

## 05 Исследование упругопластического деформирования элемента шероховатости

© М.В. Мурашов,<sup>1</sup> Ю.В. Корнев<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, 105005 Москва, Россия

<sup>2</sup> Институт прикладной механики РАН, 119991 Москва, Россия  
e-mail: murashov@bmstu.ru

(Поступило в Редакцию 26 октября 2012 г. В окончательной редакции 22 апреля 2013 г.)

Рассмотрен вопрос об использовании механических свойств из макроэкспериментов в моделях контакта для элементов шероховатости микронных размеров. Для образца из технического алюминия АД1 проведено сравнение глубины погружения индентора в элемент шероховатой поверхности в физическом эксперименте и в пространственном конечно-элементном моделировании. Определено, что с учетом принятых допущений применение свойств из макроэксперимента требует их коррекции, учитывающей наклеп поверхностного слоя материала и размерный эффект.

### Введение

Одной из проблем в микромеханике является взаимодействие двух шероховатых поверхностей. В частности, для моделирования трения, износа, адгезии, фильтрации газа и жидкости через контактный зазор, жесткости стыков, тепло-, электро-, магнитопроводности через контакт металлических материалов, требуется определение площади фактического контакта деформированных шероховатых поверхностей. Например, разработан ряд моделей проводимости тепла через контакт [1–5], однако неясной оставалась возможность применения механических характеристик материала, получаемых при испытании образцов размеров порядка нескольких сантиметров (макроэксперимент), для расчета деформирования бугорков шероховатости микронных размеров (вычислительный микроэксперимент). Предполагается существенное влияние на деформирование измененных в результате наклепа от обработки на металлорежущем станке свойств материала, что, главным образом, может определять величину площади фактического контакта.

Для разрешения этого вопроса проведено численно-экспериментальное исследование взаимодействия элемента шероховатости с индентором. Сравнялось поведение бугорка шероховатости (глубина проникновения в него индентора) при физическом эксперименте и при численном расчете со свойствами материала бугорка, взятыми из макроэксперимента (сжатие цилиндрического образца диаметром 20 mm). Представляется, что внедрение индентора в бугорок шероховатости, с одной стороны, формирует напряженно-деформированное состояние, отличное от ситуации при вдавливании индентора в гладкую поверхность, а с другой — может являться моделью взаимодействия бугорков шероховатости в реальном контакте.

Описаний трехмерных расчетов упругопластического взаимодействия индентора с шероховатой поверхностью

в имеющейся литературе не обнаружено. Отметим, что влияние шероховатости на результаты индентирования может быть учтено с использованием модели [6] только в случае, когда глубина погружения значительно превосходит шероховатость поверхности  $Ra < h_{max}/4$ . По требованию же стандарта на индентирование ISO14577-1:2002 [7] шероховатость не должна превышать  $Ra < h_{max}/20$ . Однако для моделирования контактирования бугорков шероховатых поверхностей глубина погружения индентора должна быть соизмерима с величиной шероховатости (как в настоящей работе) или меньше ее.

### 1. Макроэксперимент испытания образца на сжатие

По результатам испытаний партии образцов из алюминия технического АД1 (образцы с торцевыми выточками диаметром 20, высотой 25 mm) на сжатие получены диаграммы упрочнения материала. Испытания проводились в соответствии с ГОСТ 25.503-97. Усредненная

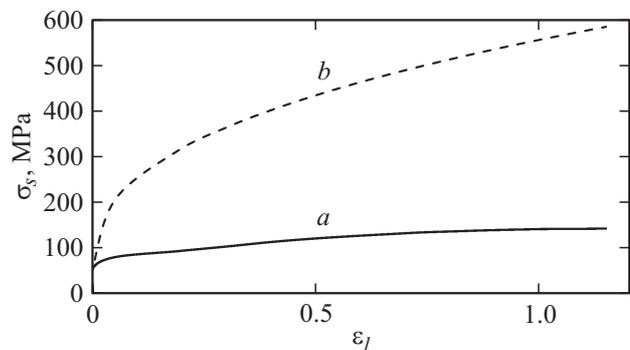


Рис. 1. Кривая упрочнения для материала АД1: *a* — по результатам макроэксперимента на сжатие, *b* — скорректированная для поверхностного шероховатого слоя.

по партии образцов кривая упрочнения „напряжение течения  $\sigma_s$  — логарифмическая деформация  $\varepsilon_l$ “ показана на рис. 1. Предел упругости  $\sigma_y$  составляет 55.7 МПа. Из справочных данных [8] для материала АД1 модуль Юнга составляет 71 ГПа и коэффициент Пуассона 0.32.

## 2. Физический эксперимент. Шероховатая поверхность

В рамках исследования проведено индентирование торцевой поверхности образца из той же партии, что и в макроэксперименте (образец без выточек из материала АД1 диаметром 20 и высотой 20 мм). Эксперимент проводился на приборе NanoTest 600 фирмы Micro Materials с погружением индентора в элементы шероховатости при максимальной нагрузке  $P_{\max} = 100$  мН. Чтобы снизить влияние вязкопластического поведения материала, нагрузка и разгрузка осуществлялись за интервалы времени по 20 с в соответствии с ISO 14577–3:2002 [7]. Эксперимент проводился при температуре  $25 \pm 0.2^\circ\text{C}$  с включенной системой защиты от вибраций. Перед индентированием проведена калибровка инструмента и определена податливость его силовой рамы  $C_f = 5.2 \cdot 10^{-7}$  м/Н. Податливость учитывалась при построении диаграмм нагружения.

Индентирование проводилось алмазным индентором Берковича (Berkovich) с модулем упругости 800 ГПа и коэффициентом Пуассона 0.2.

Чтобы изучить поведение элемента шероховатости реальной поверхности, обычно выполняемой перед индентированием полировки не выполнялось. Сканирование поверхности оптическим 3D-профилометром New View 5022 фирмы Zygo Inc. показало, что высота бугорков шероховатости достигает  $3 \mu\text{m}$ . Индентирование в бугорки шероховатости было выполнено 8 раз в разных областях зоны  $150 \times 150 \mu\text{m}$ . Рассматриваемая зона расположена на расстоянии 5 мм от оси симметрии образца. Глубина погружения индентора  $h_{\max}$  составила от 2.624 до 2.815  $\mu\text{m}$ . Такую разницу в величине погружения можно объяснить влиянием формы шероховатой поверхности. До и после наноиндентирования проведено пространственное сканирование прибором NanoTest 600 поверхности указанной зоны (рис. 2) с разрешением  $0.15 \mu\text{m}$  и небольшими колебаниями значений в пределах  $0.0003$ – $0.0022 \mu\text{m}$ .

Для дальнейшего исследования выбраны результаты индентирования, сделанного первым в точке, указанной на рис. 2. Определена при индентировании максимальная глубина погружения в этой точке составила 2.797  $\mu\text{m}$  (рис. 3).

Из отсканированной области был выбран участок  $40 \times 70 \mu\text{m}$  около точки внедрения индентора, и данные сканирования были введены в программный комплекс конечно-элементных расчетов ANSYS (рис. 4). Видимое на рис. 4, б углубление вдали получено от дополнительного внедрения индентора, проведенного после первого.

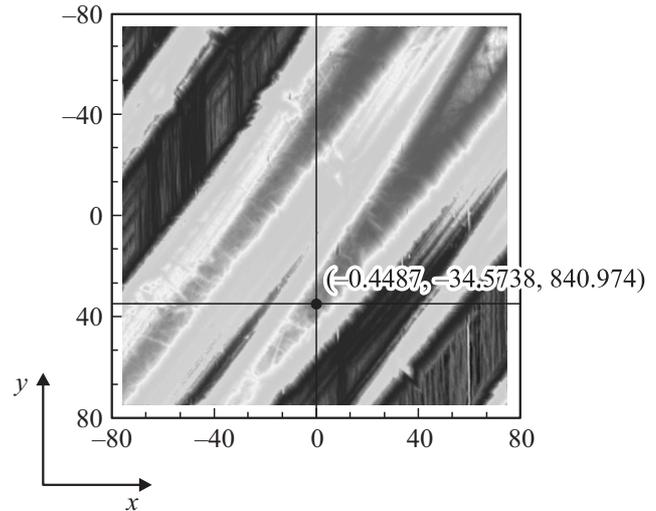


Рис. 2. Результаты сканирования поверхности до индентирования (видны бугры от обработки металлорежущим инструментом). Координаты по осям  $x$  и  $y$  даны в микронах. Перекрестием указано место внедрения индентора, используемое в моделировании.

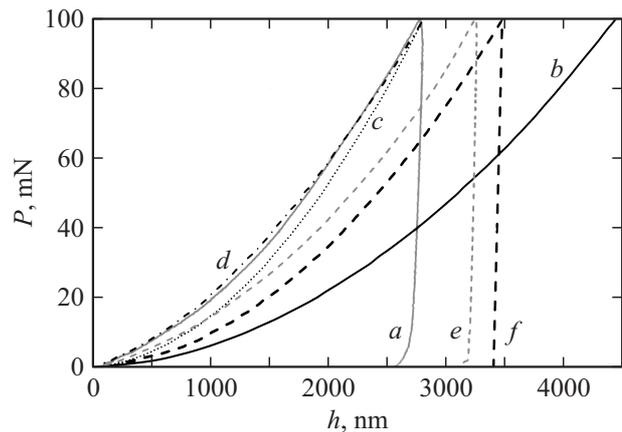


Рис. 3. Зависимость глубины погружения  $h$  от нагрузки на индентор  $P$ . Шероховатая поверхность: физический эксперимент —  $a$ , конечно-элементный расчет —  $b$ , расчет со скорректированной кривой упрочнения —  $c$ , расчет с дополнительным учетом размерного эффекта —  $d$ . Полированная поверхность: физический эксперимент —  $e$ , конечно-элементный расчет —  $f$ .

Дополнительное индентирование должно было привести к небольшому снижению уровня поверхности также и в рассматриваемой зоне первого индентирования. Это влияние предварительно принято незначительным ввиду удаленности индента. Размерность в ANSYS для более устойчивого счета взята не в метрах, а в микрометрах.

Для определения положения кончика индентора, а также погрешности сканирования было сделано сопоставление координат сканирования до индентирования и после (рис. 4). Привязка сделана по центру углубления шероховатой поверхности, показанного стрелками на

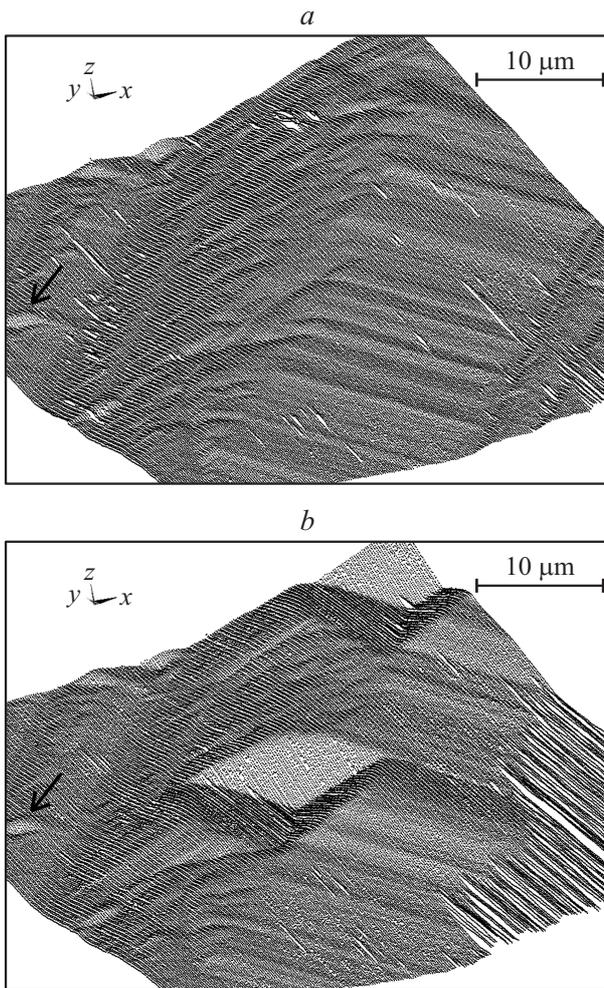


Рис. 4. Результаты сканирования зоны поверхности  $40 \times 70 \mu\text{m}$ : *a* — до индентирования, *b* — после индентирования.

рис. 4. Из сопоставления сканированная глубина отпечатка индентора составила  $2.773 \mu\text{m}$ , в то время как по кривой  $P(h)$  физического эксперимента (рис. 3) экстраполяцией из линейно аппроксимированного участка разгрузки получаем  $2.702 \mu\text{m}$ . Таким образом, погрешность исходных данных сканирования по оси  $z$  составляет порядка  $0.07 \mu\text{m}$ .

### 3. Физический эксперимент. Плоская поверхность

Вторым этапом был проведен эксперимент по индентированию в плоскость. Для этого поверхность использованного ранее образца была отполирована до величины  $R_{\text{max}} = 0.1 \mu\text{m}$  и  $R_z = 0.01 \mu\text{m}$  на полуавтоматическом шлифовально-полировальном станке TegraPol-11 фирмы Struers (Дания). Оценочная величина снятого слоя составляет  $40 \mu\text{m}$ , что соответствует глубине наклепа для алюминия [9]. Перед полировкой в процессе запрессовки образца в фенольную смолу имел место

нагрев образца до  $180^\circ\text{C}$  в течение 3 min, что вместе со снятым упрочненным ранее слоем позволяет говорить о некотором снятии первоначального наклепа поверхности и возможных внутренних напряжений. Индентирование проводилось в той же области образца при той же нагрузке. Результаты эксперимента приведены на рис. 3. Величина погружения индентора составила  $3.257 \mu\text{m}$ . То, что индентор погрузился на значительно большую глубину в плоскую поверхность в сравнении с шероховатой (хотя шероховатость должна давать возможность более глубокого погружения), говорит об имевшемся существенном наклепе поверхностного слоя при эксперименте с шероховатой поверхностью.

### 4. Описание компьютерной модели

Из сопоставления результатов сканирования также получено, что разница по оси  $z$  между положением точек отсканированной в физическом эксперименте поверхности, отстоящих от центра внедрения на  $20 \mu\text{m}$ , до индентирования и после разгрузки составила  $0.3\text{--}0.5 \mu\text{m}$ . Это означает, что область, подвергаясь пластической деформации, шире зоны шероховатости  $40 \times 70 \mu\text{m}$ , взятой в численном моделировании. При диаметре контакта, составившем около  $20 \mu\text{m}$ , зона пластичности превышает его более чем в 3 раза, что расходится с допущениями работ [10] и [11], указывающих, что зона пластичности превышает диаметр контакта в 2 и 3 раза соответственно. Забегая вперед отметим, что размер зоны пластичности в расчете внедрения в шероховатую поверхность со скорректированными свойствами материала составил около четырех диаметров контакта, а в расчете внедрения в плоскость около трех диаметров контакта. Поэтому модель в постановке узкого столбика, пригодная для моделирования контакта шероховатых поверхностей [5], не соответствовала бы рассматриваемой задаче — единичный укол индентора в поверхность. В условиях, когда искомым в моделировании является вычисление глубины погружения индентора, размеры области упругой деформации определяют величину зоны пластических деформаций. Тогда для адекватного охвата зоны пластичности необходимо целиком моделировать весь образец, как и сделано в настоящей работе. Упругое проседание индентора при наличии пластических деформаций зависит от размеров образца как по оси  $z$ , так и по осям  $x, y$ . Расчет по модели, имеющей отличные от образца размеры, дает существенную ошибку в величине упругого деформирования и соответственно в  $h_{\text{max}}$ .

Поэтому в настоящей работе компьютерная модель представляет собой цилиндр с диаметром 20 и высотой 20 mm, размерами соответствующий всему образцу (рис. 5). Верхняя и нижняя поверхности цилиндра плоские. Нижняя поверхность закреплена от перемещения по трем осям координат. В месте внедрения индентора поверхность цилиндра размером  $40 \times 70 \mu\text{m}$  создана шероховатой с рельефом, повторяющим поверхность

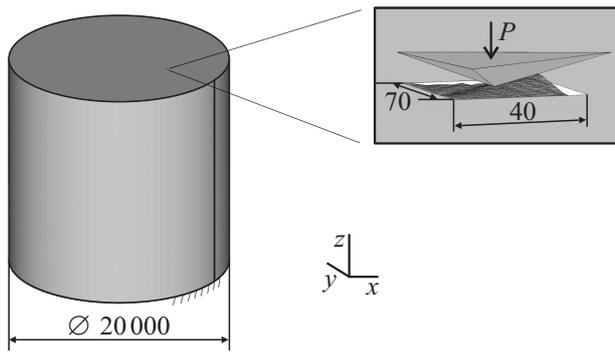


Рис. 5. Модель образца с индентором (размеры в микронах).

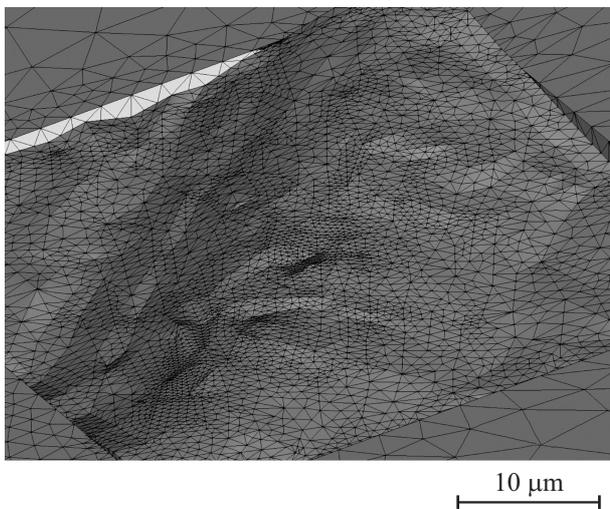


Рис. 6. Конечно-элементная модель поверхности образца.

образца в этом месте, отсканированную до индентирования (рис. 5). В эту поверхность внедряется пирамида, моделирующая индентор. Сверху на индентор действует сила  $P$ .

Положение пирамиды, моделирующей индентор, соответствовало положению реального индентора в проведенном индентировании. Координаты его кончика  $x$  и  $y$  определены по наиболее глубокой точке сканированной поверхности после индентирования. Затем по координатам  $x$  и  $y$  и из проведенного сопоставления поверхностей определена координата  $z$  кончика индентора на сканированной поверхности до индентирования.

Модель разбивалась на конечные элементы со сгущением сетки в направлении к неровной поверхности (рис. 6). С точки зрения определения глубины индентирования погрешность, связанную с отличием созданной модели шероховатой поверхности (рис. 6) от реальной поверхности образца и даже от сканированного варианта (рис. 4), принимаем незначительной.

В образце могут присутствовать остаточные напряжения, которые повлияют на взаимодействие индентора с образцом. В настоящей работе остаточные напряжения считаем незначительными и не учитываем в модели.

Решалась изотермическая задача упругопластического деформирования. Принято, что газ в зазоре между контактирующими телами отсутствует.

В моделировании на ANSYS кривая упрочнения (рис. 1) заменялась полилинейной функцией. Упрочнение материала — изотропное по Мизесу (von Mises), не зависящее от скорости нагружения. Поведение материала при растяжении и сжатии принято одинаковым.

Далее решалась трехмерная задача контактного взаимодействия индентора и шероховатой поверхности образца.

### Оценка шероховатости индентора

Величина шероховатости используемого индентора Берковича неизвестна. Более того, в литературе не найдено данных по шероховатости индентора Берковича. В [12] приведено изображение поверхности индентора Берковича, сделанное с помощью атомно-силового микроскопа. По этому изображению можно сделать вывод, что шероховатость индентора составляет величину порядка 10–20 нм. Эта величина приблизительная и требует уточнения в дальнейшем. Исходя из того, что в конечно-элементной модели минимальные размеры элементов составляют порядка 100 нм, видно, что учесть в такой модели столь мелкую шероховатость индентора невозможно. Поэтому принято, что поверхность индентора абсолютно гладкая.

### Оценка радиуса скругления кончика индентора

Радиус скругления индентора по техническим данным на прибор составляет 200 нм. Однако в реальности он оказался меньше. Для уточнения радиуса скругления была использована полученная методом Оливера–Фарра (W.C. Oliver, G.M. Pharr) на используемом приборе NanoTest 600 кривая Diamond area function (DAF). DAF представляет собой зависимость проекции контактной площади  $A$  от глубины  $h$ , получаемую при внедрении

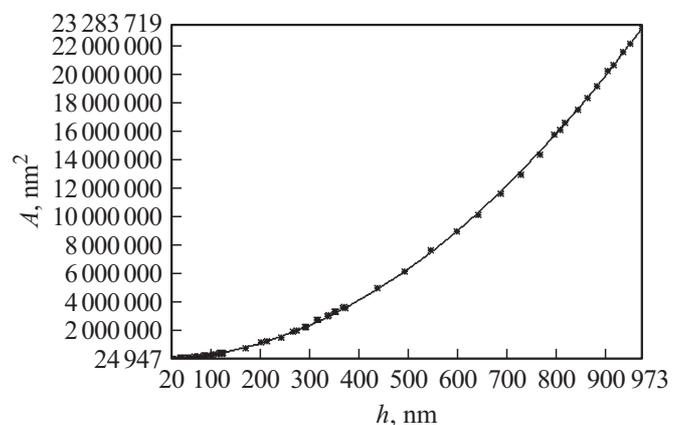


Рис. 7. Зависимости проекции контактной площади от пластической глубины.

индентора в плавленый кварц (рис. 7). Отметим, что, согласно [12], определение радиуса скругления индентора в диапазоне 0–150 нм только по методу Оливера–Фарра и DAF без использования атомно-силовой микроскопии или других методов некорректно.

Теоретические значения DAF были рассчитаны по формуле для идеальной пирамиды индентора Берковича  $A = 24.49h^2$  [10]. Разница в измеренной и рассчитанной площадях составила менее 6% для погружений более 100 нм. Это позволяет сделать заключение, что радиус скругления кончика индентора менее 100–150 нм и сравним с минимальным размером используемых конечных элементов. Поэтому скругление кончика пирамиды, моделирующей индентор, или его учет в настоящей работе не проводились.

### Оценка возможного влияния оксидной пленки

Моделей поведения естественной оксидной пленки при микро- и наноиндентировании в алюминий в литературе не найдено. Пленка, по-видимому, будет препятствовать проникновению индентора. Однако механизм взаимодействия пленки с индентором не ясен. Например, будет ли пленка хрупко разрушаться под давлением индентора и как повлияет возможная пористость пленки? С учетом того, что в [13,14] определена толщина естественной оксидной пленки алюминия порядка  $0.005 \mu\text{m}$ , а в настоящей работе рассматриваются объекты значительно больших размеров, влиянием оксидной пленки здесь пренебрегаем.

## 5. Результаты компьютерного моделирования

В результате моделирования максимальная глубина погружения индентора в материал со свойствами из макроэксперимента составила  $4.406 \mu\text{m}$  (рис. 2, 8, *a*), что на 56% больше, чем в физическом эксперименте. Таким образом, наклеп поверхностного слоя существенно меняет поведение материала. Свойства из макроэксперимента должны быть скорректированы для расчета смятия бугорков шероховатости.

В настоящей работе был использован распространенный подход замены кривой упрочнения выше участка упругости функцией [15]

$$\sigma = \sigma_y + B\varepsilon^{P^n}, \quad (1)$$

где  $B$  — константа,  $n$  — показатель упрочнения материала,  $\varepsilon^P$  — пластическая деформация. Кривая упрочнения из макроэксперимента (рис. 1) может быть заменена функцией (1) с  $B = 85 \text{ МПа}$  и  $n = 0.4$  при отклонении по глубине погружения в пределах 3%. Для упрочненного поверхностного слоя циклом расчетов подбирался коэффициент  $B$ , при котором с достаточной точностью будут совпадать расчетная и экспериментальная глубины погружения индентора. При этом на

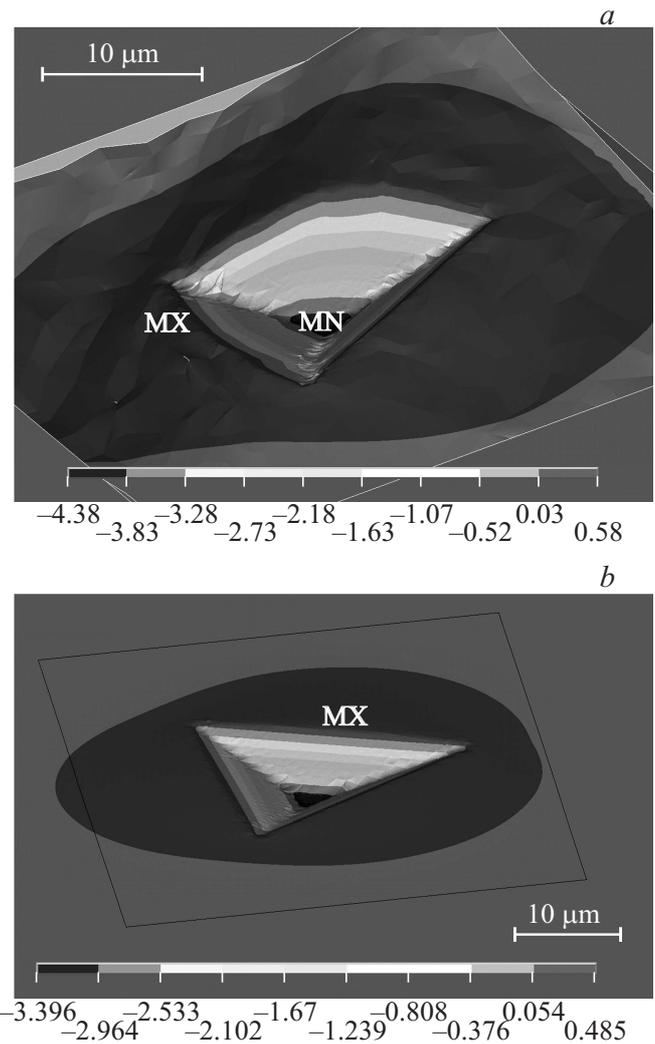


Рис. 8. Рассчитанное перемещение по оси  $z$  при внедрении индентора: *a* — в шероховатую поверхность без коррекции свойств материала, *b* — в плоскость после разгрузки.

промежуточных шагах при подборе достаточно просчитывать до 20% от максимальной нагрузки, если применять для экстраполяции кривой нагружения  $P(h)$  аппроксимацию полиномом второй степени [15]. При  $B = 500 \text{ МПа}$  и  $n = 0.4$  (рис. 1, *b*) рассчитанное углубление составило  $2.799 \mu\text{m}$ , т.е. отличается от значения физического эксперимента на 0.1%. Максимальное значение пластической деформации по Мизесу составило 1.78. Замечено, что при любых коэффициентах  $B$  и  $n$  кривая нагружения  $P(h)$  проходит в целом существенно выше расчетной. Причиной могло послужить непостоянство  $E$  [16,17] и  $\sigma_y$  для разных бугорков и на разной глубине. Но, расчеты с измененными  $E$  или  $\sigma_y$  не приводят к изменению характера кривой  $P(h)$ . При отсутствии внутренних напряжений такоехождение кривой нагружения выше расчетной можно объяснить влиянием размерного эффекта (Indentation Size Effect — ISE). Для учета ISE часто подходящим

является масштабный коэффициент  $1/\sqrt{l}$  [11,18,19]. На основе [11] можно записать выражение, подобное зависимости Холла–Петча [20],

$$\sigma = \sigma_y + \frac{B^*}{\sqrt{l}} \varepsilon^{P^n}, \quad (2)$$

где  $B^* = B\sqrt{l_{\max}}$  — модифицированная константа,  $l$  — характерный размер, за который принята высота треугольника проекции отпечатка индентора Берковича ( $l_{\max}$  — значение  $l$  для максимального углубления индентора). Здесь размеры  $l$  и  $l_{\max}$  подставляются в  $\mu\text{m}$ . Зная максимальную величину углубления  $h_{\max} = 2.799 \mu\text{m}$ , получаем  $l_{\max} = 3h_{\max} \tan 65.27^\circ = 18.24 \mu\text{m}$  и  $B^* = 2135.4 \text{ МПа} \cdot \mu\text{m}^{1/2}$ . Так как в ANSYS нет функции модификации свойств материала в процессе расчета, то была написана программа на языке APDL (ANSYS Parametric Design Language), принудительно задающая модифицированные по формуле (2) свойства материала на каждом шаге нагружения. Число шагов нагружения выбиралось 200 при не менее чем четырех итерациях на каждом шаге. Проведя расчет, получили кривую  $P(h)$ , с высокой степенью совпадающую с экспериментальной (рис. 3).

### Особенности аппроксимации области контакта в зоне кончика индентора

Перемещение нижнего узла индентора по оси  $z$  больше, чем смещение конечных элементов поверхности под ним на  $0.026 \mu\text{m}$ . Эта разница возникает из-за неспособности увеличившихся от растяжения под индентором конечных элементов типа CONTA174 точно отслеживать острую форму кончика индентора. При этом контактное проникновение конечных элементов индентора типа TARGE170 в элементы образца типа CONTA174 в зоне кончика составляло  $0.004 \mu\text{m}$ .

### Оценка влияния величины модуля упругости материала индентора

Для алмаза модуль упругости часто составляет не 800 GPa, а 1220 GPa. Для оценки влияния модуля упругости индентора проведен один расчет с повышенным до 1220 GPa модулем упругости индентора. При этом проникновение увеличилось на  $0.002 \mu\text{m}$ , что лежит в пределах вычислительной погрешности. Таким образом, модуль упругости индентора не имеет значительного влияния на величину проникновения индентора, и дальнейшее уточнение модуля упругости индентора не имеет смысла.

### Оценка трения между индентором и поверхностью

Был проведен расчет без учета трения и с коэффициентом трения скольжения между контактирующими поверхностями 0.1. Использовалась модель трения

Амонтона–Кулона. Глубина погружения уменьшилась в последнем случае на  $0.022 \mu\text{m}$ , т.е. на величину менее 1% от полного погружения  $h_{\max}$  и до 1.4% от величины разности  $h_{\max}$  для эксперимента и расчета. Результаты подтверждают выводы работ [21,22] о незначительности влияния трения на глубину погружения алмазного индентора в металл. Тем не менее трение учитывалось при расчетах в настоящей работе.

## 6. Результаты моделирования контакта с плоской поверхностью

Качественное отличие проведенного моделирования для выпуклого элемента шероховатой поверхности от идеализированной задачи моделирования внедрения индентора в плоскую поверхность видно из приведенных ниже данных.

Проведено компьютерное моделирование внедрения индентора в рассмотренную ранее модель (рис. 5), в которой верхняя поверхность с шероховатыми неровностями заменена на плоскость. Использовались механические свойства из макроэксперимента. Результаты индентирования приведены на рис. 3 и 8, *b*. Глубина погружения до разгрузки составила  $3.469 \mu\text{m}$  и после разгрузки  $3.396 \mu\text{m}$ . Это меньше глубины при моделировании вдавливания в шероховатую поверхность без модификации свойств на 21%, что объясняется тем, что выпуклый бугорок шероховатости сопротивляется проникновению меньше (есть возможность движению материала в стороны), чем плоская поверхность. Расхождение с физическим экспериментом индентирования в плоскую поверхность составило 6.5%, что свидетельствует о небольшой степени наклепа, имеющей место после полировки, а также о корректности компьютерного моделирования. На кривой  $P(h)$  физического эксперимента также заметно присутствие ISE, так как она более круто, чем в численном моделировании, поднимается вверх в начале нагружения.

## Заключение

Прямая подстановка свойств из макроэксперимента приводит к ошибке в результатах расчета при моделировании деформирования элемента шероховатости. При экспериментальном исследовании типовая процедура подготовки образца к индентированию (полировка) уничтожает информацию о механических свойствах бугорков. Поэтому для восстановления кривой упрочнения элементов шероховатости необходимо проводить как индентирование, так и численное моделирование с учетом топологии шероховатой поверхности.

В настоящей работе сделана попытка получения кривой упрочнения для элемента шероховатости, принадлежащего поверхностному слою. Для отдельно взятого бугорка в пределах сделанных допущений удалось подобрать модификацию свойства из макроэксперимента,

приводящую к удовлетворительному совпадению результатов расчета с экспериментом. Наклеп приповерхностного слоя материала и размерный эффект определены как основные факторы, формирующие повышенные механические характеристики материала.

При механической обработке и контактировании происходит пластическое деформирование, зависящее от истории и условий нагружения каждой частицы поверхности. Поэтому наклепанный слой по механическим свойствам неоднороден и остаются вопросы применимости свойств, полученных для одной части одного бугорка шероховатости, в расчетах для всего многообразия форм и размеров других элементов шероховатости поверхности.

Авторы благодарны А.В. Власову (МГТУ им. Н.Э. Баумана) за испытания образцов алюминия технического АД1.

## Список литературы

- [1] *Thompson M.K.* PhD thesis. Cambridge, MA, USA: Massachusetts Institute of Technology, 2007. 100 p.
- [2] *Lee S., Jang Y.H., Kim W.* // J. Appl. Phys. 2008. Vol. 103. P. 074 308.
- [3] *Ciavarella M., Delfino V., Demelio G.* // J. Mech. Phys. Sol. 2006. Vol. 54. P. 2569–2591.
- [4] *Bahrani M., Yovanovich M.M., Culham J.R.* // Int. J. Heat Mass Transfer. 2005. Vol. 48. P. 3284–3293.
- [5] *Мурашов М.В., Панин С.Д.* // Тр. V Российской нац. конф. по теплообмену. М.: Издательский дом МЭИ, 2010. Т. 7. С. 142–145.
- [6] *Bobji M.S., Biswas S.K.* // J. Mater. Res. 1998. Vol. 13. N 11. P. 3227–3233.
- [7] ISO 14577:2002. Metallic materials — Instrumented indentation test for hardness and materials parameters. Geneva: ISO Central Secretariat.
- [8] *Бабичев А.П., Бабушкина Н.А., Братковский А.М.* и др. Физические величины. Справочник. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.
- [9] *Глазов В.М., Вигдорovich В.Н.* Микротвердость металлов. М.: Металлургиздат, 1962. 224 с.
- [10] *Fischer-Cripps A.C.* The IBIS handbook of nanoindentation. Forestville: Fischer-Cripps laboratories Pty Ltd, 2009. 60 p.
- [11] *Hou X.D., Bushby A.J., Jennett N.J.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2008. Vol. 41. 074006.
- [12] *Barone A.C., Salerno M., Patra N., Gastaldi D., Bertarelli E., Carnelli D., Vena P.* // Microsc. Res. Techniq. 2010. Vol. 73. P. 996–1004.
- [13] *Wafers K., Misra Ch.* Oxides and Hydroxides of Aluminum. Alcoa Technical Report N 19 Revised. Alcoa Laboratories, 1987. 92 p.
- [14] *Zähr J., Oswald S., Türpe M., Ullrich H.J., Fussel U.* // Vacuum. 2012. Vol. 86. N 9. P. 1216–1219.
- [15] *Головин Ю.И.* Наноиндентирование и его возможности. М.: Машиностроение, 2009. 312 с.
- [16] *Roa J.J., Oncins G., Díaz J., Capdevila X.G., Sanz F., Segarra M.* // J. Eur. Ceram. Soc. 2011. Vol. 31. P. 429–449.
- [17] *Wang Z.* PhD diss. Knoxville, USA: University of Tennessee, 2012. 134 p.
- [18] *Zhu T.T., Ehrler B., Hou X.D., Bushby A.J., Dunstan D.J.* // arXiv: 0910.5616 [cond-mat.mtrl-sci]. 2009. 38 p.
- [19] *Dunstan D.J., Bushby A.J.* // Int. J. Plasticity. 2013. Vol. 40. P. 152–162.
- [20] *Hall E.O.* // Proc. Phys. Soc. B. 1951. Vol. 64. N 9. P. 747–753.
- [21] *Смирнова Е.О.* Определение диаграмм деформационного упрочнения поверхностных слоев металлических материалов по результатам испытаний на вдавливание и царапание индентором Берковича. Автореф. канд. дисс. Екатеринбург: Институт машиноведения УО РАН, 2011. 22 с.
- [22] *Wang T.H., Fang T.-H., Lin Y.-C.* // Mat. Sci. Eng. A. Struct. 2007. Vol. 447. P. 244–253.