05 Особенности условий электродинамической стабилизации композитов на основе высокотемпературных сверхпроводников с различными типами нелинейности их вольт-амперных характеристик

© А.М. Архаров, Н.А. Лавров, В.Р. Романовский

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, 107005 Москва, Россия e-mail: vromanovskii@netscape.net

(Поступило в Редакцию 2 августа 2013 г.)

Исследованы условия возникновения токовой неустойчивости в токонесущих элементах на основе высокотемпературных сверхпроводников, вольт-амперные характеристики которых описываются степенным или экспоненциальным уравнениями. Анализ устойчивости макроскопических состояний выполнен на основе стационарной нуль-мерной модели. Выписаны критерии, которые в линейном по температуре приближении позволяют найти предельно допустимые значения вводимого тока, индуцированной напряженности электрического поля и перегрева сверхпроводника. Сформулировано условие полной тепловой стабилизации сверхпроводящего композита с учетом типа нелинейности его вольт-амперной характеристики. Показано, что режимы устойчивых состояний могут быть как докритическими, так и закритическими. В последнем случае и ток, и напряженность электрического поля превышают априори заданные критические параметры сверхпроводника. Обсуждаются условия их возникновения в зависимости от свойств матрицы, критического тока сверхпроводника, коэффициента заполнения, типа нелинейности вольт-амперной характеристики сверхпроводника. Полученные результаты значительно расширяют класс допустимых состояний высокотемпературных сверхпроводников, так как доказывают существование стабильных резистивных режимов, при которых они не переходят в нормальное состояние, даже несмотря на закритические параметры рабочих режимов.

Введение

Достижения в технологии создания композитных токонесущих элементов на основе высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) открыли пути для создания сверхпроводящих ВТСП-устройств [1-3]. Их потенциальные приложения столь же многочисленны, как и у низкотемпературных сверхпроводящих материалов. В настоящее время налажено промышленное производство длинномерных многоволоконных ВТСП-композитов, которые могут быть использованы в различных сверхпроводящих устройствах. Так, например, в проводах на основе висмутовых керамик достигнут уровень критической плотности тока, необходимый для их практического применения при температурах хладагента, например, близких к температуре жидкого гелия, которые могут быть легко получены при использовании криокулеров [4]. Успешны применения ВТСП в устройствах, работающих и при температуре жидкого азота. Однако при вводе в них тока необходимо определить условия электродинамической стабилизации, соблюдение которых обеспечит устойчивость введенного тока.

Исследование макроскопических механизмов стабильного формирования устойчивых состояний сверхпроводящих сред, определение условий возникновения неустойчивостей различной природы представляют собой актуальные проблемы технической сверхпроводимости [5-8]. Выполненные к настоящему времени исследования причин преждевременного перехода сверхпроводников в нормальное состояние привели к формулировке основных принципов, лежащих в основе теорий магнитной и токовой неустойчивостей. Однако их основные выводы были, как правило, получены на основе исследования начальной стадии процессов, происходящих внутри сверхпроводника в результате действия малого возмущения [6-8], полагая, что температура композита перед возникновением неустойчивости равна температуре хладагента. В то же время учет изменения температуры сверхпроводника, неизбежно происходящий уже на стадии формирования стабильных состояний, видоизменяет условия возникновения неустойчивости даже в тех случаях, когда соответствующий теоретический анализ проводится в рамках модели критического состояния [9].

В настоящей работе исследованы закономерности сохранения сверхпроводимости высокотемпературных сверхпроводников при протекании в них предельно допустимых токов. Выполненный анализ, учитывающий тепловую предысторию сверхпроводников уже на стадии формирования стабильных состояний, позволил сформулировать условия возникновения токовых неустойчивостей в сверхпроводящих композитах, принимая во внимание особенности влияния крипа магнитного потока на динамику их устойчивых состояний.

Модель

Для анализа физических особенностей формирования устойчивых токовых режимов ВТСП-композитов рассмотрим в нуль-мерном стационарном приближении задачу об определении предельных токов, стабильно протекающих по композиту. Будем полагать, что:

— внешнее магнитное поле постоянно и его изменение в продольном направлении мало,

 транспортный ток, вводимый с пренебрежимо малой скоростью, равномерно распределен по композиту с площадью поперечного сечения S и его собственное магнитное поле мало́ по сравнению с внешним магнитным полем,

— внешние тепловые возмущения отсутствуют, то есть распределение температуры по длине композита однородно,

— сверхпроводящие жилы имеют малый поперечный размер, который не приводит к возникновению магнитных неустойчивостей,

— сверхпроводник равномерно распределен по сечению композита с коэффициентом заполнения η (0 < η < 1) и может быть использовано приближение сплошной среды,

— на поверхности композита с периметром охлаждения p имеет место теплообмен с хладагентом с заданным коэффициентом теплоотдачи h, рабочая температура которого равна T_0 ,

— кондуктивный поток тепла в поперечном сечении композита с коэффициентом теплопроводности λ много больше потока тепла в хладагент, т.е. выполняется условие $hS/\lambda p \ll 1$,

— критическая плотность тока сверхпроводника $J_c(T, B)$ как функция от температуры аппроксимируется линейной зависимостью,

— вольт-амперная характеристика (ВАХ) сверхпроводника может быть описана степенным или экспоненциальным уравнениями, параметры нарастания которых не зависят от температуры и индукции магнитного поля.

В рамках данных предположений температура композита может быть определена из решения уравнения теплового баланса [10]

$$EJ = hp(T - T_0)/S.$$
 (1)

При этом транспортный ток с плотностью J является суммой токов в сверхпроводящей части композита J_s и в матрице J_m :

$$J = \eta J_s + (1 - \eta) J_m, \tag{2}$$

а напряженность электрического поля, индуцированная в сверхпроводнике и в матрице с удельным электрическим сопротивлением ρ_m , описывается равенствами

$$E = E_c \left[J_s / J_c(T, B) \right]^n = J_m \rho_m(T, B)$$
(3)

для сверхпроводника со степенной ВАХ и

$$E = E_c \exp\{\left[J_s - J_c(T, B)\right]/J_{\delta}\} = J_m \rho_m(T, B) \qquad (4)$$

для сверхпроводника с экспоненциальной ВАХ. Здесь, согласно сделанным допущениям,

$$J_c(T, B) = J_{c0}(B) \frac{T_{cB}(B) - T}{T_{cB}(B) - T_0}$$

Поставленная задача позволяет избежать громоздких численных расчетов динамики многомерных теплоэлектродинамических состояний сверхпроводящего композита и в аналитической форме найти критерии, описывающие устойчивость сверхпроводящего состояния ВТСПкомпозита при вводе в него предельно допустимого тока.

Результаты

Перепишем систему уравнений (2)-(4) в виде

$$E = E_c \left\{ \left[J - E(1\eta) / \rho_m(T, B) \right] / (\eta J_c(T, B)) \right\}^n$$
 (5)

для сверхпроводника со степенной ВАХ и

$$E = E_c \exp\left\{ \left[J - E(1-\eta)/\rho_m(T,B) - \eta J_c(T,B) \right] / \eta J_\delta \right\}$$
(6)

для сверхпроводника с экспоненциальной ВАХ.

Исключим в данных выражениях температуру, используя уравнение (1), линейную зависимость критической плотности тока от температуры и предполагая для упрощения проводимых выкладок, что $\rho_m(T, B) \approx \rho_m(T_0, B) = \text{const.}$ Тогда неизотермическая ВАХ композита может быть записана в виде

$$J = \frac{\eta J_{c0} \left(\frac{E}{E_c}\right)^{1/n} + \frac{1-\eta}{\rho_m} E}{1 + \frac{\eta J_{c0} SE}{hp(T_{cB} - T_0)} \left(\frac{E}{E_c}\right)^{1/n}}$$
(7)

для сверхпроводника со степенной ВАХ и

J

$$J = \frac{\eta J_{c0} + \eta J_0 \ln \frac{E}{E_c} + \frac{1 - \eta}{\rho_m} E}{1 + \frac{\eta J_{c0} S E}{h p (T_{cB} - T_0)}}$$
(8)

для сверхпроводника с экспоненциальной ВАХ. Данные выражения нетрудно преобразовать к следующим соотношениям:

$$J = \eta J_{c0} \frac{(E/E_c)^{1/n} + E/E_{\eta}}{1 + (E/E_h)(E/E_c)^{1/n}},$$

= $\eta J_{c0} \frac{1 + (J_{\delta}/J_{c0}) \ln(E/E_c) + E/E_{\eta}}{1 + E/E_h}$ (9)

для сверхпроводника со степенной и экспоненциальной ВАХ соответственно. Здесь

$$E_\eta = rac{\eta J_{c0}
ho_m}{1-\eta}, \qquad E_h = rac{hp(T_{cB}-T_0)}{\eta J_{c0}S}$$

Значения E_{η} и E_h определяют в нуль-мерном приближении характерные значения напряженности электрического поля, от которых зависит динамика нарастания ВАХ сверхпроводящего композита. Действительно, нетрудно найти, что основная часть введенного тока будет течь по сверхпроводящей части композита, если

$$E \ll E_c (E_n/E_c)^{n/(n-1)}$$

для сверхпроводника со степенной ВАХ и

$$\frac{E}{1+\frac{J_{\delta}}{J_{c0}}\ln\frac{E}{E_c}} \ll E_{\eta}$$

для сверхпроводника с экспоненциальной ВАХ. При этом вольт-амперные характеристики будут близки к изотермическим ($T \sim T_0$), если

$$E \ll E_c (E_h/E_c)^{n/(n+1)}$$

для сверхпроводника со степенной ВАХ и

 $E \ll E_h$

для сверхпроводника с экспоненциальной ВАХ.

Характерные значения E_{η} и E_h зависят от свойств сверхпроводника, матрицы и условий теплообмена. При этом они могут удовлетворять как условию $E_{\eta} \ll E_h$, так и $E_{\eta} \gg E_h$. В первом случае деление тока между сверхпроводником и матрицей будет носить изотермический характер, а на втором — неизотермический. В частности, оценим их возможные значения, полагая, что $\rho_m \sim 10^{-7} \Omega$ cm, $J_{c0} \sim 10^5 \text{ A/cm}^2$, $p \sim 0.1 \text{ cm}$, $S \sim 10^{-2} \text{ cm}^2$, $\eta \sim 0.5$, $T_{cB} - T_0 \sim 20 \text{ K}$. Тогда $E_{\eta} \sim 10^{-2} \text{ V/cm}$ и $E_h \sim 4 \cdot 10^{-6} \text{ V/cm}$ при неинтенсивных условиях охлаждения ($h \sim 10^{-3} \text{ W/(cm}^2\text{K})$), которые имеют место при использовании криокулера в качестве охладителя [11]. Поэтому при анализе ВАХ для данных режимов охлаждения необходимо учитывать соответствующее отличие температуры композита от температуры охладителя даже тогда, когда основная часть тока течет по сверхпроводнику.

В целом, при увеличении напряженности электрического поля температура композита нарастает по закону

$$T = T_0 + (T_{cB} - T_0) \frac{(E/E_c)^{1/n} + E/E_{\eta}}{(E/E_c)^{1/n} + E_h/E}$$

для сверхпроводника со степенной ВАХ и

$$T = T_0 + (T_{cB} = T_0) \frac{1 + \frac{J_{\delta}}{J_{c0}} \ln \frac{E}{E_c} + \frac{E}{E_q}}{1 + E_h/E}$$

для сверхпроводника с экспоненциальной ВАХ.

Данные выражения позволяют найти так называемое условие полной тепловой стабилизации, когда его температура равна критической температуре сверхпроводника, а введенный ток стабильно течет только по матрице. Подобные состояния удовлетворяют условиям $T = T_{cB}$ и $\partial E/\partial J > 0$ и приводят к следующим критериям полной тепловой стабилизации

$$\left(\frac{\eta J_{c0}}{E_c^{1/n}}\right)^2 \left[\frac{S}{hp(T_{cB}-T_0)}\right]^{1-1/n} \left(\frac{\rho_m}{1-\eta}\right)^{1+1/n} < 1$$

И

$$1 - \frac{J_{\delta}}{J_{c0}} < \frac{E_0}{E_{\eta}}$$

для сверхпроводников со степенной и экспоненциальной ВАХ соответственно. Здесь E_0 является решением уравнения

$$\frac{E_h}{E_0} - \frac{E_0}{E_\eta} = \frac{J_\delta}{J_{c0}} \ln \frac{E_0}{E_c}$$

Выписанные критерии соблюдают предельный переход к известному критерию Стекли [6-8]

$$\alpha = \frac{\eta^2 J_{c0}^2 \rho_m S}{h p (1 - \eta) (T_{cB} - T_0)} < 1$$

при $n \to \infty$ и $J_{\delta} \to 0$ соответственно.

Как известно [6-8], по своему физическому смыслу безразмерный параметр тепловой стабилизации α равен отношению характерного значения объемной мощности джоулева тепловыделения в матрице к характерному значению объемной мощности потока тепла в хладагент. В то же время нетрудно найти, что

$$\alpha = \frac{E_{\eta}}{E_h}.$$

Другими словами, введенные выше характерные значения E_{η} и E_{h} позволяют дать новое определение параметра тепловой стабилизации: он равен отношению характерного значения напряженности электрического поля, при превышении которого происходит деление тока между сверхпроводником и матрицей, к характерному значению напряженности электрического поля, отделяющему изотермические состояния от неизотермических. Поскольку обычно $\alpha \gg 1$ [6–8], то в этих случаях необходимо обязательно учитывать неизотермический характер процессов, происходящих в сверхпроводящих композитах.

Выписанные соотношения позволяют найти условия нарушения стабильного распределения тока в композитных сверхпроводниках со степенной и экспоненциальной ВАХ. Для этого найдем соответствующие значения дифференциального сопротивления композита. Согласно (9), получим

$$\frac{\partial E}{\partial J} = \frac{\frac{E_{\eta}}{\eta J_{c0}} \left[1 + \frac{E}{E_{h}} \left(\frac{E}{E_{c}}\right)^{1/n}\right]^{2}}{1 + \frac{E_{\eta}}{nE} \left(\frac{E}{E_{c}}\right)^{1/n} - \frac{E_{\eta}}{E_{2}} \left(\frac{E}{E_{c}}\right)^{2/n} - \frac{E}{nE_{h}} \left(\frac{E}{E_{c}}\right)^{1/n}}$$
(10)

для сверхпроводника со степенной ВАХ и

$$\frac{\partial E}{\partial J} = \frac{\frac{E_{\eta}}{\eta J_{c0}} \left(1 + \frac{E}{E_{h}}\right)^{2}}{1 + \frac{J_{\delta}}{J_{c0}} \frac{E_{\eta}}{E} - \frac{E_{\eta}}{E_{h}} \left(1 - \frac{J_{\delta}}{J_{c0}} + \frac{J_{\delta}}{J_{c0}} \ln \frac{E}{E_{c}}\right)}$$
(11)

для сверхпроводника с экспоненциальной ВАХ.

Формулы (10) и (11) показывают, что дифференциальное сопротивление композита в зависимости от знака знаменателя может быть как положительным, так и отрицательным. Поэтому в рассматриваемом стационарном нуль-мерном приближении граница между устойчивыми и неустойчивыми состояниями следует из условия электродинамической стабильности

$$\frac{\partial E}{\partial J} \to \infty \tag{12}$$

которое было впервые сформулировано в [10] для низкотемпературных сверхпроводников. Тогда максимально допустимые значения напряженности электрического поля E_q , тока I_q и температуры T_q , согласно (12), удовлетворяют соотношениям

$$\frac{\eta}{n} \frac{J_{c0}}{E_c^{1/n}} E_q^{(1-n)/n} - \left(\eta J_{c0}/E_c^{1/n}\right)^2 \frac{S}{hp(T_{cB} - T_0)} E_q^{2/n}$$

$$= \frac{1-\eta}{\rho_m} \left[\frac{\eta}{n} \frac{J_{c0}}{E_c^{1/n}} \frac{S}{hp(T_{cB} - T_0)} E_q^{(n+1)/n} - 1 \right]$$

$$I_q = \frac{\eta \frac{J_{c0}}{E_c^{1/n}} E_q^{1/n} + \frac{1-\eta}{\rho_m} E_q}{1 + \frac{J_{c0}}{E_c^{1/n}} \frac{\eta S}{hp(T_{cB} - T_0)} E_q^{(n+1)/n}} S, \qquad (13)$$

$$n + \frac{1-\eta}{E_c^{1/n}} E_c^{(n-1)/n}$$

$$T_q = T_0 + (T_{cB} - T_0) \frac{\eta + \frac{1 - \eta}{\rho_m} \frac{E_c^{1/n}}{J_{c0}} E_q^{(n-1)/n}}{\eta + \frac{hp(T_{cB} - T_0)}{S} \frac{E_c^{1/n}}{J_{c0}} E_q^{-(n+1)/n}}$$

для сверхпроводника со степенной ВАХ и

$$1 + \frac{1-\eta}{\eta J_{\delta} \rho_m} E_q = \frac{\eta J_{c0} S E_q}{h p (T_{cB} - T_0)} \left(\frac{J_{c0}}{J_{\delta}} - 1 + \ln \frac{E_q}{E_c} \right)$$

$$I_q = \frac{J_{\delta}}{J_{c0}} \left(1 + \frac{1-\eta}{\eta J_{\delta} \rho_m} E_q \right) \frac{h p (T_{cB} - T_0)}{S E_q} \qquad (14)$$

$$T_q = T_0 + \frac{J_{\delta}}{J_{c0}} \left(1 + \frac{1-\eta}{\eta J_{\delta} \rho_m} E_q \right) (T_{cB} - T_0)$$

для сверхпроводника с экспоненциальной ВАХ.

Введем безразмерные переменные $\varepsilon_q = E_q/E_c$, $i_q = J_q/(\eta J_{c0})$, $\theta_q = (T_q - T_0)/(T_{cB} - T_0)$. В этом случае выражения (13) и (14) преобразуются к виду

$$\frac{1}{n\varepsilon_2}\varepsilon_q^{1+1/n} + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\varepsilon_q^{2/n} - \frac{\varepsilon_1}{n}\varepsilon_q^{1/n-1} = 1,$$

$$i_q = \frac{\varepsilon_q^{1/n} + \varepsilon_q/\varepsilon_1}{1 + \varepsilon_q^{1+1/n}/\varepsilon_2}, \qquad \theta_q = \frac{\varepsilon_q^{1+1/n} + \varepsilon_q^2/\varepsilon_1}{\varepsilon_q^{1+1/n} + \varepsilon_2}, \qquad (15)$$

$$\frac{\varepsilon_q}{\varepsilon_1} + \delta = \frac{\varepsilon_q}{\varepsilon_2}(1 - \delta + \delta \ln \varepsilon_q),$$

$$i_q = \delta \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_q} + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}, \quad \theta_q = \delta + \frac{\varepsilon_q}{\varepsilon_\delta} \qquad (16)$$

для сверхпроводников со степенной и экспоненциальной ВАХ соответственно. Здесь

$$\delta = rac{J_{\delta}}{J_{c0}}, \qquad arepsilon_1 = rac{E_{\eta}}{E_c}, \qquad arepsilon_2 = rac{E_h}{E_c}$$

Используя предложенную модель, оценим влияние свойств матрицы, критического тока сверхпроводника и коэффициента заполнения на условия возникновения токовой неустойчивости. Для этого определим предельно допустимые токи, вводимые в сверхпроводящий композит на основе Bi₂Sr₂CaCu₂O₈ в серебряной матрице, помещенного во внешнее магнитное поле B = 10 Т и охлажденного в начальный момент времени криокулером до температуры жидкого гелия ($T_0 = 4.2$ K, $h = 10^{-3}$ W/(cm²K)). Варьируя значения RRR = $\rho_m(273 \text{ K})/\rho_m(4.2 \text{ K})$, J_{c0} и η , будем использовать следующие параметры композита: S = 0.0123 cm², p = 0.47 cm, $T_{cB} = 26.1$ K, $n = 1/\delta = 11$, которые соответствуют композиту, исследованному в работе [12]. При этом удельное электрическое сопротивление серебра как функцию температуры и индукции магнитного поля будем аппроксимировать, используя результаты [13,14], принимая $\rho_m(273 \text{ K}) = 1.48 \cdot 10^{-6} \Omega$ cm согласно [13].

На рис. 1 представлены результаты расчета граничных значений напряженности электрического поля, тока и температуры в зависимости от коэффициента заполнения композита сверхпроводником при различных значениях RRR и J_{c0}. Они показывают особенности формирования стабильных режимов протекания введенного тока. Во-первых, имеют место докритические режимы устойчивости ($E_q < E_c$, $I_q < I_c$), которые прежде всего возникают при повышенных значениях коэффициента заполнения после превышения соответствующего значения критической плотности тока сверхпроводника. Во-вторых, в широком диапазоне варьирования *η* могут наблюдаться закритические режимы устойчивости $(E_q > E_c, I_q > I_c)$, приводящие к заметным допустимым перегревам композита, если J_{c0} относительно мало. Так, например, при высоких значениях J_{c0} закритические режимы будут существовать в области малых значений коэффициента заполнения. В-третьих, при относительно высоких значениях η возможны промежуточные режимы устойчивости, допустимые параметры которых характеризуются закритическими значениями напряженности электрического поля и докритическими токами. В частности, как следует из рис. 1, при $J_{c0} = 10^5 \,\text{A/cm}^2$ подобные режимы возникают при варьировании η от 0.4 до 0.7.

Существование обсужденных устойчивых токовых режимов также зависит от индукции внешнего поля. Численные эксперименты показывают, что с ее увеличением имеет место тенденция к возникновению в широком диапазоне варьирования η докритических режимов устойчивости.

Токонесущая способность сверхпроводящего композита деградирует при увеличении коэффициента заполнения или критической плотности тока (рис. 1). Другими словами, токи возникновения неустойчивости не будут возрастать пропорционально увеличению критического тока композита. Эта закономерность имеет место как при закритических, так и докритических режимах.

Эффект деградации обусловлен неизотермическим характером формирования электродинамических состояний композита, т.е. с неизбежным отличием температуры сверхпроводящего композита от температуры хладагента перед возникновением неустойчивости. Как следует



Рис. 1. Предельные значения напряженности электрического поля (*a*), тока (*b*) и температуры (*c*) как функции коэффициента заполнения: (-, +) — степенная ВАХ, \circ — экспоненциальная ВАХ, $1 - J_{c0} = 10^4$; $2 - 3 \cdot 10^4$; $3 - 10^5$ A/cm².

из (7) и (8), влияние температуры на формирование сверхпроводящего состояния композита объясняется наличием в ВАХ члена

$$\frac{\eta J_{c0}SE}{hp(T_{cB}-T_0)} \left(\frac{E}{E_c}\right)^{1/n}$$

у сверхпроводника со степенной ВАХ и

$$\frac{\eta J_{c0}SE}{hp(T_{cB}-T_0)}$$

у сверхпроводника с экспоненциальной ВАХ. Их увеличение приводит к соответствующему отклонению реальной ВАХ композита от ВАХ, вычисленной в изотермическом приближении. Поэтому, как обсуждалось выше, при увеличении коэффициента заполнения или критической плотности тока наблюдается тепловая деградация токонесущей способности композита. Кроме этого, эффект тепловой деградации будет иметь место при уменьшении температурного запаса сверхпроводника или коэффициента теплоотдачи. Увеличение площади поперечного сечения ВТСП-композитов (размерный эффект) также будет сопровождаться деградацией токонесущей способности.

Влияние сопротивления матрицы на допустимые значения напряженности электрического поля, тока и температуры в сверхпроводящем композите со степенной ВАХ приведено на рис. 2. Вычисления проводились при $J_{c0} = 1.52 \cdot 10^4 \,\text{A/cm}^2$ и различных значениях коэффициента теплоотдачи и коэффициента заполнения. Видно, что закритические режимы устойчивости будут существовать при интенсивных условиях охлаждения или в композитах с малорезистивной матрицей. Кроме этого, в зависимости от значений η и h существуют области стабильности, в которых варьирование RRR может заметно влиять на условия устойчивости вводимого тока. Данные режимы характерны для композитов с относительно низким значением коэффициента заполнения. Вероятность их возникновения возрастает с улучшением условий теплоотдачи. В этих случаях допустимое увеличение напряженности электрического поля и температуры весьма значительно. А именно допустимый перегрев может превышать 10 К в силу закритических значений индуцированной напряженности электрического поля. Поэтому при анализе условий стабильности подобных состояний для корректного определения границы устойчивых состояний необходимо учитывать соответствующее изменение с температурой свойств сверхпроводника и матрицы. Этот результат также следует учитывать



Рис. 2. Влияние сопротивления матрицы на предельные значения напряженности электрического поля (*a*), тока (*b*) и температуры (*c*) в зависимости от: $I - h = 10^{-2}$, $2 - h = 3 \cdot 10^{-3}$, $3 - h = 10^{-3}$ W/(cm²K), (----) $-\eta = 0.2$, (---) $-\eta = 0.5$.

при измерении критических свойств сверхпроводника, когда обычно априори полагают, что температура внутри композита равна температуре охладителя.

Таким образом, при определении условий устойчивости тока, вводимого в ВТСП-композит, могут существовать докритические и закритические режимы стабильности. Выпишем для рассматриваемого приближения $(hS/\lambda p \ll 1)$ критерии их существования. Приняв $\varepsilon_q = 1$, нетрудно найти границу между докритическими и закритическими значениями напряженности электрического поля. В этом случае исходные параметры должны удовлетворять равенству

$$\varepsilon_2 = \begin{cases} (1+n\varepsilon_1)/(\varepsilon_1+n) \\ \varepsilon_1(1-\delta)/(1+\delta\varepsilon_1) \end{cases}$$

для сверхпроводника со степенной и экспоненциальной ВАХ соответственно. Для данного значения ε_2 соответствующее значение тока возникновения неустойчивости равно

$$i_q = \begin{cases} \frac{n}{n+1} + \frac{1}{(n+1)\varepsilon_1} \\ 1 - \delta \end{cases}$$

т.е. оно заведомо меньше критического тока. Тогда токовая неустойчивость будет возникать в докритической области ($E_q < E_c$, $I_q < I_c$), если выполняется условие

$$\frac{\eta J_{c0}E_{c}S}{hp(T_{cB}-T_{0})} > \frac{\eta \rho_{m}J_{c0} + n(1-\eta)E_{c}}{n\eta\rho_{m}J_{c0} + (1-\eta)E_{c}}$$

для сверхпроводника со степенной ВАХ и

$$\frac{\eta^2 J_{c0}^2 E_c S \rho_m}{h p(T_{cB} - T_0)} > \frac{\eta \rho_m J_\delta + (1 - \eta) E_c}{1 - J_\delta / J_{c0}}$$

для сверхпроводника с экспоненциальной ВАХ. В терминах теории тепловой стабилизации устойчивые режимы ввода тока являются докритическими при

$$\alpha > 1 + rac{arepsilon_1^2 - 1}{arepsilon_1 n + 1}, \qquad lpha > 1 + rac{1 + arepsilon_1}{1 - \delta}\delta$$

для сверхпроводника со степенной и экспоненциальной ВАХ соответственно. Если данные условия нарушаются, то напряженность электрического поля, после превышения которого стабильные токи не существуют, будет превышать E_c . Однако в этом случае, как было показано выше, вводимые токи могут быть как докритическими,



Рис. 3. Влияние степени нелинейности ВАХ на предельно допустимые значения напряженности электрического поля (*a*), тока (*b*) и температуры (*c*): (—) — степенная ВАХ, (---) — экспоненциальная ВАХ.

так и закритическими. Последние $(i_q > 1)$ существуют, если $\varepsilon_q > \varepsilon_{q,v}$, где значение $\varepsilon_{q,v}$ следует из решения уравнения

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{q,v}^{1/p} + \varepsilon_{q,v} - \alpha \varepsilon_{q,v}^{1+(1/n)}$$

для сверхпроводника со степенной ВАХ и равно

$$\varepsilon_{q,v} = \frac{\delta \varepsilon_1}{\alpha - 1}$$

для сверхпроводника с экспоненциальной ВАХ. Соответственно возможные стабильные состояния ВТСП-композита будут характеризоваться закритическими значениями напряженности электрического поля и докритическими токами при

$$\frac{\eta J_{c0} E_c S}{h \rho (T_{cB} - T_0)} < \frac{\eta \rho_m J_{c0} + n(1 - \eta) E_c}{n \eta \rho_m J_{c0} + (1 - \eta) E_c}$$

для сверхпроводника со степенной ВАХ и

$$\frac{\eta^2 J_{c0}^2 E_c S \rho_m}{h p (T_{cB} - T_0)} < \frac{\eta \rho_m J_{\delta} + (1 - \eta) E_c}{1 - J_{\delta} / J_{c0}}$$

для сверхпроводника с экспоненциальной ВАХ.

Результаты расчета докритических и закритических режимов устойчивости в безразмерных терминах, введенных выше, представлены на рис. 3 и 4. Они были получены при $\varepsilon_1 = 10^4$, которое, согласно приведенным выше оценкам, является типичным для ВТСП-композитов. При этом значения n и δ задавались таким образом, чтобы выполнялось условие $n = 1/\delta$. Согласно данному условию, степенная и экспоненциальная вольтамперные характеристики сверхпроводников касаются друг друга в точке $\{E_c, J_{c0}\}$. Оно позволяет сопоставить между собой вычисления, проводимые для сверхпроводников с рассматриваемыми типами нелинейности вольтамперных характеристик.

Рис. 3 демонстрирует влияние параметров нарастания ВАХ на допустимые докритические значения напряженности электрического поля, тока и температуры, предшествующие неустойчивым состояниям, рассчитанным для различных значений ε_2 . Согласно (15) и (16), для данной области допустимых параметров нетрудно получить следующие оценки:

$$_q \sim \left(\frac{\varepsilon_2}{n}\right)^{n/(n+1)}, \qquad i_q \sim \frac{n}{n+1} \left(\frac{\varepsilon_2}{n}\right)^{1/(n+1)}$$

ε



Рис. 4. Зависимость границы стабильных значений напряженности электрического поля (*a*), тока (*b*) и температуры (*c*) от параметра стабильности: (——) — степенная ВАХ, (---) — экспоненциальная ВАХ.

для сверхпроводника со степенной ВАХ и

$$arepsilon_q \sim rac{\delta arepsilon_2}{1-\delta}, \qquad i_q \sim 1-\delta + \delta \ln rac{\delta arepsilon_2}{1-\delta}$$

для сверхпроводника с экспоненциальной ВАХ. Соответственно с ухудшением качества сверхпроводника, т. е. при уменьшении n или увеличении δ , условия возникновения неустойчивости будут характеризоваться не только повышенными значениями допустимых перегревов, но и заметным отличием в условиях возникновения неустойчивости, которые будут иметь место в сверхпроводящих композитах. При этом, как следует из рис. 3, наиболее существенное отличие в параметрах возникновения неустойчивости будет наблюдаться при $n = 1/\delta < 10$. Другими словами, значения $n = 1/\delta = 10$ описывают границу между состояниями, которые могут быть определены как состояния с сильным или слабым крипом.

В целом результаты, представленные на рис. 3, позволяют сделать вывод, который важен для практических приложений. Оказывается, что вводимый ток и электрическое поле срыва могут быть не только ниже условно задаваемых критических значений E_c и J_{c0} , но и при этом приводить к конечным перегревам, зависящим от параметра тепловой стабилизации. Данную тепловую особенность формирования электродинамических состояний сверхпроводящих композитов следует принимать во внимание при экспериментальном определении критических параметров сверхпроводника, поскольку даже в докритической области допустимых рабочих параметров температура сверхпроводника может быть не равной температуре хладагента.

Влияние параметра стабильности α на докритические и закритические значения напряженности электрического поля и токов срыва представлено на рис. 4. Заметим, что в рамках используемого обезразмеривания варьирование значений α при соответствующем изменении ε_2 обусловлено изменением сомножителя hp/S, т. е. в первую очередь связано с изменением условий теплообмена на поверхности композита. Из рис. 4 следует, что с увеличением α докритические токи срыва ввода все в большей степени зависят от типа нелинейности ВАХ. При этом сверхпроводящие композиты со степенной ВАХ оказываются более устойчивыми, чем композиты с экспоненциальной ВАХ. Прежде всего данные режимы будут наблюдаться при неинтенсивных условиях охлаждения или при вводе тока в массивные композиты. Численные эксперименты показывают, что этот диапазон устойчивости зависит и от свойств матрицы: он тем больше, чем меньше сопротивление матрицы. В то же время в области закритических параметров устойчивости, которая существует при малых значениях α , влияние типа нелинейности ВАХ становится незначительным.

Выводы

Выполненное исследование показывает, что процессы формирования стабильных токовых состояний ВТСПкомпозитов и условия их нарушения характеризуются следующими закономерностями.

1. Условия устойчивости токов, вводимых в композитные сверхпроводники, ВАХ которых описываются степенным или экспоненциальным уравнениями, в целом не являются эквивалентными. Отличие возрастает с ухудшением качества сверхпроводящего материала, условий тепловой стабилизации композита. При этом наиболее заметное различие будет наблюдаться у сверхпроводников с сильным крипом ($n < 10, J_{\delta}/J_{c0} > 0.1$).

2. Существуют характерные значения напряженности электрического поля, позволяющие оценить роль условий теплоотдачи и механизма деления тока между сверх-проводником и матрицей на формирование стабильных состояний ВТСП-композитов.

3. Предельно стабильные значения напряженности электрического поля и тока могут быть как докритическими, так и закритическими. Их существование зависит от свойств сверхпроводника и матрицы, условий теплообмена с хладагентом. В частности, докритические режимы будут наблюдаться у композитов с высоким значением коэффициента заполнения или неинтенсивном охлаждении. Закритические режимы устойчивости токовых состояний сверхпроводящих композитов будут иметь место при малых значениях коэффициента заполнения или параметра тепловой стабилизации (*α* < 1). При этом закритические режимы устойчивости характеризуются высокими допустимыми перегревами композита. Тем самым априори вводимые критические значения напряженности электрического поля и тока не определяют границу устойчивых состояний. Следовательно, эти значения не соответствуют физическому смыслу, согласно которому они определяют критические параметры сверхпроводника.

4. Неизбежный перегрев композита перед возникновением неустойчивости приводит к тепловой деградации его токонесущей способности: токи возникновения неустойчивости не увеличиваются пропорционально увеличению его критического тока. Эффект деградации существенно влияет на условия стабильности вводимых токов, которые нарушаются при докритических режимах.

Работа выполнена в рамках проекта № 12–08–00261 Российского фонда фундаментальных исследований.

- [1] Черноплеков Н.А. // УФН. 2002. № 6. С. 716-722.
- [2] Larbalestier D., Gurevich A., Feldmann D.M. // Nature. 2001.
 Vol. 414. P. 368–377.
- [3] Malozemoff A.P., Verebelyi D.T., Fleshler S., Aized D., Yu D. // Physica C. 2003. Vol. 386. P. 424–430.
- Watanabe K., Awaji S., Motokawa M. // Physica B. 2003.
 Vol. 329–333. P. 1487–1488.
- [5] Carr W.J., jr. AC Loss. Macroscopic Theory of Superconductors. NY: Gordon & Breach, 1983. 123 p.
- [6] Альтов В.А., Зенкевич В.Б., Кремлев М.Г., Сычев В.В. Стабилизация сверхпроводящих магнитных систем. М.: Энергоатомиздат, 1984. 312 с.
- [7] Уилсон М. Сверхпроводящие магниты. М.: Мир, 1985. 408 с.
- [8] Гуревич А.Вл., Минц Р.Г., Рахманов А.Л. Физика композитных сверхпроводников. М.: Наука, 1987. 240 с.
- [9] Романовский В.Р. // ЖТФ. 2013. Т. 83. Вып. 5. С. 93–100.
- [10] Polak M., Hlasnik I., Krempasky L. // Cryogenics. 1973. Vol. 13. N 12. P. 702–711.
- [11] Bellis R.H., Iwasa Y. // Cryogenics. 1994. Vol. 34. N 2. P. 129–144.
- [12] Seto T., Murase S., Shimamoto S. et al. // Cryog. Eng. 2001. Vol. 36. P. 60–67.
- [13] Dresner L. // Cryogenics. 1993. Vol. 33. P. 900-909.
- [14] Lim H., Iwasa Y. // Cryogenics. 1997. Vol. 37. P. 789-799.