

05

## Моделирование поведения режущей силы при роторной ультразвуковой обработке материалов на основе структурно-временной механики разрушения

© Н.А. Горбушин,<sup>1</sup> Г.А. Волков,<sup>1,2</sup> Ю.В. Петров<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Санкт-Петербургский государственный университет,  
199034 Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup> Институт проблем машиноведения РАН,  
199178 Санкт-Петербург, Россия

e-mail: gorbushinnikolay@gmail.com, yp@YP1004.spb.edu

(Поступило в Редакцию 21 ноября 2012 г. В окончательной редакции 27 марта 2013 г.)

Предложена аналитическая модель поведения режущей силы при ультразвуковом роторном шлифовании, основанная на подходах динамической механики разрушения и решения задачи об ударном разрушении поверхностей. Полученная с помощью структурно-временного подхода зависимость пороговой энергии разрушения в задаче об эрозии используется при построении модели режущей силы. Построены графики зависимости режущей силы от скорости подачи материала и скорости вращения инструмента, а также показана эффективность применяемой модели для объяснения наблюдаемых в эксперименте эффектов.

### Введение

Применение различных материалов в конструкциях связано с изготовлением объектов, имеющих разнообразную геометрическую конфигурацию. Помимо изготовления различных деталей также требуется их дальнейшая обработка, при которой для различных свойств материалов требуется разный подход. В настоящее время широкое распространение получили процессы обработки, связанные с наложением ультразвука на рабочий инструмент [1–3]. Одним из таких способов обработки является роторное ультразвуковое шлифование (роторное ультразвуковое сверление). Данный процесс используется для обработки хрупких материалов, таких как стекло или керамика [4], а также плохо поддающихся обработке материалов [5]. В сравнении с традиционным ультразвуковым шлифованием [3] роторное ультразвуковое шлифование материала происходит на порядок быстрее и эффективно применяется для сверления глубоких и малых отверстий, при этом отмечается более тщательное и точное высверливание отверстия [4,6]. Также роторное ультразвуковое шлифование характеризуется высоким качеством обработки поверхности, низким давлением на режущий инструмент и низкой скоростью износа инструмента. В работе [6] отмечается, что при обработке керамики требуется примерно 90% затрат от изначальной стоимости керамического изделия. Процесс роторного ультразвукового сверления, благодаря уменьшению энергетических затрат при обработке, позволяет снизить затраты на улучшение качества конечного изделия. Благодаря этому фактору данный вид шлифования является предпочтительным в использовании для обработки изделий, плохо поддающихся ей.

Технология роторного ультразвукового шлифования представляет собой следующее [7]. На поступательное движение вращающегося полого сверла с алмазным

абразивом в металлической оправе накладываются колебания частотой порядка 20 kHz и амплитудой 10–30 μm. Ультразвуковые колебания производятся с помощью источника электроэнергии. Происходит преобразование электрической энергии в механические колебания малой амплитуды, которые в дальнейшем усиливаются с помощью специального концентратора. В результате удается получить высокочастотные механические колебания инструмента с указанными выше параметрами. Охлаждающая жидкость поступает через сердечник сверла и смывает разрушенный материал, предотвращая заедание и перегрев сверла. Одновременно с аксиальными коле-

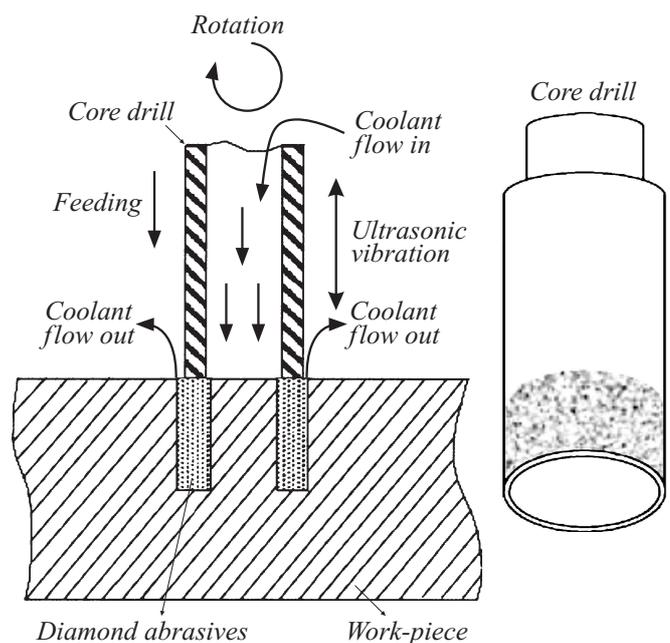


Рис. 1. Процесс роторного ультразвукового шлифования [7].

баниями сверло совершает вращательное движение при помощи электромотора (рис. 1).

В рассматриваемом процессе есть параметры, которые принимаются за входные. Среди них частота ультразвуковых колебаний, амплитуда ультразвуковых колебаний, которая определяется мощностью ультразвуковых колебаний (процент от максимальной электрической мощности), скорость подачи материала, скорость вращения. Для различных значений входных параметров часто экспериментально определяют зависимости скорости обработки и качества обрабатываемой поверхности [4,6,8,9].

Существует большое количество экспериментальных данных по измерению режущей силы в зависимости от различных значений скорости подачи материала, скорости вращения сверла при ультразвуковой ротационной обработке материалов [2,6,10], однако аналитические модели для описания зависимостей режущей силы почти отсутствуют [7]. В настоящей работе предлагается модель описания зависимости режущей силы от скорости подачи материала и скорости вращения сверла. Построение таких моделей режущей силы представляет большой интерес, поскольку становится возможной оптимизация процесса ультразвукового роторного шлифования. Зная режущую силу, можно подобрать значения входных параметров так, чтобы при минимальной режущей силе получалась максимальная скорость обработки и минимальное значение для шероховатости изделия после обработки.

Отметим, что процесс обработки изделий из различных материалов связан с разрушением некоторого поверхностного слоя, при удалении которого достигается желаемый результат. Поэтому в настоящей работе предлагается использовать концепции механики разрушения при построении модели режущей силы. Поскольку в результате воздействия ультразвуковых колебаний в интересующем нас процессе происходит удар инструмента с рабочей поверхностью, для построения модели будем использовать результаты работ [11–17], описывающие поведение пороговой энергии при эрозии. Этот выбор обоснован тем, что в этих работах была показана возможность оптимизации энергозатрат на разрушение, наличие которой позволяет снизить разрушающие усилия, при роторном ультразвуковом сверлении. Ниже приведены основные результаты данных работ, которые будут использованы при построении модели режущей силы.

## Пороговая энергия

Рассмотрим нормальный удар недеформируемой сферической частицы с деформируемым полупространством (рис. 2). Предполагается, что удар квазистатический, и справедливы соотношения, полученные Герцем при решении задачи о внедрении сферического штампа в упругое полупространство [18].

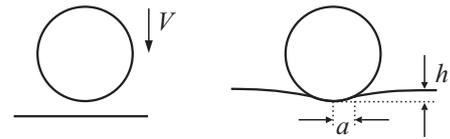


Рис. 2. Удар жесткой сферической частицы с упругим полупространством.

Нас интересует минимальная кинетическая энергия частицы, которая будет вызывать разрушение полупространства. Данную величину энергии будем называть пороговой. Поскольку мы рассматриваем разрушение материала, нам необходимо выбрать критерий разрушения, описывающий данное событие. Учитывая, что удар характеризуется короткими импульсами напряжения, статические критерии разрушения приведут к заведомо ложным результатам для малых значений времени удара. Будем считать, что разрушение происходит, когда выполнен структурно-временной критерий [13,14], в данном случае имеющий вид:

$$\frac{1}{\tau} \max_t \int_{t-\tau}^t \sigma(s) ds = \sigma_c, \quad (1)$$

где  $\sigma_c$  — статическая прочность материала на растяжение,  $\tau$  — инкубационное время разрушения. В настоящей работе под напряжением  $\sigma$  понимается максимальное растягивающее напряжение, возникающее в полупространстве при ударе, поскольку, как правило, именно оно вызывает первоначальное разрушение материала. Величина  $\sigma_c$  является постоянной для материала и может быть определена с помощью эксперимента. Инкубационное время  $\tau$  характеризует продолжительность подготовки среды к разрушению или фазовому переходу и также является константой материала. Инкубационное время определяется экспериментально или расчетно-экспериментальным путем. В работах [11–14] приведены различные интерпретации инкубационного времени в зависимости от типов сплошных сред и решаемых задач. В работе [15] были исследованы пороговые скорости эрозионного разрушения и вычислены значения параметра  $\tau$  для ряда материалов.

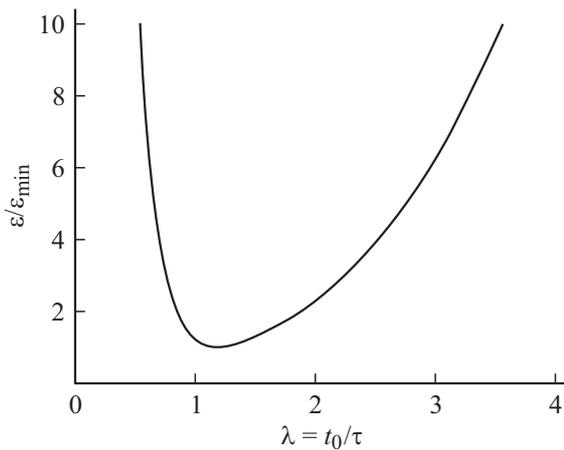
Герцем были получены следующие соотношения:

$$P(t) = kh(t)^{3/2}, \quad k = \frac{4E}{3(1-\nu^2)} \sqrt{R}, \quad (2)$$

$$\sigma(t) = \frac{1-2\nu}{2} \frac{P(t)}{\pi a^2(t)}, \quad (3)$$

$$a(t) = \left( \frac{3(1-\nu^2)}{4E} RP(t) \right)^{1/3}. \quad (4)$$

Здесь  $P$  — контактная сила,  $h$  — сближение,  $E$  — модуль Юнга полупространства,  $\nu$  — коэффициент Пуассона полупространства,  $R$  — радиус сферической частицы,  $\rho$  — плотность сферической частицы,  $\sigma$  —



**Рис. 3.** График зависимости пороговой энергии (10) отнесенной к ее минимальному значению  $\varepsilon_{\min}$ , от времени контакта, нормированного на инкубационное время  $\tau$ , при эрозионном разрушении стали 12Kh18N10T.

максимальное растягивающее напряжение (радиальная составляющая на поверхности полупространства на границе круговой области контакта  $a$ ).

Для определения временной зависимости напряжения необходимо решить уравнение движения для частицы в процессе внедрения:

$$m \frac{d^2 h(t)}{dt^2} = -P(t), \quad (5)$$

где  $m$  — масса частицы.

Решение уравнения (5) можно аппроксимировать следующим выражением [19]:

$$h(t) = h_0 \sin\left(\frac{\pi t}{t_0}\right), \quad (6)$$

$$h_0 = \left(\frac{5}{4k} mV^2\right)^{2/5}, \quad (7)$$

$$t_0 = 2.94 \frac{h_0}{V} \approx 3.2 \left(\frac{m^2}{Vk^2}\right)^{1/5}. \quad (8)$$

В выражениях (6)–(8)  $V$  — начальная скорость частицы при ударе,  $h_0$  — максимальное сближение,  $t_0$  — время контакта. Из полученных выражений следует, что

$$\sigma(t) = \sigma_{\max} \sqrt{\sin\left(\frac{\pi t}{t_0}\right)}. \quad (9)$$

Подставляя найденное напряжение в инкубационный критерий (1), мы можем найти пороговые значения амплитуды  $\sigma_{\max}$  при заданной длительности нагружающего импульса  $t_0$ .

Тогда пороговая энергия может быть вычислена в следующем виде:

$$\varepsilon = \frac{mV^2}{2} = \alpha \frac{t_0^3 \sigma_{\max}^{13/2}}{\rho^{3/2} E^4}, \quad (10)$$

где

$$\alpha = \frac{2}{3} \frac{\pi^2}{(2.94)^2} \left(\frac{5(1-\nu^2)}{4}\right)^4 \left(\frac{6}{5(1-2\nu)}\right)^{13/2}$$

— безразмерный параметр.

В качестве примера приведем график зависимости пороговой энергии эрозионного разрушения стали 12Kh18N10T от времени контакта (рис. 3). Константы материала 12Kh18N10T [16] и плотность сферической частицы:  $E = 205 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0.3$ ,  $\sigma_{\text{cr}} = 560 \text{ MPa}$ ,  $\tau = 0.35 \mu\text{s}$ ,  $\rho = 3200 \text{ kg/m}^3$ . На рис. 3  $\varepsilon_{\min}$  — минимальное значение пороговой энергии, определяемой выражением (10).

### Режущая сила

При построении модели режущей силы будем исходить из энергетических аспектов, т.е. будем считать, что для разрушения материала при сверлении необходимо, чтобы он получил достаточное количество энергии. При этом разрушение будет происходить при получении материалом пороговой величины энергии. При подаче величины энергии выше пороговой и при одних и тех же условиях процесса разрушение будет заведомо происходить.

Переходя к энергетическому описанию процесса ультразвукового сверления и учитывая, что в рассматриваемом процессе энергия подводится в материал в результате удара, так же как при эрозионном разрушении, мы можем оценить величину пороговой разрушающей энергии при однократном ударе сверла через кинетическую энергию некоторой абстрактной частицы, которая при ударе создает в материале пороговый разрушающий импульс. В работе [17] было установлено, что в процессе эрозии геометрическая форма частицы не влияет на поведение пороговой энергии в рассматриваемом диапазоне длительностей удара, которые наблюдаются при вибрационной обработке, поэтому расчет будет проводиться для частицы сферической формы. При этом параметр плотности, который участвовал при изучении эрозии, мы можем принять за управляемый параметр процесса, определяемый из эксперимента по определению режущей силы. Данный параметр будет также иметь размерность  $\text{kg/m}^3$ .

Будем считать, что изменение энергии, необходимой для инициации разрушения материала, происходит за счет работы режущей силы на некотором перемещении. Поэтому примем следующее выражение для определения режущей силы  $F$ :

$$F = \frac{\varepsilon}{A\omega T}, \quad (11)$$

где  $\varepsilon$  — пороговая энергия (10), описанная выше,  $A$  — амплитуда ультразвуковых колебаний,  $\omega$  — угловая скорость вращения,  $T$  — полупериод ультразвуковых колебаний. Таким образом, режущая сила совершает

работу на перемещении  $A\omega T$ . В настоящей работе было выбрано несколько большее значение для пути, которое может быть найдено из уравнений кинематики при движении точки сверла. Однако данное приближение не сказывается на качественном поведении режущей силы. Длина пути  $l$  для точки сверла определяется по формуле

$$l = \frac{\sqrt{\omega^2 r^2 + A^2 \theta^2}}{\theta} E \left( \nu T \sqrt{\frac{A^2 \theta^2}{\omega^2 r^2 + A^2 \theta^2}} \right), \quad (12)$$

где  $\theta = 1/(2T)$  — частота ультразвуковых колебаний,  $r$  — расстояние от оси сверла до точки,  $E(\varphi, k)$  — эллиптический интеграл 2-го рода:

$$E(\varphi, k) = \int_0^\varphi \sqrt{1 - k^2 \sin^2 s} ds. \quad (13)$$

Аналогично работе [15] предположим, что при увеличении скорости подачи материала будет увеличиваться время контакта частиц с поверхностью материала. При достижении некоторого критического значения скорости подачи материала  $f_c$  время контакта примет критическое значение  $t_c$ , после которого материал воспринимает нагрузку как квазистатическую. Таким образом, время контакта определяется по формуле

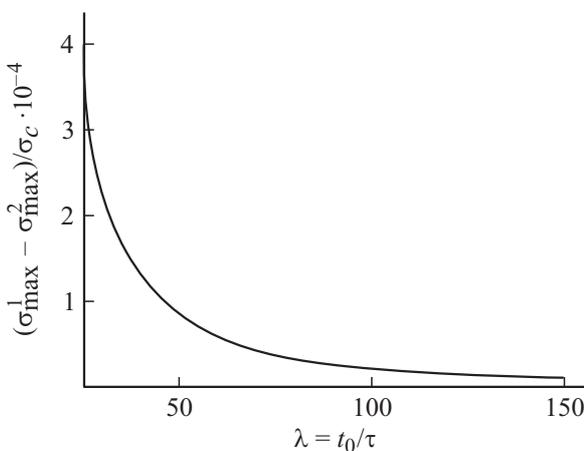
$$t_0 = T + \frac{f}{f_c} (t_c - T), \quad (14)$$

где  $f$  — скорость подачи материала.

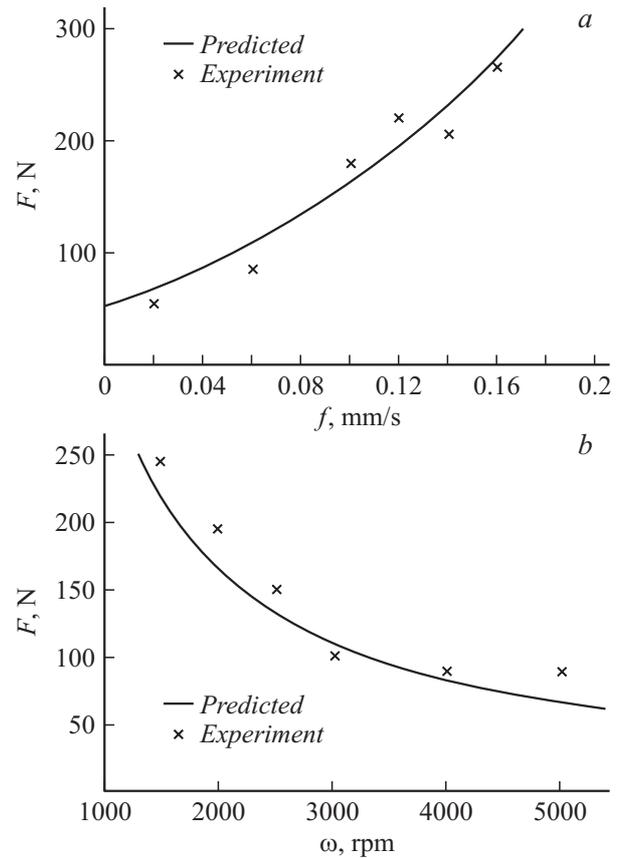
Приближенное значение  $t_c$  можно получить, сравнив решения задачи эрозионного разрушения полупространства с помощью концепции инкубационного времени и статического критерия максимального растягивающего напряжения:

$$\max_t \sigma(t) = \sigma_c, \quad (15)$$

где  $\sigma(t)$  определяется выражением (9).



**Рис. 4.** График зависимости от времени контакта разности пороговых амплитуд нагружающего импульса, вычисленных по критерию (1),  $\sigma_{\max}^1$ , и критерию (15),  $\sigma_{\max}^2$ , отнесенной к статической прочности  $\sigma_c$ .



**Рис. 5.** Зависимость режущей силы (11) для  $Al_2O_3$  от: *a* — скорости подачи материала при постоянной амплитуде ( $A = 32 \mu m$ ) и скорости вращения ( $\omega = 2000 \text{ rpm}$ ), *b* — скорости вращения при постоянной амплитуде ( $A = 32 \mu m$ ) и скорости подачи материала ( $f = 0.1 \text{ mm/s}$ ).

Отметим, что амплитуда нагружающего импульса  $\sigma_{\max}$ , определяемая из критерия (15), получается всегда равной  $\sigma_c$ , т.е. не зависящей от времени контакта. Построим график зависимости от времени контакта разности амплитуд нагружающего импульса по критерию (1) и критерию (15), отнесенной к статической прочности.

С помощью графика, изображенного на рис. 4, можно определить, при каком значении времени контакта будет происходить переход от динамического режима шлифования к конвективному, при котором происходит полный контакт инструмента с поверхностью материала. Будем считать, что процесс конвективного шлифования начинается тогда, когда относительная разность пороговых амплитуд нагружающего импульса становится равной  $(\sigma_{\max}^1 - \sigma_{\max}^2) / \sigma_c = 10^{-5}$ ,  $\sigma_{\max}^1$  подсчитано по формуле (1),  $\sigma_{\max}^2$  — по формуле (15). Соответствующее этой разности значение времени контакта равно  $\lambda \approx 140$ .

В работе [7] была также разработана модель режущей силы для корунда ( $Al_2O_3$ ) и проведены эксперименты по изучению ее зависимости от скорости подачи материала и скорости вращения. В работе [5] производилась об-

Таблица 1.

Материал	Модуль Юнга $E$ , GPa	Коэффициент Пуассона $\nu$	Статическая прочность $\sigma_c$ , МПа	Инкубационное время $\tau$ , $\mu s$	Частота колебаний $\theta$ , kHz
$Al_2O_3$	390	0.24	310	1	20
Ti-6Al-4V	113.9	0.34	950	0.6	20

Таблица 2.

Материал	Параметр $\rho$ , kg/m <sup>3</sup>	Критическая скорость подачи материала $f_c$ , mm/s	Критическое время контакта $t_c$ , $\mu s$
$Al_2O_3$	900	1	140
Ti-6Al-4V	$8 \cdot 10^6$	1	84

работка сплава титана Ti-6Al-4V. Экспериментальные данные по этим материалам представлены в табл. 1. Пользуясь ими, построим графики (рис. 5,6) зависимости режущей силы от тех же параметров. Значение амплитуды при обработке материала Ti-6Al-V определено из данных работы [20].

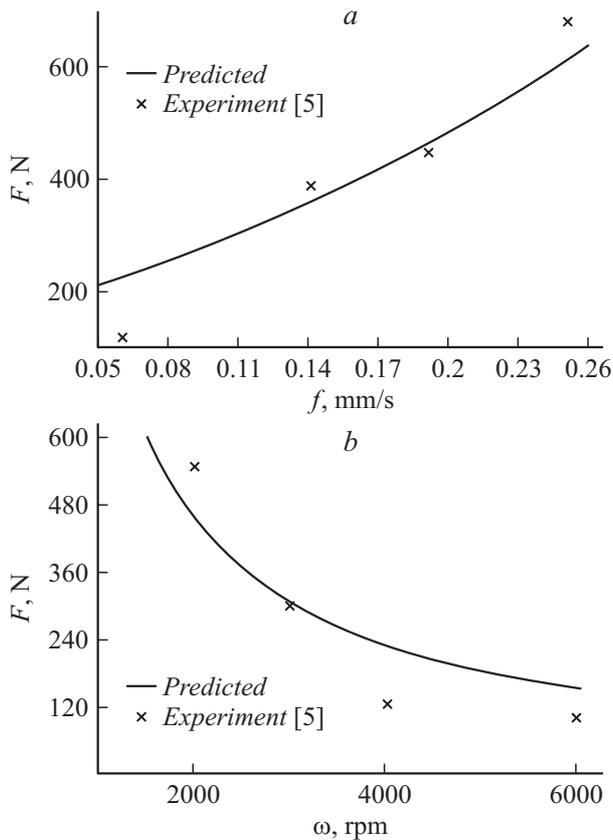


Рис. 6. Зависимость режущей силы (11) для Ti-6Al-4V от: *a* — скорости подачи материала при постоянной амплитуде ( $A = 28 \mu m$ ) и скорости вращения ( $\omega = 4000 \text{ rpm}$ ), *b* — скорости вращения при постоянной амплитуде ( $A = 28 \mu m$ ) и скорости подачи материала ( $f = 0.06 \text{ mm/s}$ ).

При построении графиков зависимости режущей силы использовались значения параметров модели, приведенные в табл. 2.

### Заключение

Применение концепции инкубационного времени разрушения материала позволяет установить эффект минимума пороговой энергии разрушения при импульсном воздействии, который не выявляется при использовании классических подходов. Эффект обусловлен структурно-временной природой процесса разрушения и связан с соответствием временных периодов, свойственных внешнему энергетическому воздействию, характерному (инкубационному) времени разрушения материала. Данный результат чрезвычайно важен для решения задач оптимизации технологических процессов, связанных с разрушением материалов при динамическом (высокоскоростном или импульсном) воздействии. В качестве приложения построена модель режущей силы в процессе ультразвукового роторного шлифования. Приведены графики зависимости режущей силы от скорости подачи материала и скорости вращения инструмента. Найденные зависимости хорошо согласуются с экспериментальными данными и способны дать эффективную качественную оценку режущей силы при рассмотренных параметрах процесса.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (14-01-00814-а), программы № 25 Президиума РАН, фонда Марии Кюри (FP7 EU MARIE CURIE Project TAMER N 610547), совета по грантам президента Российской Федерации для поддержки молодых ученых и программы президиума РАН „Фундаментальные проблемы механики и смежных наук в изучении многомасштабных процессов в природе и технике“.

### Список литературы

- [1] *Кумабэ Д.* Вибрационное резание. М.: Машиностроение, 1985. 424 с.
- [2] *Tsutsumi C., Okana K., Suto T.* // J. Mater. Process. Tech. 1993. Vol. 37. P. 639–654.
- [3] *Singh R., Khamba J.S.* // J. Mater. Process. Tech. 2006. Vol. 173. N 2. P. 125–135.
- [4] *Ya G., Qin H.W., Yang S.C., Xu Y.W.* // J. Mater. Process. Tech. 2002. Vol. 129. P. 182–185.
- [5] *Churi N.J., Pei Z.J., Treadwell C.* // Mach. Sci. Technol. 2006. Vol. 10. N 3. P. 301–321.

- [6] *Khoo C.Y., Esah Hamzah, Izman Sudin.* // *Mekanikal.* 2008. N 25. P. 9–23.
- [7] *Liu DeFu, Cong W.L., Pei Z.J., Tang Yongjun* // *Int. J. Mach. Tool. Manuf.* 2012. V. 52. P. 77–84.
- [8] *Hu P., Zhang J.M., Pei Z.J., Treadwell C.* // *J. Mater. Process. Tech.* 2002. Vol. 129. P. 339–344.
- [9] *Wang Q., Cong W., Pei Z.J., Gao H., Renke K.* // *J. Manuf. Process.* 2009. Vol. 11. N 2. P. 66–73.
- [10] *Cong W.C., Pei Z.J., Feng Q., Deines T.W., Treadwell C.* // *Reinf. Plast. Comp.* 2012. V. 31. N 5. P. 313–321.
- [11] *Petrov Yu.V., Utkin A.A.* // *Mater. Sci.* 1989. V. 25. N 2. P. 153–156.
- [12] *Петров Ю.В.* // Докл. АН СССР. 1991. Т. 321. № 1. С. 66–68.
- [13] *Петров Ю.В.* // Докл. АН России. 2004. Т. 395. № 5. С. 246–249.
- [14] *Морозов Н.Ф., Петров Ю.В.* Проблемы динамики разрушения твердых тел. СПб.: СПбГУ, 1997. 132 с.
- [15] *Volkov G.A., Bratov V.A., Gruzdkov A.A., Babitsky V.I., Petrov Yu.V., Silberschmidt V.V.* // *Shock Vib.* 2011. V. 18. P. 333–341.
- [16] *Smirnov V.I.* // *Strength Mater.* 2007. V. 39. N 1. P. 46–52.
- [17] *Волков Г.А., Горбушин Н.А., Петров Ю.В.* // *Механика твердого тела.* 2012. № 5. С. 6–13.
- [18] *Джонсон К.* Механика контактного взаимодействия. М.: Наука, 1989. 510 с.
- [19] *Колесников Ю.В., Морозов Е.М.* Механика контактного разрушения. М.: Наука, 1989. 224 с.
- [20] *Cong W.L., Pei Z.J., Mohanty N., Van Vleet E., Treadwell C.* // *Manuf. Sci. E.-T. ASME.* 2011. V. 133. N 3. P. 034 501.