

01;09.3

Двухкомпонентный фазово-модулированный солитон в среде с двухфотонным резонансным переходом

© Г.Т. Адамашвили, Н.Т. Адамашвили, М.Д. Пейкришвили,
Р.Р. Коплатадзе

Грузинский технический университет, Тбилиси, Грузия
E-mail: guram_adamashvili@ymail.com

Поступило в Редакцию 20 сентября 2013 г.

Построена теория оптической самоиндуцированной прозрачности для двухкомпонентного фазово-модулированного солитона в среде с двухфотонным резонансным переходом. Показано, что в этих условиях может формироваться двухфотонный двухкомпонентный солитон, осциллирующий на суммарной и разностной частотах в окрестности частоты несущей волны. Приводятся явные аналитические выражения для формы и параметров нелинейной волны в экспериментально реализуемых условиях.

Существование оптических двухкомпонентных солитонов является одним из самых интересных проявлений нелинейности в различных оптических системах. Определение механизмов, вызывающих образование двухкомпонентных фазово-модулированных солитонов в различных средах и исследование их физических свойств, является одной из основных задач теории нелинейных волн. В зависимости от механизмов формирования отличают резонансные и нерезонансные двухкомпонентные солитоны. Резонансные солитоны образуются в условиях нелинейного когерентного взаимодействия оптического импульса с содержащимися в среде резонансными оптически активными примесными атомами или квантовыми точками, когда выполняются условия самоиндуцированной прозрачности (СИП): $T \ll T_{1,2}$, $\omega T \gg 1$, где T и ω — длительность и частота несущей волны импульса, T_1 и T_2 — времена продольной и поперечной релаксаций примесных атомов или квантовых точек [1]. При этом, когда площадь огибающей напряженности электрического поля импульса Ψ_1 превышает π , образуется солитон (2π -импульс), а когда выполняется условие $|\Psi_1| \ll 1$, может формироваться пульсирующий

солитон (0π -импульс) [2,3]. Пульсирующие солитоны (бризеры) имеют многие свойства солитонов, но в отличие от солитонов они могут формироваться также при малых интенсивностях импульсов. Следовательно, пульсирующие солитоны вызывают особый интерес, так как могут возбуждаться для более широкого спектра значений интенсивностей, чем солитоны. Это обстоятельство позволяет надеяться на то, что по сравнению с солитонами пульсирующие солитоны будут иметь более широкое применение в оптических устройствах. Однако пульсирующие солитоны, которые являются однокомпонентными нелинейными волнами [2,3], не являются единственно возможными резонансными нелинейными волнами малой интенсивности, способными перенести волновую энергию на аномально большие расстояния. В работах [4,5] было показано, что в условиях СИП при однофотонных резонансных переходах наряду с однокомпонентными пульсирующими солитонами резонансными нелинейными волнами малой интенсивности могут быть также и двухкомпонентные солитоны СИП. Эти нелинейные волны обладают сложной внутренней структурой и могут осциллировать на суммарной и разностной частотах в окрестности частоты несущей волны при наличии фазовой модуляции [4] (см. также [6]) и в окрестности частоты на два–три порядка ниже ω , когда фазовая модуляция отсутствует [5]. Такие двухкомпонентные солитоны СИП, так же как и однокомпонентные пульсирующие солитоны, являются 0π -импульсами СИП.

Физическая картина процесса формирования двухкомпонентного фазово-модулированного солитона СИП существенно меняется, если оптический импульс вызывает двухфотонные резонансные переходы в оптически активных примесных атомах (квантовых точках). Цель работы: рассмотреть вопрос о формировании оптического двухкомпонентного солитона СИП, при наличии фазовой модуляции, в среде с двухфотонными резонансными переходами; определить явные аналитические выражения для формы и параметров нелинейной волны и рассмотреть условия для экспериментального наблюдения данного явления.

В качестве простой модели, позволяющей исследовать двухкомпонентные солитоны СИП, рассмотрим кристалл, содержащий малую концентрацию n_0 примесных оптически активных двухуровневых атомов. Предположим, что линейно поляризованный вдоль оси x оптический импульс плоской волны с длительностью T , частотой $\omega \gg T^{-1}$,

волновым вектором \mathbf{k} распространяется вдоль оси z . x -компонента напряженности электрического поля импульса $E(z, t) = \sum_{l=\pm 1} \hat{E}_l(z, t) Z_l$ удовлетворяет волновому уравнению Максвелла

$$\sum_{l=\pm 1} Z_l \left(-2il\omega \frac{\partial \hat{E}_l}{\partial t} - 2ilkV^2 \frac{\partial \hat{E}_l}{\partial z} + \frac{\partial^2 \hat{E}_l}{\partial t^2} - V^2 \frac{\partial^2 \hat{E}_l}{\partial z^2} \right) = \frac{4\pi\omega^2 P}{\eta^2}, \quad (1)$$

где $Z_l = \exp[i l(kz - \omega t)]$, $V = c/\eta$; c — скорость света в вакууме, η — показатель преломления среды, $\omega = Vk$ является законом дисперсии для несущей волны. Зависимость x -компоненты поляризации примесных атомов $P = n_0 \sum_{l=\pm 2} Z_l d_l \hat{E}_{-l}$ от огибающей напряженности электрического поля волны \hat{E}_l определяется оптическими уравнениями Блоха для двухфотонных резонансных переходов [2,7]:

$$\frac{\partial d_l}{\partial t} = il(2\omega - \omega_{21} + G \hat{E}_l \hat{E}_{-l}) d_l - ilk_0 N \hat{E}_l^2, \quad \frac{\partial N}{\partial t} = \frac{i}{2} k_0 \sum_{l=\pm 1} l d_{-l} \hat{E}_l^2, \quad (2)$$

где

$$G = \frac{r_{22} - r_{11}}{4\hbar}, \quad \kappa_0 = \frac{|r_{12}|^2}{2\hbar}, \quad r_{ii} = \frac{2}{\hbar} \sum_{m \geq 3} \frac{|\mu_{im}|^2 \omega_{mi}}{\omega_{mi}^2 - \omega^2},$$

$$r_{21} = r_{12}^* = \sum_{m \geq 3} \frac{\mu_{1m} \mu_{m2}}{\hbar(\omega_{m2} + \omega)},$$

$i = 1, 2$; \hbar — постоянная Планка, ω_{nm} и μ_{nm} — частота и матричные элементы электродипольных моментов перехода между n и m уровнями энергии двухуровневых примесных атомов.

Для определения явного выражения для поляризации P разложим функции d_l и N в ряд по малому параметру ε . Подставляя эти разложения в уравнения (2), получаем

$$P = i\varepsilon^3 n_0 \kappa_0 \int \frac{g(\Delta) d\Delta}{1 + \Delta^2 T^2} \sum_{l=\pm 1} l Z_l \hat{E}_{-l}^{(i)} \int_{-\infty}^t (\hat{E}_l^{(i)})^2 dt' + O(\varepsilon^4), \quad (3)$$

где $\Delta = 2\omega - \omega_{21}$, $g(\Delta)$ — нормированная функция неоднородного уширения спектральной линии.

Для анализа уравнений (1) и (2) воспользуемся пертурбативным методом редукции [8], согласно которому функцию \hat{E}_l при условии

$\Psi_1 \ll 1$ можно представить в форме

$$\hat{E}_l(z, t) = \sum_{\alpha=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \varepsilon^\alpha Y_{l,n} f_{l,n}^{(\alpha)}(\xi, \tau), \quad (4)$$

где

$$Y_{l,n} = \exp[in(Q_{l,n}z - \Omega_{l,n}t)], \quad \xi_{l,n} = \varepsilon Q_{l,n}(z - v_{g(l,n)}t),$$

$$\tau = \varepsilon^2 t, \quad v_{g(l,n)} = \frac{d\Omega_{l,n}}{dQ_{l,n}},$$

ε — малый параметр, величина $\Psi_l = \kappa_0 \int_{-\infty}^t \hat{E}_l^2(z, t') dt'$ для двухфотонных переходов пропорциональна энергии импульса.

Такое представление позволяет выделить из \hat{E}_l еще более медленно меняющиеся функции $f_{l,n}^{(\alpha)}$. Следовательно, предполагается, что величины Ω , Q и $f_{l,n}^{(\alpha)}$ удовлетворяют неравенствам $\omega \gg \Omega$, $k \gg Q$, $|\frac{\partial f_{l,n}^{(\alpha)}}{\partial t}| \ll \Omega f_{l,n}^{(\alpha)}$, $|\frac{\partial f_{l,n}^{(\alpha)}}{\partial z}| \ll Q f_{l,n}^{(\alpha)}$.

Величины Q и Ω зависят от l и n , но в дальнейшем для простоты индексы l и n опустим там, где это не приведет к путанице.

Подставляя (3) и (4) в (1), получаем нелинейное уравнение

$$\sum_{l=+1}^{\infty} \sum_{\alpha=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \varepsilon^\alpha Y_{l,n} Z_l \left(W_{l,n} + i\varepsilon J_{l,n} \frac{\partial}{\partial \xi} + i\varepsilon^2 h_{l,n} \frac{\partial}{\partial \tau} + \varepsilon^2 H_{l,n} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \right) f_{l,n}^{(\alpha)} = \frac{4\pi\omega^2}{\eta^2} P, \quad (5)$$

где

$$W_{l,n} = -2ln\omega\Omega + 2lkV^2nQ - n^2\Omega^2 + V^2n^2Q^2, \quad h_{l,n} = -2(l\omega + n\Omega),$$

$$I_{l,n} = 2Q(I\omega v_{g(l,n)} - lkV^2 + n\Omega v_{g(l,n)} - nQV^2), \quad H_{l,n} = Q^2(v_{g(l,n)}^2 - V^2).$$

Из соотношения (5) следует, что из всех величин $f_{l,n}^{(\alpha)}$ отличны от нуля только члены $f_{+1, \pm 1}^{(1)}$. Для определения этих функций приравняем нулю по отдельности члены при одинаковых степенях ε . В результате получим связь между величинами Q и Ω :

$$2ln\omega\Omega - 2lkV^2nQ + \Omega^2 - V^2Q^2 = 0 \quad (6)$$

и связанные нелинейные уравнения Шредингера для функции $u_{\pm} = \varepsilon f_{+1,\pm 1}^{(1)}$:

$$i \left(\frac{\partial u_{\pm}}{\partial t} + v_{\pm} \frac{\partial u_{\pm}}{\partial z} \right) + p_{\pm} \frac{\partial^2 u_{\pm}}{\partial z^2} + g_{\pm} |u_{\pm}|^2 u_{\pm} + r_{\pm} |u_{\mp}|^2 u_{\pm} = 0, \quad (7)$$

где

$$v_{\pm} = v_{g(+1,\pm 1)}, \quad p_{\pm} = 2 \frac{V^2 - v_{\pm}^2}{\omega_{\pm} \Omega_{\pm 1}}, \quad g_{\pm} = \pm \frac{K_{+1,\pm 1}}{\Omega_{\pm}}, \quad r_{\pm} = 4 \frac{K_{+1,\pm 1}}{\Omega_{+1} - \Omega_{-1}},$$

$$K_{+1,\pm 1} = - \frac{\pi \omega^2 n_0 |r_2|^2}{2\hbar(\omega_{\pm} \Omega_{\pm 1}) \eta^2} \int \frac{g(\Delta) d\Delta}{1 + \Delta^2 T^2}, \quad \Omega_{\pm 1} = \Omega_{+1,\pm 1}.$$

Эти уравнения имеют двухкомпонентное солитонное решение в следующей форме [4]:

$$u_{\pm}(z, t) = \frac{f_{\pm 1}}{bT} \operatorname{sech} \left(\frac{t - z/V_0}{T} \right) \exp[i(k_{\pm 1}z - \omega_{\pm 1}t)],$$

где V_0 — скорость нелинейной волны. При этом выполняются неравенства $k_{\pm 1} \ll Q_{\pm 1}$, $\omega_{\pm 1} \ll \Omega_{\pm 1}$, $f_{\pm 1}$, $k_{\pm 1}$ и $\omega_{\pm 1}$ являются вещественными постоянными, которые определяются из уравнений

$$f_{+1}^2 = \frac{p_+ q_- - p_- r_+}{p_- q_+ - p_+ r_-} f_{-1}^2, \quad k_{\pm} = \frac{V_0 - v_{\pm}}{2p_{\pm}},$$

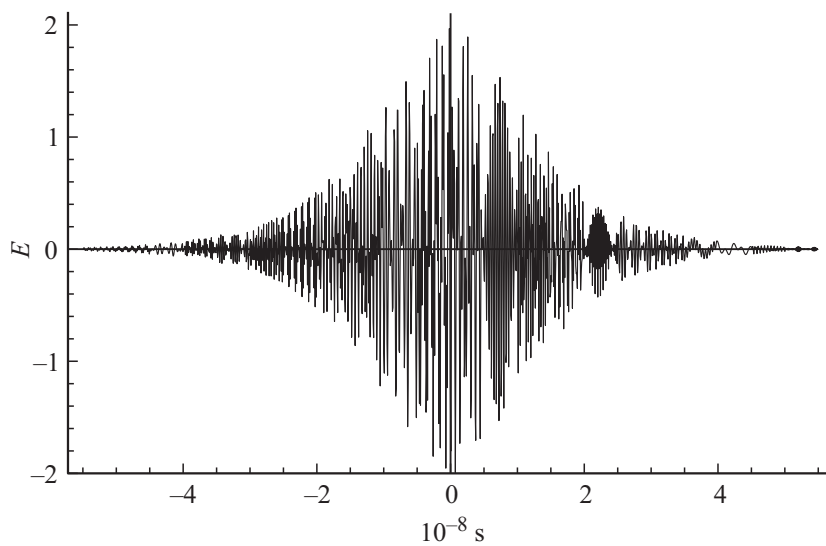
$$\omega_{+1} = \frac{p_+}{p_-} \omega_{-1} + \frac{V_0^2(p_-^2 - p_+^2) + v_-^2 p_+^2 - v_+^2 p_-^2}{4p_+ p_-^2}. \quad (8)$$

Подставляя солитонные решения для функции u_{\pm} в уравнение (4), получаем для напряженности электрического поля импульса $E(z, t)$ двухкомпонентную фазово-модулированную двухфотонную нелинейную волну

$$E(z, t) = \frac{2}{b\tau} \operatorname{sech} \left(\frac{t - z/V_0}{T} \right) \sum_{l=\pm 1} f_l \cos[(k + lQ_l + k_l)z - \omega + l\Omega_l + \omega_l]t, \quad (9)$$

где

$$b^2 = V_0^2 \frac{f_{+1}^2 q_+ + f_{-1}^2 r_+}{2p_+}, \quad T^{-2} = V_0^2 \frac{v_+ k_{+1} + k_{+1}^2 p_+ - \omega_{+1}}{p_+}. \quad (10)$$



Двухфотонный двухкомпонентный фазово-модулированный солитон СИП для напряженности электрического поля импульса $E(0, t)$ (в произвольных единицах) в кристалле рубина, на входе в среду при $z = 0$.

Появление в этом выражении функций $\cos[(k + lQ_l + k_l)z - (\omega + l\Omega_l + \omega_l)t]$ указывает на возникновение периодических осцилляций по времени и координате с характерными параметрами на суммарной $\omega + \Omega_{+1} + \omega_{+1}(k + Q_{+1} + k_{+1})$ и разностной $\omega - \Omega_{-1} + \omega_{-1}(k - Q_{-1} + k_{-1})$ частотах (волновых чисел) в окрестности частоты ω (волнового числа k) несущей волны, в результате чего солитонные решения для величин u_{\pm} трансформируются в решение (9) для величины $E(z, t)$, имеющей вид двухкомпонентного фазово-модулированного двухфотонного солитона. Параметры нелинейной волны (9) определяются из выражений (8) и (10). Связь между величинами Ω_{\pm} и Q_{\pm} определяется из уравнения (6). Следует отметить, что решение (9) является справедливым только при наличии фазовой модуляции.

Несмотря на то что обычный (однокомпонентный) двухфотонный солитон СИП имеет вид 2π -импульса лоренцевой формы [7], полученный здесь двухфотонный двухкомпонентный солитон СИП (9) имеет

оггибающую в форме гиперболического секанса. Иными словами, в процессе распространения двухфотонного двухкомпонентного солитона имеет место взаимодействие между двумя его компонентами; и это приводит к тому, что не только возникают осцилляции на суммарной и разностной частотах (волновых чисел), но и происходит изменение оггибающей импульса, и импульс лоренцевой формы трансформируется в импульс в форме гиперболического секанса. Кроме того, в отличие от однофотонного двухкомпонентного солитона, рассмотренного в работе [4], связь между Ω_{\pm} и Q_{\pm} , которая характеризует свойства двухкомпонентного солитона, для двухфотонного импульса не зависит от коэффициента Бера, т. е. от резонансного атом-фотонного взаимодействия.

Для экспериментального исследования вышеизложенного эффекта можно использовать материалы, которые применялись при наблюдении СИП (см., например, [1,7]). На рисунке представлен двухфотонный двухкомпонентный фазово-модулированный солитон СИП в кристалле рубина $\text{Al}_2\text{O}_3:\text{Cr}^{+3}$, на входе в среду при $z = 0$. Параметры такой системы могут иметь вид [1,7]: $\omega = 6 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$, $T = 3 \cdot 10^{-8} \text{ s}$, $r_{21} = 1.67 \cdot 10^{-32} \text{ C} \cdot \text{m}$, $n_0 = 8 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$, $\eta = 1.75$, $T^* = 0.03 \text{ ns}$. При этом выполняются условия $p_+g_+ > 0$ и $p_-q_- < 0$ и, следовательно, реализуется случай светлой-темной солитонной пары [9].

Представленные аналитические и численные результаты позволяют надеяться на то, что исследованные двухфотонные двухкомпонентные солитоны СИП можно наблюдать экспериментально.

Список литературы

- [1] McCall S.L., Hahn E.L. // Phys. Rev. 1969. V. 183. P. 457.
- [2] Adamashvili G.T., Kaup D.J. // Phys. Rev. E. 2004. V. 70. P. 066 616.
- [3] Адамашвили Г.Т., Адамашвили Н.Т., Пейкришвили М.Д., Моцонелидзе Г.Н., Коплатадзе Р.Р. // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35. С. 35–40.
- [4] Адамашвили Г.Т. // Опт. и спект. 2012. Т. 113. С. 83–87.
- [5] Adamashvili G.T. // Results in Physics. 2011. V. 1. P. 26–29.
- [6] Aseeva N.V., Gromov E., Tyutin V.V. // Chaos. 2013. V. 23. P. 013143–1–6.
- [7] Полуэктов И.А., Попов Ю.М., Роуџберг В.С. // УФН. 1974. Т. 114. С. 97.
- [8] Taniuti T., Iajima N. // J. Math. Phys. 1973. V. 14. P. 1389.
- [9] Jiang Y., Tian B. // EPL. 2013. V. 102. P. 10 010.