

03;10

## **Акустогидродинамические явления вблизи малого акустического диполя, работающего в вязкой несжимаемой жидкости в широком диапазоне чисел Рейнольдса**

© А.С. Павловский, Н.Г. Семенова

Санкт-Петербургский государственный университет  
E-mail: tatabukamena@rambler.ru

Поступило в Редакцию 19 ноября 2013 г.

Смоделирована задача о колебаниях малого акустического диполя в вязкой несжимаемой жидкости в свободном пространстве и вблизи жесткой стенки. Показано, что в зазоре между диполем и жесткой стенкой образуется знакопеременное поле давления. Величина разрежения зависит от числа Рейнольдса, относительной толщины зазора в долях толщины пограничного слоя и от относительного размера диполя и толщины зазора. Этому полю давления соответствует поле мгновенных скоростей в виде осциллирующих потенциальных потоков. Кроме них в местах ненулевой тангенциальной скорости диполя генерируются вязкие волны, которые при взаимодействии со средой вызывают вихревые акустические течения. Численно исследованы их структура и динамика в пространстве и времени. Структура течений оказалась аналогичной наблюдаемой ранее в натурном эксперименте. Подобные решенной задачи возникают в ряде акустических технологических процессов, реализуемых в малых объемах вязкой жидкости на низких ультразвуковых частотах.

Рассматривается следующая двумерная задача в декартовых координатах  $XU$ . В сосуде, заполненном вязкой несжимаемой жидкостью, осциллирует по оси  $X$  со скоростью  $V$  малое (по сравнению с длиной продольной волны) сферически симметричное тело — цилиндрический диполь кругового сечения бесконечной длины. При  $X = h$  расположена одна из стенок сосуда. Все остальные размеры сосуда более чем на порядок превышают диаметр диполя. На поверхности тела и на 3 стенках сосуда выполняются граничные условия прилипания:  $V = U$  при  $X = Y = \pm R$ ,  $U = 0$  при  $Y = \pm 20R$ . При  $X = -20R$  давление

$P = 0$  Па. В начальный момент времени жидкость покоится, и диполь находится в начале координат.

Решается система (1) уравнений [1], состоящая из нестационарного нелинейного уравнения движения вязкой жидкости и уравнения сохранения массы:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + (U \nabla) U &= -\frac{\nabla P}{\rho} + \nu \Delta U, \\ \operatorname{div}(U) &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

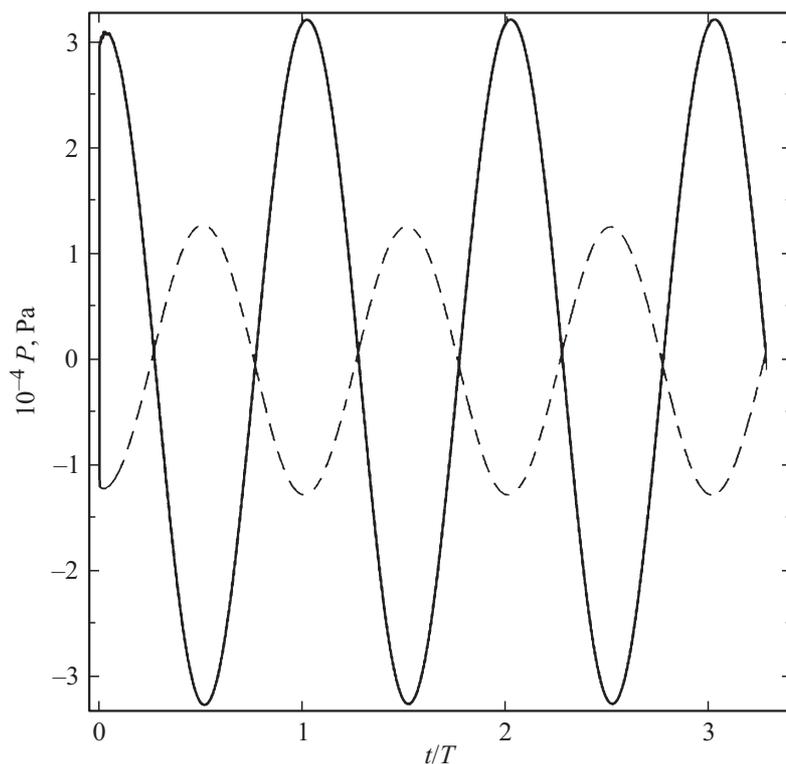
Известно [1], что при движении вязкой несжимаемой жидкости в свободном пространстве необходимым параметром подобия является число Рейнольдса. Однако в рассматриваемой задаче характерным размером может быть, кроме диаметра диполя, любая из перечисленных ниже величин:  $\delta^2 = 2\nu/\omega$  — квадрат толщины пограничного слоя,  $A$  — амплитуда колебательного смещения диполя, расстояние  $h$  от поверхности диполя до стенки, около которой он колеблется. Таким образом, появляются независимые безразмерные отношения  $h/d$  и  $h/\delta$ ,  $A/\delta$ , которые тоже могут войти в число Ренольдса

$$\operatorname{Re} = \frac{Ud}{\nu} = \frac{A}{\delta} \frac{h}{\delta} \frac{d}{h}. \quad (2)$$

Численное моделирование полей скоростей и давлений от малого диполя проводилось в пакете Comsol Multiphysics 4.3. Расчет проводился для следующих условий задачи:  $A \ll d$  и  $A < \delta$ , кинематическая вязкость жидкости  $\nu = 1.1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$ . Отношение  $h/\delta$  меняли в диапазоне от 1 до 10, а числа Рейнольдса от 0.06 до 630. Оптимальным шагом по пространству был шаг сетки  $\delta/25$ – $\delta/6$  в зависимости от расстояния до стенки, а по времени  $T/200$ . При этом точность счета по давлению составила 0.03%, а по скорости 0.05% на расстоянии  $\delta/2$  от поверхности диполя.

При моделировании использовались следующие характеристики режима осцилляций тела и свойств жидкости: частота  $f = 50 \text{ Hz}$ ; период колебаний  $T = 0.02 \text{ с}$ ; амплитуда колебательного смещения изменялась в диапазоне  $3.18 \cdot 10^{-2}$ – $4.30 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ . Толщина пограничного слоя  $\delta = 2.75 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ . Диаметр тела  $d = 2R$  изменяли от  $6.0 \cdot 10^{-2}$  до  $4.4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ . Вязкость жидкости  $\eta = 1.5 \text{ Па} \cdot \text{с}$ ; плотность  $\rho = 1260 \text{ кг}/\text{м}^3$ .

Численный эксперимент показал, как и ожидалось, что во времени давление в зазоре  $h$  и в объеме жидкости меняется по гармоническому



**Рис. 1.** Изменение давления в зазоре (пунктирная линия) между осциллирующим телом и стенкой и позади тела (сплошная) в зависимости от времени в периодах. Координаты точки наблюдения  $X = 10^{-3} \text{ m}$ ,  $Y = 0 \text{ m}$ .  $Re = 63$ ,  $h/\delta = 6$ ,  $h/d = 0.2$ .

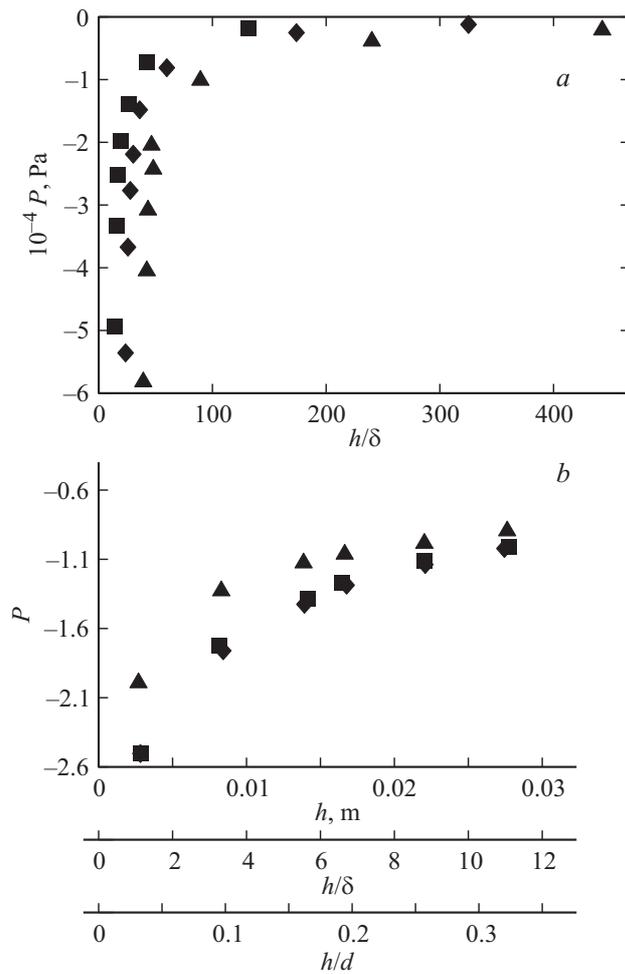
закону в фазе со смещением диполя (рис. 1). Видно, что абсолютные значения давлений сжатия и разрежения в зазоре в разы выше, чем в свободном пространстве. Наблюдаемая периодичность во времени сохраняется по всей ширине зазора для всех исследованных зазоров во всем диапазоне исследованных чисел Рейнольдса. Увеличение числа Рейнольдса приводит к искажению временной зависимости давления. Увеличение же ширины зазора до сотен  $\delta$  нивелирует разницу в величинах давлений в зазоре и в свободном пространстве.

Однако абсолютные значения давлений, которые могут быть достигнуты между поверхностью диполя и стенкой, при прочих равных условиях зависят от толщины зазора  $h/d$ . Наиболее сильное влияние на величину давления разрежения это отношение оказывает при малых значениях  $h/d$ . При превышении его толщины относительно размера диполя в 10 раз это влияние уменьшается и прекращается при дальнейшем удалении стенки.

При не слишком больших толщинах зазора величины давлений, которые могут быть получены в жидкости, зависят от того, сколько толщин пограничного слоя уместится между диполем и абсолютно жесткой стенкой (рис. 2, *a*). При превышении толщиной зазора толщины пограничного слоя более чем в 100 раз влияние этого параметра на величину давления уменьшается и при достижении 400 прекращается. При выбранной геометрии зазора цилиндр–плоская стенка влияние параметра  $h/\delta$  проявляется при весьма малых его значениях. Поэтому при увеличении диаметра диполя (параметра кривых) зависимость становится все более пологой, приближаясь к зависимости для геометрии плоскость–плоскость.

На рис. 2, *b* обобщены результаты зависимости безразмерного давления в зазоре от его толщины и числа Рейнольдса. По оси ординат отложены значения величины давления разрежения, отнесенные к величине  $\rho V^2$ , где  $V$  — аксиальная скорость диполя, определяющая число Рейнольдса как параметр кривых.

Найденное поле скоростей жидкости в зазоре соответствует обсужденному полю давления. Определены зависимости радиальной и тангенциальной компонент скорости жидкости от времени и их распределение по координатам по зазору. Радиальная составляющая максимальна на оси колебаний диполя в моменты времени, кратные  $T/4$  (диполь движется к стенке). Она также максимальна, но противоположно направлена в моменты времени, кратные  $3T/4$  (диполь движется от стенки). При  $t = T/2, T$  заметна инерционность жидкости, т. е. скорость жидкости некоторое время сохраняет прежнее направление после перемены направления движения диполя. В перпендикулярном к оси колебаний направлении радиальная компонента скорости всегда равна нулю. Однако здесь тангенциальная составляющая принимает максимальное значение в моменты времени, кратные  $T/4$  и  $3T/4$ , и всегда обращается в 0 на оси колебаний. При больших числах  $Re$  проявляются значительные нелинейные искажения, особенно заметные в радиальной



**Рис. 2.** *a* — зависимость величины давления разрежения от толщины зазора в долях толщины пограничного слоя. Параметры кривых — диаметр диполя  $d$ : ромбы —  $d = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ ; квадраты —  $d = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ ; треугольники —  $8.7 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ . Время наблюдения  $4T + T/2$ . Координаты точки наблюдения  $X = 10^{-3} \text{ m}$ ,  $Y = 0 \text{ m}$ ;  $\delta = 2.7 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ ,  $\text{Re} = 63$ . *b* — безразмерное давление  $P$ , отнесенное к величине  $\rho V^2$ , в малых зазорах разной толщины и при разных числах Рейнольдса, время  $49T$ : ромбы —  $\text{Re} = 0.63$ , квадраты —  $\text{Re} = 63$  (практически совпадают), треугольники —  $\text{Re} = 630$ .

компоненте. Наблюдается несимметрия величины скорости жидкости в полупериоды сжатия и разрежения, которая в большей степени проявляется при увеличении числа  $Re$ .

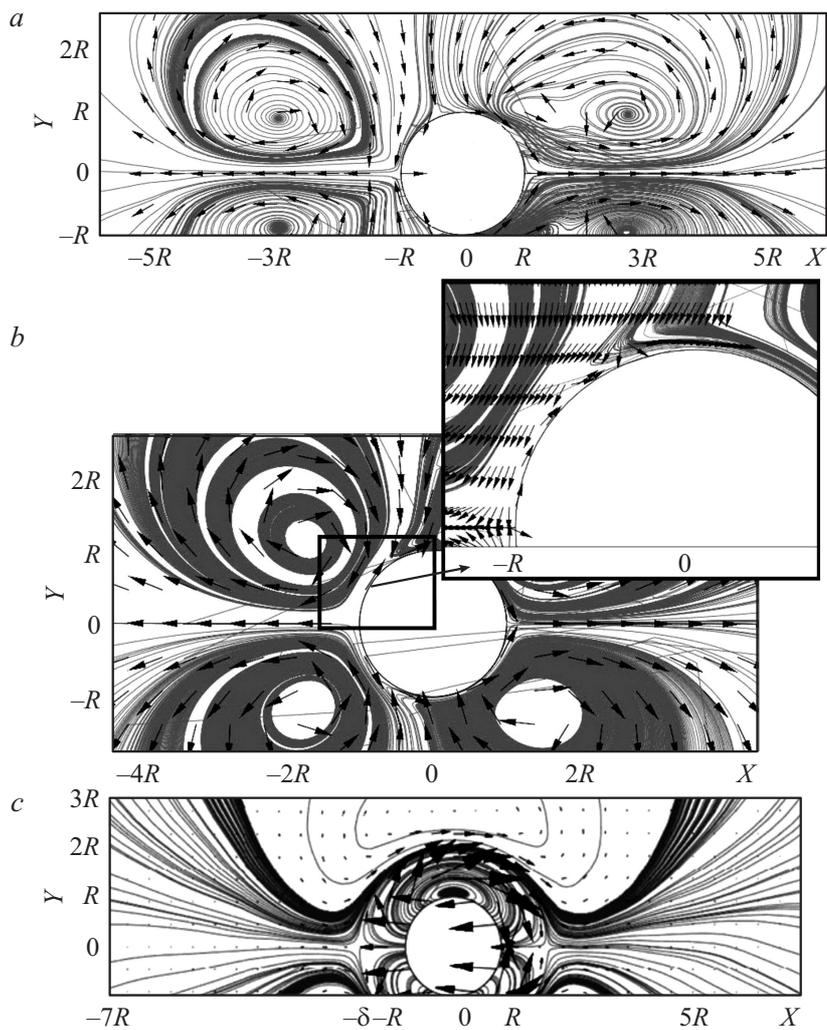
Кроме только что рассмотренных потенциальных полей давления и скорости при колебаниях диполя было замечено, что в местах тангенциальных относительных скоростей диполя и жидкости, неравных нулю, возбуждаются вязкие поперечные волны. Они, взаимодействуя со средой, образуют вихревые акустические течения.

Из натуральных экспериментов [2] известно, что вихревое течение, вызванное вязкой волной, имеет масштаб толщины пограничного слоя: превышает его в десятки раз при малых числах Рейнольдса и с ростом последнего убывает до единиц и долей  $\delta$ . В численном эксперименте по исследованию акустических течений в большом объеме жидкости использовался шаг сетки по пространству  $\delta/6$  и не менее  $R/10$  на расстоянии  $1.5R$  для больших  $Re$ . При этом максимальная погрешность численного счета скорости в точке с координатами  $X = R + \delta/2$ ,  $Y = R/4$  не превышала 3.5%.

Результаты численного моделирования поля скоростей вязкой жидкости вблизи диполя, работающего в удалении от стенок, в диапазоне чисел Рейнольдса в 5 порядков представлены на рис. 3. Сплошные тонкие линии на рисунках суть мгновенные линии тока, полученные для момента времени, равного периоду от момента начала колебаний. Стрелки показывают направление векторов скорости.

Видно, что при осцилляции малого тела в жидкости возникают системы вихрей, распределенные по квадрантам. При больших числах Рейнольдса (рис. 3, *a*) жидкость удаляется от тела по оси колебаний, а подтекает в ортогональном к ней направлении. При уменьшении числа Рейнольдса (рис. 3, *b*) между телом и внешним вихрем появляется еще один вихрь — внутренний, в котором направление линий тока противоположно внешнему. Более подробно его можно рассмотреть на вставке на рис. 3, *b*. Аналогичная система внутренних вихрей наблюдается при дальнейшем уменьшении числа Рейнольдса, но внешний вихрь пропадает (рис. 3, *c*). Этим ситуациям соответствуют рассчитанные распределения давлений в жидкости [3]: найдены координаты точек бифуркаций и центров вихрей. Было замечено, что координаты точек бифуркации меняются в течение периода осцилляций диполя.

Удалось определить зависимость размера внутреннего вихря от числа Рейнольдса. За размер вихря взято расстояние между крайними



**Рис. 3.** Линии тока акустического течения малого акустического диполя в вязкой несжимаемой жидкости: *a* — во внешнем вихре,  $Re = 1000$ ,  $t = 5T$ ; *b* — во внутреннем и внешнем вихрях,  $Re = 63$ ,  $t = 21T$ ; *c* — во внутреннем вихре,  $Re = 0.01$ ,  $t = 50T + T/20$ . Внутренний вихрь окружен линиями тока потенциального течения обтекания.

линиями тока в вихре, измеренное по линии, проведенной из центра диполя на центр вихря. Найденные размеры вихрей в долях пограничного слоя по порядку величины совпадали с известными из [2].

Одновременно с процессом распространения вязкой волны начинается процесс взаимодействия волны и среды, который приводит к „выпрямлению“ скорости. Это означает, что исчезает колебательный процесс и начинается однонаправленный. Процесс „выпрямления“ волны является процессом гораздо более медленным, чем процесс ее распространения. Это процесс установления акустического течения. Поэтому при моделировании процесса установления течения нами использовался более крупный шаг по времени, равный  $T/4$  и  $T/2$ . Это позволило существенно сократить время счета. Погрешность определения скорости движения при этом не превышала 10%.

Рассмотрим процесс развития течений при малых числах  $Re$ . Одновременно с движением тела начинают генерироваться вязкая волна и потенциальное обтекание тела. Давление и скорости в течение первого периода осцилляции существенно отличаются от них же в последующие периоды. Это объясняется тем, что в течение первого периода движение диполя происходит в неподвижной жидкости, а в последующие — уже в движущейся. На линиях тока, проходящих достаточно далеко от поверхности тела (по нашим данным порядка диаметра тела), движение жидкости остается практически потенциальным. Однако на оси колебаний позади тела возникает „завихренность“. Она по мере продвижения тела вперед от положения равновесия растет (время от  $T/200$  до  $T/4$ ) и смещается к экватору. Согласно [1] источником этой „завихренности“ при обтекании твердого тела вязкой жидкостью является именно его поверхность, на которой поставлено граничное условие полного прилипания, т.е. тангенциальная колебательная скорость диполя порождает поперечную вязкую волну в жидкости, посредством взаимодействия которой с жидкостью импульс колебаний диполя передается среде. Оформляется устойчивый внутренний вихрь. Найдено, что время его установления оказалось порядка 10 периодов колебаний на расстояниях толщины пограничного слоя.

Качественно похожие процессы происходят и при больших числах Рейнольдса. Переход от одновихревого течения к двухвихревому осуществляется плавно. Однако численно времена установления изменяются. Они напрямую зависят от величины импульса вязкой волны, определяемого тангенциальной (на экваторе равной аксиальной) коле-

бательной скоростью диполя. Именно последняя определяла в наших численных экспериментах число Рейнольдса. Видно, что с ростом числа Рейнольдса время установления внутреннего вихря падает. Его размер при этом уменьшается и при больших числах Рейнольдса исчезает, как было показано в [2], и формируется осесимметричный внешний вихрь (рис. 3, а).

### Список литературы

- [1] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. Т. 6. Гл. 6. С. 73, 101.
- [2] Данилова Е.Б., Семенова Н.Г. // Акуст. журн. 1977. Т. 23. В. 5. С. 724.
- [3] Павловский А.С., Семенова Н.Г. // Сб. трудов сессии Научного совета РАН по акустике и XXV сессии Российского акустического общества. Таганрог; М.: ГЕОС, 2012. С. 173.