \frac{e}{16\pi T^2 m^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{2eT}{\omega} \right) \frac{\tau^{-2}(\omega, z)}{\text{ch}^2 \omega/2T} [I_{ij}^{(1)}(\omega) + I_{ij}^{(2)}(\omega) + 2I_{ij}^{(3)}(\omega)] d\omega, \quad (22)$$

$$\left. \begin{aligned} I_{ij}^{(1)} &= \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} p_i p_j \left[\left(\omega - \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \mu \right)^2 + \frac{1}{4\tau^2} \right]^{-2} \\ I_{ij}^{(2)} &= \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} p_i p_j \left[\left(\omega - \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + z \right)^2 + \frac{1}{4\tau^2} \right]^{-2} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

$$I_{ij}^{(3)} = \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} p_i (p - p_c)_j \left[G_{11}^{(0)-1} G_{22}^{(0)-1} + \frac{1}{4\tau^2} (G_{11}^{(0)} + G_{22}^{(0)}) (G_{11}^{(0)-1} + G_{22}^{(0)-1}) \right]^{-2}$$

Два первых интеграла отличаются друг от друга лишь заменой μ на z . Их непосредственное вычисление приводит к результату

$$\begin{aligned} I_{ij}^{(1)} &= \frac{m^{5/2} \tau^3(\omega, z)}{3\sqrt{2}\pi} \Delta^3(-\mu - \omega) \delta_{ij}, \\ I_{ij}^{(2)} &= \frac{m^{5/2} \tau^3(\omega, z)}{3\sqrt{2}\pi} \Delta^3(-z - \omega) \delta_{ij}. \end{aligned} \quad (24)$$

Учитывая, что $\Delta^3(-\mu - \omega) \sim \mu^{3/2}$ видим, что прямой вклад носителей заряда из малой полости в кинетические коэффициенты мал по параметру $(z/\mu)^{3/2}$ по сравнению с $I_{ij}^{(1)}$. Этот факт совершенно понятен, поскольку σ_{ij} и β_{ij} пропорциональны квадрату скорости на поверхности Ферми и соответствующей плотности состояний.

Вопрос о вкладе в (22) от интеграла $I_{ij}^{(3)}$ оказывается более сложным. Преобразуем $I_{ij}^{(3)}$ к виду

$$I_{ij}^{(3)} = -\frac{\partial}{\partial \eta} \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} p_i (p - p_c)_j \eta \left[\left(\omega - \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \mu \right)^2 \left(\omega - \frac{(\mathbf{p} - \mathbf{p}_c)^2}{2m} + z \right)^2 + \right. \\ \left. + \eta \left[\left(\omega - \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \mu \right) + \left(\omega - \frac{(\mathbf{p} - \mathbf{p}_c)^2}{2m} + z \right) \right]^2 \right]^{-1} \Big|_{\eta=(2\tau)^{-2}}. \quad (25)$$

Два уравнения, определяющие нули подынтегрального выражения, можно записать в виде

$$\left(\omega + \mu - \frac{\mathbf{p}^2}{2m} \right) \left(z + \omega - \frac{(\mathbf{p} - \mathbf{p}_c)^2}{2m} \right) = \pm i\eta^{1/2} \left(\mu + 2\omega + z - \frac{\mathbf{p}^2}{2m} - \frac{(\mathbf{p} - \mathbf{p}_c)^2}{2m} \right). \quad (26)$$

Анализ корней этих уравнений посредством теоремы Виета приводит к выводу, что интеграл $I_{ij}^{(3)}$ оказывается мал по сравнению с $I_{ij}^{(1)}$ по параметру $(\mu\tau)^{-2}$.

Таким образом, выражение (22) приобретает вид

$$\begin{pmatrix} z_{ij} \\ \beta_{ij} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma \\ \beta \end{pmatrix} \delta_{ij} = \frac{e\sqrt{m}}{48\sqrt{2}\pi^2 T^2} \delta_{ij} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{2eT}{\omega} \right) \frac{\tau(\omega, z)}{\text{ch}^2 \omega / 2T} \times \\ \times [\Delta^3(-\mu - \omega) + \Delta^3(-z - \omega)] d\omega. \quad (27)$$

Подставляя сюда время релаксации, согласно (14), и проводя оставшееся интегрирование, получаем

$$\sigma(z)/\sigma_0 = 1 - \frac{1}{2} \sqrt{T/2\mu} \int_{-\infty}^{\infty} \Delta \left(x - \frac{z}{2T} \right) \frac{dx}{\text{ch}^2 x}, \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \beta(z)/\beta_0 &= 1 - \frac{3}{2\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x dx}{\text{ch}^2 x} \Delta^2 \left(x - \frac{z}{2T} \right) + \frac{3}{\pi^2} \sqrt{\frac{\mu}{2T}} \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x dx}{\text{ch}^2 x} \Delta \left(x - \frac{z}{2T} \right) \left(1 - \frac{T}{\mu} x \right), \quad (29) \end{aligned}$$

где $\sigma_0 = ne^2\tau/m$, $\beta_0 = e p_F \tau / 9$ (n — концентрация электронов в большой полости, $p_F = \sqrt{2m\mu}$).

Эти выражения в общем виде решают задачу о зависимости проводимости и термоэдс металла вблизи ЭТП типа «зарождение полости» для любых T , z , $\tau_0^{-1} \ll \mu$. Результаты численного вычисления этих интегралов для нескольких значений $T\tau$ представлены на рис. 4. Асимптотические выражения для проводимости и кинетического коэффициента β в грязном ($T\tau \ll 1$) и чистом ($T\tau \gg 1$) случаях можно представить в виде

$$\sigma(z)/\sigma_0 = \begin{cases} 1 - (z/\mu)^{1/2}, & z \geq \tau^{-1}, \\ 1 - \frac{1}{2} (1 + z\tau) (\mu\tau)^{-1/2}, & |z| \leq \tau^{-1}, \\ 1 - \frac{1}{4} \tau^{-1} (\mu|z|)^{-1/2}, & -\tau^{-1} (\mu\tau)^{1/2} < z < \tau^{-1}, \end{cases} \quad (T\tau \ll 1), \quad (30)$$

$$\sigma(z)/\sigma_0 = \begin{cases} 1 - (z/\mu)^{1/2} & z \geq T, \\ 1 - 0.54 (T/\mu)^{1/2} \left(1 + 0.68 \frac{z}{T} \right), & |z| \leq T, \\ 1 - 0.89 (T/\mu)^{1/2} \exp(z/T), & -T \ln(T\tau) \leq z \leq -T, \\ 1 - \frac{1}{4} \tau^{-1} (\mu|z|)^{-1/2}, & z \leq -T \ln(T\tau), \end{cases} \quad (T\tau \gg 1), \quad (31)$$

$$\frac{\beta(z)}{\beta_0} = \begin{cases} 2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\mu}{z}\right)^{1/2} & z \geq \tau^{-1}, \\ \frac{3}{2} - \frac{1}{2} (\mu\tau_0)^{1/2} - \frac{3}{4} z \left(\frac{\tau_0}{\mu}\right)^{1/2} & |z| \leq \tau^{-1}, \quad (T\tau \ll 1), \\ 1 - 0.12 (\mu\tau_0)^{1/2} (\tau_0 |z|)^{-3/2}, & -\tau^{-1} (\mu\tau)^{1/2} \leq z \leq -\tau^{-1}, \\ 2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\mu}{z}\right)^{1/2}, & z \geq T, \\ \frac{3}{2} - 0.28 \left(\frac{\mu}{T}\right)^{1/2} (1 - 0.29) \frac{z}{T}, & |z| \leq T, \quad (T\tau \gg 1), \\ 1 + 0.36 \left(\frac{\mu}{T}\right)^{1/2} \frac{z}{T} \exp\left(\frac{z}{T}\right), & -T \ln(T\tau) \leq z \leq -T, \\ 1 - 0.12 (\mu\tau_0)^{1/2} (\tau_0 |z|)^{-3/2}, & z \leq -T \ln(T\tau). \end{cases}$$

4. Сравним полученные результаты с изученным ранее случаем ЭТП типа «разрыв перемычки» [9-12]. Вместо выражения (28) для поправки к проводимости можно записать

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} = \frac{\sigma(z)}{\sigma_0} - 1 = \mp \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T}{2\mu}} \int_{-\infty}^{\infty} \Delta\left(x \mp \frac{z}{2T}\right) \frac{dx}{\text{ch}^2 x},$$

где верхний знак относится к переходу типа «зарождение полости», а нижний — к «разрыву перемычки». Видно, что все различие в переходах формально сводится к замене $z \rightarrow -z$ и изменению знака перед всей поправкой. Схематическая зависимость $\Delta\sigma(z)/\sigma_0$ показана на рис. 5. Отметим, что для положительных z в случае «зарождение полости» проводимость уменьшается. Этот эффект вполне понятен физически — для электронов большой полости в процессах рассеяния появилась возможность попадать в малую полость и эффективно замедляться (фермиевская скорость в ней мала) и, таким образом, на некоторое время выбывать из процесса переноса заряда.

Аналогично единым образом для обоих типов перехода можно представить и термоэлектрический коэффициент β

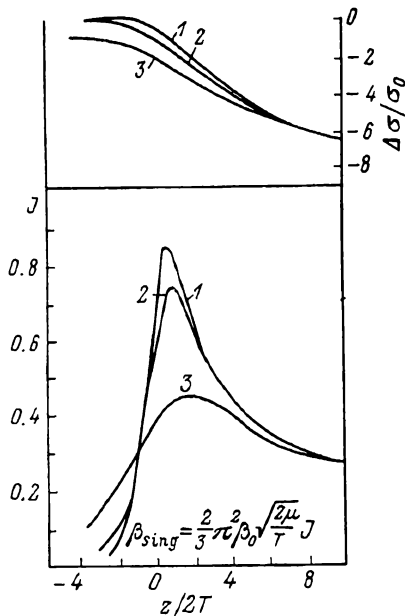


Рис. 4. Зависимость проводимости σ и термоэлектрического коэффициента β от переменной $z/2T$, характеризующей близость системы к ЭТП, для различных значений параметра $T\tau$.

1 — $T\tau \geq 1$, 2 — $T\tau = 2$, 3 — $T\tau = 0.25$.

$$\beta(z) = \beta_{reg}(z) + \beta_{sing}(z) = \pm \beta_0 \left[1 - \frac{3}{2\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x dx}{\text{ch}^2 x} \Delta^2\left(x \mp \frac{z}{2T}\right) \right] + \frac{3}{\pi^2} \beta_0 \sqrt{\frac{\mu}{2T}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x dx}{\text{ch}^2 x} \Delta\left(x \mp \frac{z}{2T}\right) \left(1 - \frac{T}{\mu} x\right).$$

Видим, что изменение типа перехода и здесь сводится к замене $z \rightarrow -z$, как это было в случае проводимости. Однако знак особой части термоэдс (β_{sing}) одинаков для обоих типов переходов. Он совпадает со знаком «фона» (β_{reg}) в случае «разрыва перемычки» и противоположен ему в случае «зарождения полости».

Тот факт, что в двух обсуждаемых моделях переход имеет место при z различных знаков нетрудно понять. Связность двухполостного гиперболоида ($z < 0$) выше связности однополостного ($z > 0$). В случае же зарождения полости, наоборот, связность Ферми-поверхности состоящей из двух полостей ($z > 0$) выше связности одной полости. Таким образом,

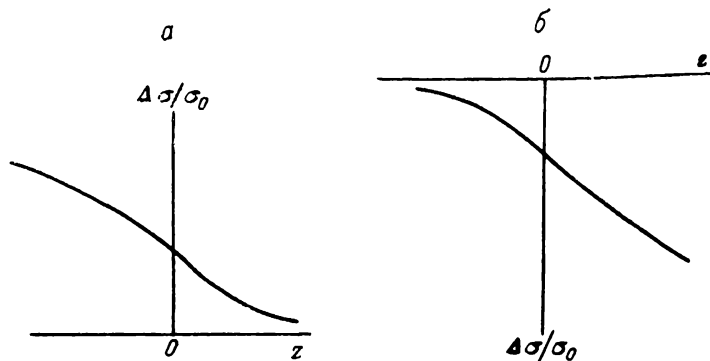


Рис. 5. Схематическая зависимость добавки к проводимости от параметра близости к ЭТП в случаях: *a* — ЭТП типа «разрыв перемычки», *б* — ЭТП типа «зарождение полости».

мы убеждаемся, что переход при конечных температурах и в присутствии примесного рассеяния действительно сдвигается в область большей связности, как это и предполагалось при анализе экспериментов в [5].

В заключение авторы выражают благодарность А. А. Абрикосову, В. С. Егорову, Н. Я. Миминой, Н. А. Мовсисяну за ценные обсуждения.

Л и т е р а т у р а

- [1] Вахс В. Г., Трефилов А. В., Фомичев С. В. ЖЭТФ, 1981, т. 80, № 4, с. 1613—1621.
- [2] Егоров В. С., Федоров А. Н. ЖЭТФ, 1983, т. 85, № 5, с. 1647—1657.
- [3] Варюхин С. В., Егоров В. С. Письма в ЖЭТФ, 1984, т. 39, № 11, с. 510—513.
- [4] Брандт Н. Б., Егоров В. С., Лавренко М. Ю. и др. ЖЭТФ, 1985, т. 89, № 4, с. 1157—2269.
- [5] Егоров В. С., Лавренко М. Ю., Миминая Н. Я. и др. Письма в ЖЭТФ, 1984, т. 40, № 1, с. 25—28.
- [6] Великодный А. Н., Заварицкий Н. В., Игнатъева Т. А. и др. Письма в ЖЭТФ, 1986, т. 43, № 12, с. 597—599.
- [7] Заварицкий Н. В., Макаров В. И., Юргенс А. А. Письма в ЖЭТФ, 1985, т. 42, № 4, с. 148—151.
- [8] Гайдуков Ю. П., Данилова Н. П., Никифорова Е. В. Письма в ЖЭТФ, 1984, т. 39, № 11, с. 522—524.
- [9] Варламов А. А., Панцулая А. В. ЖЭТФ, 1985, т. 89, № 6, с. 2188—2196.
- [10] Варламов А. А., Панцулая А. В. ЖЭТФ, 1986, т. 91, № 6, с. 2220—2228.
- [11] Абрикосов А. А., Панцулая А. В. ФТТ, 1986, т. 28, № 7, с. 2140—2144.
- [12] Варламов А. А., Панцулая А. В., Фистуль М. В. ЖЭТФ, 1987, т. 93, № 8, с. 712—719.
- [13] Абрикосов А. А., Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е. Методы квантовой теории поля в статистической физике. М.: Наука, 1962, 421 с.
- [14] Абрикосов А. А. Основы теории металлов. М.: Наука, 1987, 198 с.
- [15] Кибо К. J. Phys. Soc., Japan, 1957, vol. 12, p. 570—586.

Московский институт стали и сплавов
Москва

Поступило в Редакцию
10 июля 1987 г.